

**Zeitschrift:** Schweizerische pädagogische Zeitschrift

**Band:** 38 (1928)

**Heft:** 2

**Artikel:** Eine anschauliche Herleitung der Summe der Quadrate der n ersten natürlichen Zahlen

**Autor:** Scherrer, F. R.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-788281>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 14.07.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Wenn Eltern den Weg freihalten vom selbstischen Ich zum Du des Kindes, dann ist auch der Weg frei zum Alles-sagen-können.

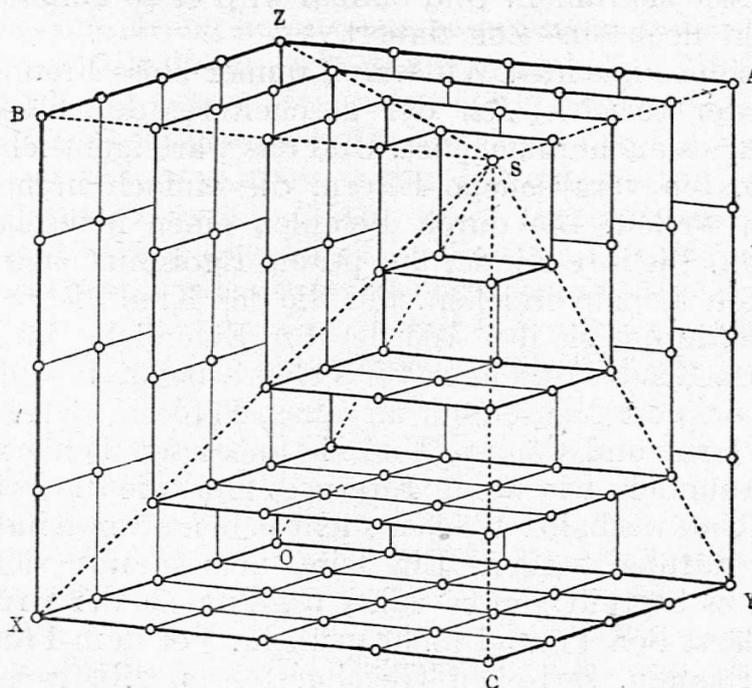
Eine Schwierigkeit für den Hinweis auf letzte Dinge gibt es allerdings. Und die liegt in einer unglücklichen Ehe der Eltern. Ist ihre Ehe keine Ehe der Liebe, dann ist auch alles Reden von der Heiligkeit der Ehe und der Zeugung umsonst.

Nun soll aber niemand glauben, dass ein über solche Dinge nüchtern denkendes Kind notwendig ein nüchterner Mensch sein muss. Es lassen sich auch Wunder und Märchen von einem wissenden Kinde spinnen. Das sind dann solche, die nie vergehen. Mit Puppen spielen und schon an die eigenen Kinder denken, — ist das etwa nicht wie im Märchen? Und ist es etwa kein Märchen, die Schätze in einer Truhe sich häufen sehen, die man am eigenen Leibe für das einstens kommende spart? Spielsachen zurücklegen, die von der eigenen Jugend erzählen und die einer fernen Auferstehung harren?

Und dass für alle diese lieben, schönen und vertrauten Dinge nur ein sehr lieber und gesunder „Vater“ als Teilhaber in Betracht kommt, darüber ist sich meine Tochter schon seit langem klar. Aber den suchen wir dann zusammen aus, — sagt sie. Wozu ich noch nie nein sagte, was ich aber doch ihrem gesunden Gefühl überlassen möchte. Und „ihrem“ lieben Gott.

## Eine anschauliche Herleitung der Summe der Quadrate der $n$ ersten natürlichen Zahlen.

In der Figur seien  $O$  und  $S$  die Endpunkte einer Würfeldiagonale. Teilt man die Würfelkanten  $OX$ ,  $OY$  und  $OZ$  in  $n - 1$  gleiche Teile



und legt durch die Teilpunkte Ebenen, die zu den Würfel­flächen parallel sind, so erhält man mit Einschluss der letzteren drei Scharen

von je  $n$  Parallelebenen. Durch den Schnitt der Ebenen jeder Schar mit denen der beiden andern ergibt sich ein räumliches Gitter mit  $n^3$  Schnittpunkten, die im folgenden einfach als Punkte bezeichnet werden.

Die in  $O$  zusammenstossenden Würfelflächen  $OXCY$ ,  $OYAZ$  und  $OZBX$  betrachten wir als Grundflächen von drei Pyramiden mit der gemeinsamen Spitze  $S$ , aus denen der Würfel zusammengesetzt ist. Jede dieser Pyramiden enthält, von der Spitze aus in Ebenen parallel zur Basis gezählt, im ganzen  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$  Punkte<sup>1)</sup>. Die Punkte der Diagonale  $OS$  gehören allen drei Pyramiden, die  $1 + 2 + 3 + \dots + n - 1$  übrigen Punkte jeder der drei  $OS$  enthaltenden Seitenflächen  $SOX$ ,  $SOY$  und  $SOZ$ , jedoch nur je zwei Pyramiden an. Die Zahl der Punkte aller drei Pyramiden zusammengenommen oder die dreifache Zahl der Punkte einer Pyramide ist daher um die doppelte Zahl der Punkte von  $OS$  und die dreifache Zahl der nicht auf  $OS$  liegenden Punkte einer durch  $OS$  gehenden Seitenfläche grösser als die Zahl der Punkte des ganzen Würfels. Somit ist

$$\begin{aligned} 3(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) &= n^3 + 2n + 3(1 + 2 + 3 + \dots + n - 1) \\ &= n^3 + 2n + 3 \cdot \frac{n(n-1)}{2}, \end{aligned}$$

daher 
$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{2}.$$

Dr. F. R. Scherrer.

\* \* \* K L E I N E M I T T E I L U N G E N \* \* \*

**4. Kongress für Heilpädagogik.** Die Gesellschaft für Heilpädagogik, Sitz München (Vossstr. 12/II), veranstaltet vom 11. bis 14. April 1928 in Leipzig (Universität) den 4. Kongress für Heilpädagogik. Der Kongress wendet sich an Interessenten der verschiedensten Berufe, die auf dem Gebiete der Heilpädagogik in Forschung und Praxis arbeiten. Die bisherigen Kongresse in München versammelten Hunderte von Heilpädagogen, Psychiater, Seelsorger, Kinderärzte, Psychologen, Hilfsschul-, Taubstummen-, Schwerhörigen-, Blinden-, Krüppellehrer, Verwaltungsbeamte, Jugendrichter, Jugendämter, Fürsorge, Vormünder, Berufsberater, Anstaltserzieher usf. zu gemeinsamer Arbeit am Wohle der Jugend.

Die Referate und Vorträge des heurigen 4. Kongresses für Heilpädagogik befassen sich mit den neuen Richtungen und Ergebnissen der allgemeinen und experimentellen Psychologie, neuen psychologischen Untersuchungen über das abnorme Kind, Denken und Sprechen des taubstummen Kindes, Heilpädagogik und Kinderheilkunde, heilpädagogischer Frühbehandlung und Nachfürsorge aller Defekten, Sonderschulwesen, heilpädagogischer Nachfürsorge, Heilpädagogik und Berufsberatung, Lehrwerkstätten, Heilpädagogik und Strafvollzug, heilpädagogischen Methoden in der Behandlung Geisteskranker, Enzephalitis.

<sup>1)</sup> Um die Figur anschaulich zu gestalten und sie nicht zu überladen, wurden in jeder Pyramide die Quadratflächen als undurchsichtig behandelt.