

Wie ist der Rechen- und Geometrieunterricht in der Volksschule zu gestalten, damit er den Mathematik-Unterricht der Mittelschule in richtiger Weise vorbereitet ?

Autor(en): **Scherrer, F. R.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische pädagogische Zeitschrift**

Band (Jahr): **24 (1914)**

Heft 1

PDF erstellt am: **01.06.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-789246>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Wie ist der Rechen- und Geometrieunterricht in der Volksschule zu gestalten, damit er den Mathematikunterricht der Mittelschule in richtiger Weise vorbereitet?

Vortrag, gehalten in der Versammlung
des Vereins schweiz. Mathematiklehrer am 6. Oktober 1913 in Baden
von F. R. Scherrer in Küssnacht.

Unter der Bezeichnung Mittelschulen fasst man in der Schweiz in der Regel die Kantonsschulen, sowie analoge kommunale und private Lehranstalten, ferner die höheren Mädchenschulen, die Technica und Lehrerseminarien zusammen. Die Kantonsschulen schliessen zu meist unmittelbar an die Primarschulen an, während die technischen Mittelschulen und die Lehrerseminarien, sowie einige Kantonsschulen und Abteilungen von solchen nur junge Leute aufnehmen, die mehr oder weniger lang eine Sekundarschule besucht haben. Angesichts dieser Verhältnisse müssen wir uns mit dem Rechen- und Geometrie-Unterricht sowohl der Primar- als auch der Sekundarschule befassen, mag man die letztere als eine obere Abteilung der Volksschule ansehen, wie es beispielsweise im Kanton Zürich geschieht, oder als eine untere Mittelschule, wie es im Kanton Bern der Fall zu sein scheint.

Der Teil des Rechen- und Geometrieunterrichtes, der für die Vorbereitung auf die Mittelschule von erhöhter Bedeutung ist, pflegt im fünften Primarschuljahr, also meistens mit dem absolvierten 10. Lebensjahr einzusetzen. Die Sekundarschulen schliessen normal mit dem zurückgelegten 15. Lebensjahr ab. Folglich kommen für uns diejenigen Klassen der Primar- und Sekundarschule in Betracht, die von zukünftigen Mittelschülern in der Regel zwischen dem 10. und 15. Lebensjahr durchlaufen werden, gleichviel, ob diese Klassen in den einzelnen Kantonen der Primar- oder der Sekundarschule angehören.

Die modernen Bestrebungen im mathematischen Unterricht gipfeln bekanntlich in drei Forderungen: 1. Stärkung des räumlichen Anschauungsvermögens, 2. Erziehung zur Gewohnheit des funktionalen Denkens, 3. Verstärkte Berücksichtigung der Anwendungen, um so die Fähigkeit zur mathematischen Betrachtung der uns umgebenden Erscheinungswelt möglichst zur Entwicklung zu bringen. Diese Ziele sind dem mathematischen Unterricht nicht von Mathematiklehrern an Mittelschulen, sondern von Männern gesteckt worden,

die mitten im Getriebe des modernen Lebens stehen und bei ihren Beratungen die Bedürfnisse des praktischen Lebens unentwegt vor Augen hatten.

Die Ausbildung des räumlichen Anschauungsvermögens ist nicht nur für den zukünftigen Ingenieur und Naturforscher, sondern auch für den Handwerker von grösster Bedeutung. Erst die klare Erfassung der Abhängigkeit der zu bestimmenden Grössen von den gegebenen ermöglicht die Anwendung der erworbenen geometrischen Kenntnisse und der Rechenoperationen auf die Lösung der Aufgaben, die im praktischen Leben an den Menschen herantreten. Es liegt daher nicht allein im Interesse der zukünftigen Kantons- und Technikumschüler und Seminaristen, sondern ebenso sehr in dem der Knaben und Mädchen, die von der Primar- oder Sekundarschule weg direkt in eine Berufstätigkeit übertreten, dass ihnen ein mathematischer Unterricht zuteil werde, der den genannten Forderungen Rechnung trägt, soweit dies auf der Unterstufe möglich ist.

Der mathematische Unterricht an den Primar- und Sekundarschulen vom 10. bis 15. Lebensjahr gliedert sich in Rechnen in Verbindung mit Buchhaltung und etwas Algebra einerseits und in Geometrie in Verbindung mit geometrischem Zeichnen anderseits. Was den Rechenunterricht anbetrifft, so darf dieser nicht von formalen Abstraktionen, sondern er muss von grösseren einheitlichen und wirklichen Sachverhältnissen ausgehen, die dem Interessenkreis der Schüler naheliegen, wie Heimatkunde, Landwirtschaft usw. Die arithmetischen Operationen sind an Hand von speziellen Fragen zu entwickeln, die sich auf jene Sachverhältnisse beziehen. Dem Rechnen hat beim einzelnen Beispiel eine Schätzung des Resultats vorauszugehen. Wenn die Schüler dazu angehalten werden, koordinierte Zahlenreihen, wie z. B. Jahreszahlen und Bevölkerungszahlen, oder Ertragszahlen, meteorologische Werte usw. zu Tabellen zusammenzustellen, so gewinnen sie nicht nur die sehr wichtige Erkenntnis, dass viele Grössen und infolgedessen auch deren Masszahlen einer un-aufhörlichen Veränderung unterworfen sind, sondern es drängen sich auch beim Durchgehen der Tabellen viele Fragen auf, die zu interessanten Rechnungen Anlass geben. Auf das Tabellieren folgt dann die graphische Darstellung der koordinierten Zahlen durch Punkte auf quadriertem Papier, das Zusammenziehen der aufeinanderfolgenden Punkte durch eine gebrochene Linie oder, bei grösserer Dichtigkeit der Punkte, durch eine Kurve. Einen Spezialfall der Zuordnung bildet die Proportionalität, die an Hand von Beispielen (Warenquantum

und Warenpreis, Körperinhalt und Gewicht usw.) gründlich zu behandeln und ebenfalls graphisch darzustellen ist. Wo es die Zeit erlaubt, empfiehlt es sich, auch den Begriff der umgekehrten Proportionalität an Beispielen zu entwickeln und sie graphisch zu veranschaulichen. Die Verwendung von Proportionen ist jedoch zu vermeiden, wo man mit dem Dreisatz auskommen kann.

Die gemeinen Brüche müssen nicht nur von der Anschauung ausgehend gründlich behandelt werden, sondern es ist auch das Operieren damit tüchtig einzuüben. Weil die Dezimalbrüche spezielle Fälle der gewöhnlichen Brüche sind, so ist das Rechnen mit jenen erst dann zu behandeln, wenn die Kinder die betreffenden Operationen mit diesen verstehen. Das Dezimalkomma soll nicht vor der Einführung der Dezimalbrüche verwendet werden, da sonst leicht falsche Auffassungen entstehen, wie die Erfahrung zur Genüge lehrt.

Es ist in erster Linie auf verständnisvolles, in zweiter Linie auf sicheres und in dritter Linie auf rasches Rechnen hinzuarbeiten, ohne jedoch das letztere zu vernachlässigen. Dabei hat sich das Verständnis nicht nur auf die Zahlenoperationen, sondern auch auf die Art der Abhängigkeit des Gesuchten vom Gegebenen zu erstrecken. Zum Kopfrechnen sollte jede sich anbietende Gelegenheit benützt werden; insbesondere sind Schätzungen in der Regel im Kopfe vorzunehmen. Systematische Übungen im Kopfrechnen dürfen stets nur von kurzer Dauer sein und sind so einzurichten, dass sie das Gedächtnis nicht zu stark in Anspruch nehmen. Eine wichtige Sache ist die klare und übersichtliche Darstellung der schriftlichen Rechnungen. Man darf nicht vergessen, dass es sich auch hier um eine logisch geordnete Darstellung von Gedanken handelt. Wo die Zahl- und Operationszeichen, sowie die Zeichen für die Masseinheiten nicht ausreichen, um den Gedankengang, in dessen Dienst die Rechnung steht, klar darzustellen, ist diese mit dem nötigen Text zu begleiten. Koordinierte Grössen, die der Art nach verschieden sind, wie z. B. Warenpreis und Warengewicht, dürfen niemals durch ein Gleichheitszeichen verbunden werden. Der Missbrauch des Gleichheitszeichens ist überhaupt unter keinen Umständen zu dulden.

Der Unterricht in den Elementen der allgemeinen Arithmetik und der Algebra kann an eine Repetition der Operationen erster und zweiter Stufe und der Bruchlehre angeknüpft werden, indem man die geltenden Sätze in allgemeiner Bezeichnung wiedergibt. Die relativen Zahlen lassen sich am Thermometer, an entgegengesetzten Bewegungen, an Höhenangaben in bezug auf den Meeres-

spiegel usw. erklären. Stoff zur Einübung der allgemeinen Arithmetik liefern die Flächen- und Rauminhaltsberechnungen. Wo es die Zeit erlaubt, empfiehlt es sich, für eine ganze Reihe von Werten einer veränderlichen Zahl die Werte von ganz einfachen algebraischen Ausdrücken auszurechnen, die von jener abhängen und diese Abhängigkeit graphisch darzustellen. Den Nutzen der Gleichungen demonstriert der Lehrer wohl am besten dadurch, dass er eine etwas schwierige Rechenaufgabe zuerst nach dem Schlussverfahren und hernach mit Hilfe einer Gleichung löst.

Die Buchhaltung im engeren Sinne ist ein Unterrichtsgegenstand, bei dem der geistige Gewinn nicht im richtigen Verhältnis steht zum Aufwand an Zeit und Arbeit, den er erfordert. Die vollständige Ausarbeitung eines Geschäftsganges, der sich über einen Monat erstreckt, in Reinschrift, nimmt sehr viel Zeit in Anspruch, die für den mathematischen Unterricht so gut wie verloren ist; überdies laufen dabei die Schüler Gefahr, über den vielen Einzelheiten den Überblick über das Ganze zu verlieren. Oft fehlt es auch an einem hinreichenden Einblick in die Sachverhältnisse. Daher dürfte man da, wo obligatorische Fortbildungsschulen bestehen, diesen die Ausarbeitung ganzer Geschäftsgänge zuweisen, weil sie eher den Stoff der Berufssphäre der betreffenden jungen Leute anpassen können, als es die Sekundarschule zu tun vermag.

Der Unterricht in der Raumlehre muss nicht nur, was selbstverständlich ist, von der unmittelbaren Anschauung der räumlichen Gebilde ausgehen, sondern er muss auch die Ausbildung der Raumanschauung stets als seine wichtigste Aufgabe betrachten. Der Unterricht auf dieser Stufe, d. h. vom fünften bis neunten Schuljahr ist anfänglich ausschliesslich und später teilweise Anschauungsunterricht. Die Grundsätze, nach denen er zu erteilen ist, hat der im vergangenen Jahre dahingeschiedene Rektor der Goetheschule zu Karlsruhe, Peter Treutlein, in dem Buche: „Der geometrische Anschauungsunterricht als Unterstufe eines zweistufigen geometrischen Unterrichtes“ in vorzüglicher Weise dargestellt. Ich möchte jedem, der geometrischen Anfangsunterricht zu erteilen hat, raten, dieses Buch zu lesen, das aus einer langjährigen Unterrichtserfahrung herausgewachsen ist. Treutlein hebt hauptsächlich folgende Gesichtspunkte hervor:

„Die Grundanschauungen müssen an Modellen abgeleitet werden, die das Kind selbst in die Hand nehmen kann. Zu diesem Zwecke müssen Modelle verschiedener Grösse und aus ver-

schiedenen Materialien angefertigt, zur Verfügung stehen, damit das Kind allmählich die Form vom Gegenstand abstrahieren lerne. Der Lehrer darf sich aber nicht mit der Betrachtung der Modelle begnügen, sondern seine Haupttätigkeit muss gerichtet sein auf die Erzeugung richtiger innerer Anschauungen und deren Verarbeitung. Ähnlich, wie man im Kopfe rechnet, soll auch im Kopfe Geometrie getrieben werden. Zu den unmittelbar gewonnenen Anschauungen müssen die aus den Erfahrungen des täglichen Lebens ableitbaren beigezogen und verwendet werden, so dass der Unterricht schon in dieser Hinsicht praktischen Nutzen gewährt. Der gleichen Absicht, sowie einer weiteren Veranschaulichung dienen Übungen im Freien. Mit diesen sind Übungen im Schätzen von Strecken, Flächen, Neigungswinkeln und Höhen zu verbinden. Behelfe hiezu sollten im Schulhof und an Gebäuden vorhanden sein. — Die Raumformen sollen von den Kindern gezeichnet und modelliert werden. Sie müssen durch Zerlegen und Zusammenfügen neue Formen bilden und sind anzuleiten, an Gegenständen des praktischen Lebens die geometrischen Formen zu erkennen. Der Unterricht ist so zu erteilen, dass die Kinder alle geometrischen Beziehungen durch eigene Tätigkeit auffinden. An das rein anschauende Betrachten und an das erzählende und nachbildende Wiedergaben der geometrischen Gestalten hat sich allmählich mehr und mehr bei passenden Gelegenheiten die Frage nach dem Warum gewisser Erscheinungen und Gesetze anzuschliessen. So werden die Schüler langsam in die begründende Lehre der Geometrie eingeführt, insbesondere wird ihnen die gesetzmässige Abhängigkeit der einzelnen Stücke einer Figur von einander zum Bewusstsein gebracht.

Die Hinleitung zum Fühlen der Notwendigkeit einer von der sinnlichen Wahrnehmung unabhängigen Begründung hat dadurch zu erfolgen, dass die einzelnen Masswerkzeuge reichlich gebraucht werden, dass aber bei der Verschiedenheit der hierbei gewonnenen einzelnen Ergebnisse die Fehler festgestellt werden, und dass auf die Ungenauigkeit unserer Sinne und Werkzeuge hingewiesen wird.“

Im siebenten Schuljahr hat dann an Stelle des reinen Anschauungsunterrichtes nach und nach und im Zusammenhang mit der Lösung geometrischer Konstruktionsaufgaben ein vorherrschend deduktives Unterrichtsverfahren zu treten; doch möge man unsere Sekundarschüler mit dem Euklidischen Schema (Lehrsatz, Beweis) verschonen und sich der heuristischen Lehrmethode bedienen. Eine strenge Scheidung zwischen der zwei- und der dreidimensionalen Geometrie in der Weise, dass man zuerst die ganze Planimetrie absolviert und

die Stereometrie nachfolgen lässt, ist hier nicht am Platze. Das Raumvorstellungsvermögen muss unausgesetzt betätigt werden, wenn es sich entwickeln soll; überdies verursachen die ersten Abschnitte der Stereometrie dem verstandesmässigen Erfassen weniger Schwierigkeiten, als gewisse Partien der Planimetrie. Es darf daher ganz wohl ein alternierendes Verfahren in der Weise eingeschlagen werden, dass Partien der Planimetrie und Stereometrie, die eng zusammenhängen, wie z. B. einfache Flächen- und Rauminhaltsbestimmungen hintereinander behandelt werden. Die Ähnlichkeitslehre mit ihren Anwendungen mag man dem 9. Schuljahr vorbehalten.

Das geometrische Zeichnen ist vollständig in den Dienst des Geometrieunterrichtes zu stellen. Es sind im engsten Anschluss an diesen Konstruktionsaufgaben zu lösen, ferner einfache Körper, von denen Modelle vorliegen, im Grund- und Aufriss zu zeichnen und umgekehrt Körper auf Grund einer Beschreibung oder an die Wandtafel gezeichneten perspektivischen Skizze und nach Massen in Grund und Aufriss zu zeichnen und hernach zu modellieren. Für das eigentliche technische Zeichnen ist an der Sekundarschule kein Raum. Erst muss man imstande sein, die einfachsten Körperformen darzustellen, bevor man daran denken kann, Körperverbindungen und -Durchdringungen zu zeichnen, wie sie an technischen Objekten vorkommen. Der Unterricht in der Projektionslehre an der Sekundarschule soll nur einen propädeutischen Charakter haben. Hauptsache ist hier Ausbildung der Raumanschauung und Gewöhnung an saubere und exakte Arbeit.

Die Herleitung der Formeln für Flächen- und Körperberechnungen ist selbstverständlich Sache des geometrischen Unterrichtes. Die rechnerischen Übungen auf Grund der Formeln sind jedoch in den Rechenstunden vorzunehmen. Sie bieten dort die beste Gelegenheit zur Einübung der Anfangsgründe der allgemeinen Arithmetik und der Algebra, sowie zur Behandlung und Eingewöhnung des approximativen Rechnens mit Messungsergebnissen. Die Einsicht, dass alle Messungsergebnisse Näherungswerte sind, gewinnt das Kind schon im geometrischen Anschauungsunterricht. Die Ungenauigkeit aller Messungsergebnisse tritt aber wohl am deutlichsten bei den Übungen im Gelände zutage. Im Anschluss an diese kann man den Schülern klar machen, dass es fehlerhaft ist, mit Näherungswerten gleich zu rechnen, wie mit genau bekannten Zahlen, dass man sich also z. B. bei der Flächenberechnung der approximativen Multipli-

kation zu bedienen hat, wenn nicht die Genauigkeit des Rechnungsergebnisses überschätzt werden soll.

Ich verhehle mir nicht, dass der mathematische Unterricht, wie ich ihn skizziert habe, an die Lehrer grosse Anforderungen stellt. Für einen Sekundarlehrer, der in allen Fächern unterrichten muss, scheint mir die Aufgabe zu gross zu sein. Möge daher immer mehr und überall die Einsicht Platz greifen, dass die Anforderungen, welche die Gegenwart an die Sekundarschule stellt und stellen muss, gebieterisch einer Trennung in eine sprachlich-historische und eine mathematisch-naturwissenschaftliche Fächergruppe rufen. Möge aber auch den Lehrern unserer Volksschulen eine Ausbildung zuteil werden, die es ihnen möglich macht, den mathematischen Unterricht in modernem Geiste zu erteilen.

* * *

Literatur.

E. Borel, Géométrie, Premier et Second Cycle, Paris, Armand Collin 1908. — K. Brandenberger, Der mathematische Unterricht an den schweizerischen Gymnasien und Realschulen, Basel und Genf, Georg & Cie., 1911. — K. Goldziher, Der Rechenunterricht auf der Unterstufe der höheren Schulen. Zeitschrift für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, 39. Jahrgang, 1908, Seite 289–309. — K. Goldziher, Über mathematische Laboratorien. Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften, Jahrgang XIV, 1908, S. 45–48. — A. Gutzmer, Die Tätigkeit der Unterrichtskommission der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Ärzte. Leipzig, Teubner, 1908. — A. Höfler, Didaktik des mathematischen Unterrichtes. Leipzig, Teubner, 1910. — P. Lang, Bodentständiger Rechenunterricht. Hannover, Kortkamp (erschieden nach 1911). — Lazzerie Bassani, Elementi di Geometria. Seconda edizione, Livorno, Giusti 1898. — W. Lietzmann, Stoff und Methode des Rechenunterrichtes in Deutschland. Leipzig, Teubner, 1912. — J. Perry, Practical Mathematics, London, Wyman and sons, 1910. — J. Stöcklin, Der mathematische Unterricht an den schweizerischen Primarschulen. Basel und Genf, Georg & Cie., 1911. — P. Treutlein, Der geometrische Anschauungsunterricht. Leipzig und Berlin, Teubner, 1911.