

Zum Rechenunterricht

Autor(en): **Wetterwald, X.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische pädagogische Zeitschrift**

Band (Jahr): **1 (1891)**

Heft 4

PDF erstellt am: **31.05.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-788207>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

eine Aufforderung, auf dem durch die zeitgenössische Forschung gebahnten Pfade fortzuschreiten und, wenn wir selbst uns nicht dazu berufen fühlen oder die Mittel dazu nicht besitzen, um auch unsererseits durch Spezialforschung fördernd in die neue Psychologie einzugreifen, so wollen wir uns bewusst bleiben, dass der experimentellen Psychologie die Zukunft gehört und dass nur von ihr feste Resultate erwartet werden können, die mit der Zeit auch für die Methodik und zwar vor allem für die Methodik des Sprachunterrichtes verwertbar sind.

Wir schliessen vorläufig mit einem Worte *Ribots*: „Nach diesen Ausschlüssen (d. h. nach Beiseitelassung aller Erkenntnistheorien wie aller metaphysischen Systeme überhaupt) bleibt uns ein wohlbegrenztes Feld: die Untersuchung der Fragen, welche gleichzeitig der Beobachtung des Bewusstseins und der wissenschaftlichen Forschung zugänglich sind; d. h. also die Psychologie als Naturwissenschaft betrachtet, losgelöst von aller Metaphysik und sich stützend auf die Wissenschaft des Lebens. Wir bleiben auf die niedern Gebiete des Seelenlebens beschränkt, aber diese Erscheinungen sind die Grundlage und die Stütze aller übrigen. Auf ungeahnten Wegen dringt die physiologische Psychologie bis zu den höchsten Fragen der menschlichen Erkenntnis: so lehrt das bescheidene Experiment mehr als ein Band Spekulationen.“

Zum Rechenunterricht.

Von X. Wetterwald.

Wie der gesamte Unterricht im schulpflichtigen Alter, so stellt sich auch der Rechenunterricht in den Dienst der Erziehung; er ist auch ein Erziehungsmittel von nicht zu unterschätzender Bedeutung, da hier der Schüler an klares Erfassen gegebener Bedingungen, an richtiges Zerlegen und Auseinanderhalten zusammengesetzter oder verwickelter Verhältnisse und logische Schlussfolgerungen aus einer kleinern oder grössern Reihe gegebener Beziehungen gewöhnt wird. Durch vielfache Übung in dieser Richtung lernt er unterscheiden zwischen Gegebenem und Gesuchtem und erlangt auch die Fähigkeit, mit grösserer oder geringerer Sicherheit aus gegebenen Bedingungen die richtigen Schlussfolgerungen zu ziehen, d. h. eine gegebene Aufgabe zu lösen. So ist also der Rechenunterricht für die Entwicklung der Denkfähigkeit, für die Bildung des Verstandes von grosser Bedeutung und also in formaler Beziehung ein bedeutendes Erziehungsmittel.

Bei all seiner Wichtigkeit für eine tüchtige Geistesgymnastik darf aber doch nicht ausser Acht gelassen werden, dass der Rechenunterricht auch einen eminent praktischen Nutzen hat und haben muss. Wenn man vom Schulunterricht verlangt, er soll die jungen Leute zu tüchtigen, charakterfesten und brauchbaren Menschen heranbilden, die einst der menschlichen Gesellschaft zur Ehre gereichen und an deren Kulturaufgaben fördernd mitarbeiten helfen, so meint man damit, dass es nicht auf die Summe des Wissens ankomme, welches der Schüler aus der Schule mit ins Leben nimmt, sondern dass das Öffnen der Sinne für richtige Wahrnehmungen und Beobachtungen, dass die Geübtheit des Verstandes zum klaren und logischen Denken, dass eine richtige Wertschätzung der Güter dieses Lebens, dass die Erziehung zu edler Gesinnung und Handlungsweise vorzüglich und in erster Linie anzustreben sei. Das alles lässt sich aber nur an einem gewissen Stoff erreichen, und so bringt der Schüler naturnotwendig eine grössere oder geringere Kenntnis verschiedener Tatsachen und Verhältnisse mit ins Leben hinaus. Und jedermann ist damit zufrieden; es verlangt ja das Leben von jedem gewöhnlichen Bürger die verschiedensten Kenntnisse und Fertigkeiten, und bei den Rekrutenprüfungen muss der junge Schweizerbürger über verschiedene Gebiete seines Wissens und Könnens Aufschluss geben.

Wenn also der Unterricht eine doppelte Aufgabe zu erfüllen hat: Schulung des Geistes und Vermittlung einer gewissen Summe von Kenntnissen und Fertigkeiten, so gilt das ganz besonders auch vom Rechenunterricht. Ja man wird vielleicht geneigt sein, bei diesem Fache in unserer auf den Nutzen und den materiellen Vorteil gerichteten Zeitströmung den Schwerpunkt gerade auf Vermittlung einer gewissen Rechenfertigkeit und auf die Befähigung zur Lösung der bürgerlichen Rechnungsarten zu legen und vielleicht die durch den Rechenunterricht erzielte Geistesgymnastik weniger in Anschlag zu bringen, da man die letztere eben nicht messen, nicht schätzen und nicht in Zahlen auswerten kann. Und es ist begreiflich, dass in dem immer schwieriger werdenden Wettbewerb um eine menschenwürdige Stellung in der Gesellschaft eine ordentliche Sicherheit und Gewandtheit im Rechnen ein nicht zu unterschätzendes Mittel ist, vorwärts zu kommen und sich eine ordentliche Existenz zu gründen.

Bei aller Achtung, die ich vor dem Rechnen als allgemeines Bildungsmittel habe, muss ich doch bekennen, dass ich dafür halte, dass es auch zu einem grossen Teil Selbstzweck ist, ja wohl mehr als irgend ein anderes Unterrichtsfach, und von diesem Standpunkt aus sind auch meine folgenden Gedanken zu beurteilen.

Wenn ich den Rechenunterricht vom praktischen Gesichtspunkte aus ins Auge fasse, d. h. wenn ich mich frage, welche praktischen Ziele er verwirklichen soll, so muss ich von ihm verlangen, dass er die Schüler befähige, mit den vier Grundrechnungsarten rasch und sicher zu operiren und dass er sie in den Stand setze, die einfachen bürgerlichen Rechnungen sicher und gewandt zu lösen. Diese zwei Ziele sind es, welche dem Rechenlehrer immer vorschweben sollen, und ich glaube auch, wenn diese einigermaßen erreicht sind, dass dann die Klagen, die jungen Leute, welche etwa in eine kaufmännische Lehre oder sonst in eine Stellung eintreten, wo sie mit Zahlen zu operiren haben, können nicht rechnen, zum grössten Teil verstummen werden.

Ich erlaube mir, in den folgenden Zeilen einige Gedanken zu äussern, die sich mir während einer mehrjährigen Praxis in verschiedenen Stellungen aufgedrängt haben; es beziehen sich dieselben vorwiegend auf das *schriftliche* Rechnen. Ich halte dafür, dass auf der untern Stufe im schriftlichen Rechnen dasjenige mit reinen und benannten Zahlen ganz entschieden vorwiegen oder gar ausschliesslich betrieben werden soll; auf der obern Stufe aber sollen die bürgerlichen Rechnungsarten in den Vordergrund treten, und zwar soll man sich dabei auf die einfachsten und gewöhnlichsten beschränken und möglichst einfache Verhältnisse berücksichtigen.

Die Grundlage für ein gutes Rechnen ist sicheres und rasches Operiren mit ganzen Zahlen; das kann aber nur durch vielfache Übung erlangt werden. Es müssen daher auf der untern Stufe die vier Spezies so lange und so oft geübt werden, bis eine ordentliche mechanische Fertigkeit und Sicherheit erzielt ist. Es ist ja klar, dass sich alle diese Operationen auf Anschauung von reellen Gegenständen oder Zeichen gründen müssen und dass das erste Rechnen ein bewusstes und überlegendes Operiren mit diesen Zeichen ist; aber allmählig muss dasselbe zur mechanischen Fertigkeit werden, die durch fortgesetzte Übung zum raschen und sichern Rechnen führt. Wenn der Schüler die Multiplikation 3×4 ausführt, so stellt er sich zuerst 3 mal 4 Striche vor, welche er auf seiner Tafel oder auf seinem Blatte zeichnet; oder er denkt an 3 mal 4 Knöpfe, welche er von einem Mitschüler eingehandelt hat, etc. Durch vielfache Übung muss aber diese Multiplikation zu einer mechanischen Fertigkeit werden, so dass sich die Gedankenreihe $3 \times 4 = 12$ gleichsam wie auf einer Maschine abwickelt. Wenn aber etwelche Sicherheit und Gewandtheit erzielt werden soll, so ist viel, sehr viel Übung notwendig, und da wird mich wohl mancher fragen, woher die dafür nötige Zeit nehmen? Da ist nun meine Meinung die, dass die

Zeit, welche dem schriftlichen Rechnen eingeräumt ist, während den ersten vier bis sechs Jahren, je nach den Verhältnissen und der Dauer der Schulzeit, fast ganz oder gar ausschliesslich für das Rechnen mit reinen und benannten Zahlen verwendet werden soll und dass die praktischen Aufgaben einem spätern Alter vorzubehalten sind. Ich weiss wohl, dass ich damit einen Gedanken anspreche, den viele verurteilen werden; ich halte aber doch daran fest und habe meine Gründe dafür. Man wird mir nicht bestreiten wollen, dass ein sicheres und rasches Handhaben der vier Spezies die Grundlage für ein gutes Rechnen ist; diese mechanische Fertigkeit wird aber nur auf der untern Stufe erlangt; da prägen sich dem leicht empfänglichen Geiste und dem willigen Gedächtnisse die mechanischen Zahlenreihen und Zahlenverbindungen noch sehr leicht und ohne Mühe ein, während es bei einem vorgerücktern Alter nicht mehr so leicht geht. Umgekehrt hat das jugendliche Alter für die praktischen Beispiele, welche oft die Kenntniss verschiedener Verhältnisse und Zustände voraussetzen, welche die Fassungskraft des kindlichen Geistes übersteigen, noch kein richtiges Verständnis und ist namentlich auch sehr unbeholfen in der schriftlichen Darstellung derselben, während dem gereiftern Schüler der nötige Einblick in die praktischen Aufgaben viel leichter verschafft werden kann und er die schriftliche Lösung nun verhältnismässig sicher und ohne zu viel Zeitverlust niederschreiben im Stande ist. Ich betrachte diese Art der Verteilung des Stoffes als eine Art Arbeitsteilung, bei welcher der Schüler mit dem geringsten Aufwand an Zeit einen möglichst grossen Nutzen davonträgt.

Man wird vielleicht einwenden, dass das fortwährende Operiren mit reinen und benannten Zahlen die Schüler langweile und dass das Einschalten von praktischen Aufgaben ein heilsames Gegengewicht sei. Ein solches Gegengewicht möchte ich allerdings auch eintreten lassen und zwar auch in der Form von entsprechenden praktischen Aufgaben, doch sollen dieselben nicht schriftlich, sondern im Kopfe, bezw. mündlich gerechnet werden; das Kopfrechnen, dem ich recht viel praktische Beispiele zuweisen möchte, soll die nötige Abwechslung bringen. Übrigens wird auch im schriftlichen Rechnen eine Abwechslung dadurch eintreten, dass die Aufgaben von den Schülern abwechselnd an der Wandtafel und dann in ihren Heften, resp. auf ihren Schiefertafeln in stiller Beschäftigung gelöst werden.

Man mag mir auch entgegenhalten, dass bei der fortwährenden Beschäftigung mit reinen und benannten Zahlen, die ganz losgelöst sind von ihrer realen Grundlage oder abgetrennt von den sachlichen Verhältnissen, in denen sie erst Leben gewinnen und für welche sie nur Be-

deutung haben, dass ein solches Rechnen für die Schüler nicht das nötige Interesse biete, dieses vielmehr dadurch abgestumpft oder ertötet werde. Meine Erfahrung hat mir nun gezeigt, dass die Schüler nur solchen Rechnungen ein lebhaftes Interesse entgegenbringen, welche sie ohne zu grosse Anstrengung lösen können. Dabei ist es ihnen gleichgültig, ob es sich um eine reine Zahlenoperation handelt, oder ob sie einen Zins auszurechnen haben. Der Schüler betrachtet das Rechnen noch als Selbstzweck und nicht als Mittel oder Fertigkeit, womit er im spätern Leben einen Vorteil erlangen kann. Die Hauptsache ist ihm, wenn das gefundene Resultat richtig ist und er dasselbe möglichst sicher und rasch hat feststellen können. Man kann beobachten, dass die Schüler beim Rechnen mit reinen Zahlen, seien sie ganz oder gebrochen, einen recht freudigen Wetteifer entwickeln; mit Lust und Freude machen sie sich an die Aufgabe, und jeder will zuerst fertig sein; denn jeder Schüler ist durch vielfache Übung mit der Operation vertraut; er weiss, wie die Rechnung zu lösen ist und kann daher mit grösserer oder geringerer Sicherheit und Gewandtheit dieselbe zu Ende führen. Bei den praktischen Beispielen liegt die Sache ganz anders; es fehlt dem jugendlichen Geiste gar oft das richtige und volle Verständnis für dieselben und damit auch das lebendige Interesse; wenn sich nun der Schüler der Unterstufe auch nach vorausgegangener sorgfältiger Erklärung an die Lösung machen soll, so tut er das doch nicht mit der Freudigkeit und mit dem Bewusstsein der Sicherheit, wie bei den reinen Zahlenbeispielen, wo die Art der Operation schon gegeben ist. Wenn der Schüler auch die Aufgabe voll und ganz versteht, so macht ihm wiederum die Form der Darstellung Schwierigkeiten, wenn auch dieselbe schon vorher an verwandten oder ähnlichen Beispielen geübt worden ist; so sitzt denn der Schüler oft still brütend, oder vielleicht auch nachsinnend da, während die kostbare Zeit verloren geht. Wenn aber durch fleissiges Kopfrechnen auf der untern Stufe dem Schüler nach und nach Sinn und Verständnis für die praktischen Aufgaben erschlossen werden, so wird er solche Beispiele mit entsprechend schwierigern Zahlenverhältnissen in einem vorgerücktern Alter dann auch leicht schriftlich darstellen können, da die Form der Darstellung ihm nicht mehr so grosse Schwierigkeiten macht. Wenn acht- bis elf- oder zwölfjährige Schüler praktische Beispiele schriftlich darstellen müssen, so liegt die Gefahr nahe, dass die Rechenstunde zur blossen Schreibstunde wird, und dass vielleicht der kleinste Teil der Zeit dem eigentlichen Rechnen zu gute kommt; nach meiner Auffassung hat dann aber die Rechenstunde ihren Zweck verfehlt.

Man wird mir etwa noch einwenden, dass ja die reine Zahl ein

ganz abstrakter Begriff sei, losgelöst von aller Körperlichkeit, von jeder realen Grundlage, und dass sie erst Form und Gestalt gewinne in Verbindung mit körperlichen Grössen, dass sie nur dann zum Träger von Ideen und Gedanken werde und Leben bekomme, wenn sie als benannte Zahl mit andern in Verbindung trete und tatsächliche oder mögliche Beziehungen zu andern Grössen ausdrücke; nun habe aber der Schüler nur für das Interesse, was ihm in fassbarer Gestalt vorgeführt werden kann, während er für rein abstrakte Dinge kein Verständnis besitze; folglich könnte eine vieljährige und intensive Beschäftigung mit reinen Zahlen, d. h. mit rein abstrakten Dingen, das Interesse an den wirklichen Verhältnissen ertöten und einer mechanischen Tätigkeit Vorschub leisten, was vom Übel wäre. Da möchte ich nun fragen, ob nicht viele unserer Gedankenassociationen rein mechanische Vorgänge sind? Wenn wir uns in raschem Vortrage, in eifriger Rede, in der Hitze eines Disputes über eine Sache aussprechen, so kommen uns nicht alle Glieder der Gedankenreihe zum klaren Bewusstsein; in folge vielfacher Wiederholung derselben in ähnlicher oder gleicher Verbindung stellen sie sich ohne anstrengende Geistesarbeit, schon auf das leise Anklopfen bei einem Gedanken in Reih und Glied und erscheinen fast automatenartig auf der Bildfläche, resp. auf dem Felde der Redeschlacht. Diese mechanische Fertigkeit ist absolut notwendig für den Redner, für den, welcher seinen Gedanken in fließender und gewandter Sprache Ausdruck geben will. Ebenso notwendig ist für den Rechner die mechanische Fertigkeit und Gewandtheit im Operiren mit den nackten Zahlen, und erst diese Fertigkeit wird ihn dazu befähigen, solche Beziehungen richtig zu erfassen und logisch zu ordnen, in welchen die Zahlen nicht mehr als abstrakte, tote Begriffe auftreten, sondern in Verbindung mit Grössen der verschiedensten Art Leben und Gestalt gewinnen. Welcher Mathematik-Lehrer der mittlern und obern Stufe macht nicht fast in jeder Stunde, wo es sich um die Auswertung gegebener Beziehungen in bestimmten Zahlengrössen handelt, die leidige Erfahrung, dass die Resultate höchst mühsam und unsicher herauskommen; es fehlt den Schülern in der Regel nicht an dem Verständnis der Aufgabe, wohl aber an der nötigen Sicherheit und Fertigkeit in den Grundoperationen, und damit geht ihnen auch die Lust und Freudigkeit am Rechnen ab, der frohe Mut, eine Aufgabe frisch anzupacken und konsequent durchzurechnen. Das Benützen von Rechnungsvorteilen, namentlich auf einer obern Stufe, mag seine Berechtigung haben, und es soll der Lehrer immer auf naheliegende Rechnungsvorteile aufmerksam machen; es soll das aber nicht in eine Sucht ausarten, in jeder Rechnung solche Vorteile entdecken zu wollen,

um sich der Mühe des mechanischen Ausrechnens entheben zu können. Besitzt der Schüler Gewandtheit und Sicherheit in den Grundrechnungsarten, so wird er sich fröhlich an die Aufgabe machen und dieselbe zu Ende geführt haben, bevor ein anderer vielleicht einen wenig ausgiebigen Rechnungsvorteil entdeckt hat.

Eine vorzügliche Übung ist das Schätzen des Resultates bei einer gestellten Aufgabe, weil dadurch grobe Fehler vermieden werden, wenn der Schüler ungefähr übersehen kann, welches Resultat herauskommen soll; es darf das Schätzen aber auch nicht in ein *Erraten* ausarten; immer, und in allen Fällen muss das Resultat durch wirkliches Rechnen gefunden werden, und ich glaube, der Schüler wird der Versuchung, ein Resultat erraten zu wollen, um so leichter entgehen, je besser er mit den Zahlenoperationen vertraut ist und je mehr die Grundrechnungsarten bei ihm zu einer geläufigen mechanischen Fertigkeit geworden sind. Darum sage ich nochmals: Tüchtiges, gründliches Einüben der Grundrechnungsarten mit reinen (ganzen und gebrochenen) Zahlen bis zur mechanischen Sicherheit und Geläufigkeit ist eine Grundbedingung für einen erfolgreichen Rechenunterricht.

Auf der obern Stufe kann sich das praktische Rechnen auf Grundlage der erlangten mechanischen Fertigkeit aufbauen; da sollen jetzt auch im schriftlichen Rechnen die praktischen Beispiele, die bürgerlichen Rechnungsarten in den Vordergrund treten. Da sollen dann aber wirklich nur praktische Aufgaben gewählt werden, also solche Beispiele, welche direkt aus dem täglichen Leben genommen sind oder doch mit den tatsächlichen Verhältnissen übereinstimmen. Alle Beispiele, welche bloss theoretisches Interesse haben, sollen vermieden werden, wenn sie vielleicht auch geeignet wären, die Denkkraft des Schülers zu fördern. Man hat genug und mehr als genug zu tun, will man dem Schüler das Notwendige und Nützliche beibringen und ihm da zu einiger Sicherheit und Gewandtheit verhelfen. Man dürfte füglich aus mancher Aufgabensammlung noch recht viele Beispiele ausmerzen, welche den tatsächlichen Verhältnissen wenig entsprechen und die zu rechnen der Schüler im spätern Leben wohl kaum in Fall kommen dürfte. So findet man oft Vielsatzrechnungen, welche einen gar schönen Ansatz geben, aber wenig praktischen Nutzen haben, wie etwa das Beispiel mit dem Weber, der in a Tagen bei b -stündiger Arbeit ein Stück von c Meter Länge und d Meter Breite fertig bringt, woran sich dann irgend eine Aufgabe knüpft. Abgesehen von dem Umstande, dass die Arbeitszeit keineswegs proportional ist mit der Breite des Stückes, die auch in der Aufgabe auftritt, hat dieselbe keinen praktischen Wert, weil sie im Leben nicht vorkommt.

Dasselbe gilt von vielen Teilungs- und Gesellschaftsrechnungen mit recht komplizierten Bruchverhältnissen, wie z. B.: A, B, C und D teilen eine Summe so unter sich, dass der Anteil des A sich zu dem des B verhält wie $a:b$; der des B zu dem des C wie $c:d$; der des C zu dem des D wie $e:f$ und ähnliche mehr.

Die wenigsten Schüler kommen im spätern Leben in den Fall, wirkliche Teilungsrechnungen ausführen zu müssen, und wenn einmal diese Aufgabe an sie herantritt, so ist die Teilung nach ganz einfachen Verhältnissen oder proportional mit gegebenen Summen vorzunehmen, welche zum Betrieb eines Geschäftes verwendet werden; solche Fälle soll man bei den Teilungs- und Gesellschaftsrechnungen berücksichtigen, nicht aber Beispiele mit recht komplizierten Bruchverhältnissen herbeiziehen.

Eine ganz besonders sorgfältige Pflege erfordern die Rechnungsarten, welche Prozente in irgend welcher Form aufweisen. Man drückt ja heut zu Tage nicht bloss den Zinsfuss, den Diskont, den Gewinn und Verlust in Prozenten einer gewissen Zahl aus, sondern fast alle Erscheinungen im bürgerlichen und sozialen Leben werden in der Weise in das Gewand von Zahlenverhältnissen gekleidet, dass sie in prozentualen Beziehungen Form und Gestalt erhalten. Darum können solche Rechnungen nicht genug an den verschiedensten Stoffen geübt werden; jedoch ist auch da dem praktischen Leben wieder dadurch Rechnung zu tragen, dass solche Aufgaben, welche im täglichen Verkehr am meisten an den Bürger herantreten, auch in der Schule den vorwiegenden Übungsstoff bilden. So werden z. B. bei den Zinsrechnungen der Ausmittlung des Zinses eine grössere Zahl von Beispielen zu widmen sein als der Bestimmung des Zinsfusses, während die Berechnung des Kapitals mehr in den Hintergrund treten darf und noch mehr die Bestimmung der Zeit.

Bei den Diskont-Rechnungen verschone man die Schüler mit Aufgaben, die etwa lauten: Den 1. Mai wird ein Wechsel von a Franken mit b Franken Diskont gegen bar verkauft; wann wäre derselbe fällig, wenn der Diskont

1. per Monat zu $c\%$ von 100

2. per Jahr mit $d\%$ auf 100

berechnet würde?

Eine solche Aufgabe ist wohl noch keinem Kaufmann, so lange der Wechselverkehr existirt, je vorgekommen. Warum soll sich dann der Schüler mit einer solchen Aufgabe abmühen? Gibt es nichts Vernünftigeres zu tun? Freilich bin ich auch der Ansicht, dass der Schüler

mit dem Wechsel bekannt gemacht werden soll; ja er soll sogar selber Wechselformulare entsprechend einem fingierten Falle, in welchem die Schüler selber die handelnden Personen sind, ausfüllen und solche Wechsel dann diskontieren und das im Laufe eines Jahres zu wiederholten Malen. Man soll aber nicht mehr von ihm verlangen, als von dem Kassierer einer Bank, der bloss den Barwert des Wechsels kennen will und keine andern Kombinationen anstellt. Und dann erst noch eine Unterscheidung in Prozent *von* 100 und Prozent *auf* 100! Warum nicht auch noch Prozent *in* 100? Dann hätte man doch das theoretische Trifolium in schönster Harmonie beisammen! Es ist ein für allemal Übung, dass im kaufmännischen Leben der Diskont, also der Prozent *von* 100 berechnet und von der Valuta subtrahiert wird; so und nur so soll daher auch in der Schule gerechnet werden. Das Diskontieren des Wechsels ist allerdings nur ein verschwindend kleiner Teil der eigentlichen Wechselrechnung; es gehört diese aber weder in die Volks- noch in die Mittelschule, sondern muss der eigentlichen Handelsschule vorbehalten werden. Handelt es sich um die Diskontirung einer Summe, welche vor einer Behörde zu bezahlen ist, da muss dann allerdings der Diskont *auf* 100 berechnet werden. Mit diesen zwei Tatsachen mache man die Schüler bekannt, damit sie im gegebenen Fall wissen, welche Art der Prozentberechnung anzuwenden ist.

Ich halte es überhaupt für unnötig, ja unzweckmässig, in einer Aufgabe anzugeben, ob der Prozent *von*, *in* oder *auf* 100 zu berechnen ist; die betreffende Art der Prozentbestimmung ergibt sich immer aus der Natur der Aufgabe selbst, und das soll dann der Schüler herausfinden, sonst rechnet er gedankenlos nach einer Schablone, ohne sich der tatsächlichen Verhältnisse klar bewusst zu werden. Ein Beispiel wird die Sache klar machen:

Erstes Beispiel. Herr A stellt einen Artikel zum Selbstkostenpreis von 800 Fr. her; er will daran 10 % gewinnen und dem Käufer bei Barzahlung einen Diskont von 5 % gewähren; wie hoch muss er den Verkaufspreis stellen?

<i>Lösung.</i>	Selbstkosten =	Fr. 800. —.
	Gewinn 10 % von Fr. 800 =	„ 80. —.
	Barzahlung =	Fr. 880. —.

Einem Verkaufspreis von 100 Fr. entspricht eine Barzahlung von 95 Fr., folglich muss der Verkaufspreis so oft 100 Fr. sein, als die Barzahlung von 95 Fr. in der Barzahlung von 880 Fr. enthalten ist;

$$\text{also} \quad \text{Verkauf} = \frac{880}{95} \cdot 100 \text{ Fr.} = \text{Fr. 926. 31 Rp.}$$

In diesem Beispiel kommt nun in der Bestimmung des Gewinnes naturgemäss die Prozentberechnung *von* 100 zur Anwendung, während die Ermittlung des Verkaufspreises ebenso naturgemäss eine Prozentberechnung *in* 100 verlangt.

Zweites Beispiel. Der Verkaufspreis einer Ware beträgt mit 8 % Gewinn 1200 Fr., welches ist der Gewinn?

Lösung. Einem Ankaufspreis von 100 Fr. entspricht ein Gewinn von 8 Fr. und ein Verkaufspreis von 108 Fr., der Gewinn beträgt daher so oft 8 Fr. als der Verkaufspreis von 108 Fr. in dem Verkaufspreis von 1200 Fr. enthalten ist; somit

$$\text{Gewinn} = \frac{1200}{108} \cdot 8 \text{ Fr.} = \text{Fr. } 88. 89.$$

Diese Aufgabe verlangt also eine Prozentberechnung *auf* 100.

Den Schülern braucht man übrigens von den drei Arten der Prozentrechnung gar nichts zu sagen, da ja nur die Bezeichnung Prozent, d. h. von oder für 100, korrekt ist; da, sobald man von Prozent spricht, man immer von der Zahl 100 ausgeht und nie von einer grössern oder kleinern Zahl, so dass die Bezeichnungen Prozent *in* 100 und *auf* 100 besser verschwinden würden.

Auf ein Gebiet möchte ich noch aufmerksam machen, welches eine reiche Fülle von passenden praktischen Beispielen liefern kann. Es ist die Länderkunde und ganz besonders unser soziales und volkswirtschaftliches Leben. Wenn im Geographie-Unterricht die Grösse eines See's oder eines Landes in km^2 oder Quadratmeilen angegeben wird, so hat die Zahl allein einen sehr geringen Wert, wenn mit derselben nicht eine bekannte Flächenvorstellung verbunden werden kann. Man lasse daher im Rechenunterricht das Grössenverhältnis der bekannten Gemeinde zum Bezirke, das des letztern zum Kanton, das des Heimatkantons zu einem Nachbarkanton oder zur ganzen Schweiz, das der Schweiz zu einem benachbarten Lande bestimmen. Die Länge eines am Orte durchfliessenden Baches drücke man durch ein im Vorstellungskreis des Schülers liegendes Mass aus, wo z. B. die Entfernung zweier bekannter Ortschaften der Massstab sein mag; messe dann mit dem Bach einen Fluss, mit dem letzteren einen Strom der engern oder weitem Heimat und mit diesem einen Strom, der sich durch ferne Lande windet und ins weite Weltmeer sich ergiesst. Das gleiche Verfahren kann angewendet werden, um sich einigermaßen eine Vorstellung von den Höhen verschiedener Berge zu machen. Die Bestimmung dieser Verhältnisse gibt Stoff zu hübschen Divisionsaufgaben; sie haben eine reale Grundlage und der Schüler bringt ihnen gewiss ebenso viel Interesse entgegen, wie mancher

andern Aufgabe, die aus dem praktischen Leben genommen sein soll, die er aber später nicht wird verwenden können und die ihm auch in sachlicher Beziehung keinen Gewinn bietet.

Ganz besonders möchte ich aber solchen Beispielen das Wort reden, die aus dem volkswirtschaftlichen und staatlichen Leben genommen sind; dabei denke ich z. B. an Aktiengesellschaften und an die Verwaltungsberichte der in neuerer Zeit entstandenen kleinern Berg- und Strassenbahnen. Da hat man Gelegenheit, den Schülern den Begriff von Aktien und Obligationen zu erklären und den Unterschied zwischen den beiden zu demonstrieren. Bei dem heute immer weiter um sich greifenden Verkehr und bei dem Streben unserer Zeit nach Vereinigung der geringen Kräfte und kleinen Kapitalien zu genossenschaftlichem Betriebe halte ich es für durchaus geboten, die Schüler der obersten Klasse namentlich der Mittelschulen auf diese Verhältnisse aufmerksam zu machen; es ist das auch ein Stück Vaterlandskunde und jedenfalls nicht das unwichtigste. Man benutze nun den Bericht einer oder mehrerer solcher Gesellschaften, um daraus dem Fassungsvermögen des Schülers entsprechende Aufgaben zu entnehmen; er wird für dieselben ebensoviel Verständnis besitzen und ihnen ebensoviel Interesse entgegenbringen, wie z. B. der Berechnung des Zinses von einem Kapital, das er nicht besitzt. Dazu wäre dann allerdings zu wünschen, dass in dem Rechnungsbüchlein, welches der Schüler in der Hand hat, sich Abdrücke von Aktien und Obligationen vorfinden. Auch unsere Banknotenwirtschaft gibt Stoff zu recht interessanten Berechnungen der verschiedensten Art; so kann man rechnen, wie gross die durchschnittliche Banknotenzirkulation auf den Kopf der Bevölkerung war in verschiedenen Jahren; um wie viel Prozent sie sich von einem Jahr zum andern vermehrte; in welchem Verhältnis Bardeckung und Notenzirkulation zu einander stehen; wie gross der Gewinn der Banken ist, der sich aus der Summe ergibt, für welche keine Bardeckung vorhanden ist und welche als unverzinsliche, beim Volke gemachte Anleihe betrachtet werden kann, wobei die Annahme eines ganz niedrigen Prozentes genügen mag.

Die ältesten Schüler, sowohl der Mittel- als auch der Volksschule, sollen mit diesen drei Wertpapieren: Obligation, Aktie und Banknote bekannt gemacht werden; denn nicht nur für den spätern Kaufmann oder Bankbeamten ist deren Kenntniss unerlässlich, sondern sie kann auch dem gewöhnlichen Menschen von Nutzen sein, abgesehen davon, dass in einem demokratischen Staat jeder Bürger wissen soll, in welcher Form die finanzielle Seite vieler Geschäfte regulirt wird und durch welche Mittel die Abhängigkeit zwischen den wirklichen Gütern und dem gesetzlich verbrieften Anspruch auf diese Güter ausgedrückt wird.

Recht hübsche Rechenbeispiele können den Verwaltungsberichten über kleinere und grössere militärische Übungen entnommen werden und solche lassen sich noch leicht vermehren, wenn man ein Verwaltungsreglement zu Rate zieht. So lasse man für eine Kompagnie oder ein Bataillon oder ein Regiment den Sold für einen Wiederholungskurs berechnen, ebenso die Auslagen für Brot, Fleisch etc. im Friedens- und im Kriegsverhältnis; man berechne den erlaubten Verbrauch von Holz, den nötigen Raum für ein Kantonement, den Bedarf an Fourage für eine Batterie für ein bestimmte Anzahl Tage etc.

Ein reiches Material zu recht interessanten und lehrreichen Berechnungen liefern uns auch die Berichte über die eidgenössische Post- und Zollverwaltung, die Berichte über Einfuhr und Ausfuhr von Produkten und Erzeugnissen der verschiedensten Art, ebenso die Ergebnisse der Volkszählung, indem man z. B. die Vermehrung der Bevölkerung oder auch das Verhältnis der in den Hauptberufsarten Beschäftigten zur gesamten Bevölkerung in Prozenten ausdrückt, indem man für zwei Perioden die diesbezüglichen Schwankungen hervorhebt, durch Zahlen konstatiren lässt und den Grund dieser Veränderungen angibt (Allmählig wechselndes Verhältnis zwischen Land- und Stadtbevölkerung, zwischen Landwirtschaft und Industrie treibender Bevölkerung).

Alle diese Gebiete des öffentlichen Lebens, von welchen uns die Tagesblätter und Verwaltungsberichte von Zeit zu Zeit Kunde bringen, bieten der Schule ein sehr geeignetes Material für die so wichtige Prozentrechnung. Es macht sich ja überall immer mehr das Bestreben geltend, die Abhängigkeit einer durch Zahlen angebbaren Grösse von einer andern in Prozenten auszudrücken und das wohl mit Recht, weil dieser Massstab eine genaue Beurteilung der Beziehung zwischen zwei in Zahlen ausdrückbaren Grössen zulässt. Darum ist es von grosser Wichtigkeit, dass in den obern Klassen der Volks- und Mittelschulen diese Prozentrechnungen an den verschiedensten Stoffen recht vielseitig geübt werden, damit der Schüler das Wesen dieser Rechnung erfasse und nicht in der Idee befangen bleibe, der Begriff Prozent müsse notwendig mit Zins und Zinsrechnung in Verbindung stehen.

Man wird mir vielleicht einwenden, diese Beispiele stehen wohl auf einem realen Boden; sie haben aber doch geringen praktischen Nutzen, da die wenigsten Schüler im spätern Leben in Fall kommen, in der besprochenen Materie Rechnungen anstellen zu müssen. Das gebe ich zu, frage aber zugleich, wie mancher Schüler kommt später in seinem Berufsleben dazu, einen Vielsatz, eine Teilungsrechnung mit recht komplizierten Verhältnissen oder eine Gesellschaftsrechnung machen zu müssen?

Und doch wurde solchen Rechnungen bisher unbeanstandet mehr oder weniger Raum in den Aufgabensammlungen und Zeit in den Schulen eingeräumt. Und wie mancher Schüler ist so glücklich, später den Zins seiner Kapitalien rechnen zu können oder gar kalkuliren zu dürfen, wie er sein Geld anlegen muss, damit es ihm am meisten Prozente abwirft? Das Rechnen des gewöhnlichen Bürgers im praktischen Leben ist ein höchst einfaches und vollzieht sich in engen Grenzen, und wer in der Schule gelernt hat, rasch und sicher mit Zahlen zu operiren, und wer an der Hand vernünftiger praktischer Beispiele zu richtigem Überlegen und logischem Schliessen angeleitet wurde, der wird sich später in den Rechnungen, welche das gewöhnliche Leben von ihm verlangt, leicht zurecht finden. Soll aber der heranwachsende Bürger als angehender Handwerker eine Kostenberechnung oder der junge Handelsbegriffene eine Warenkalkulation machen, so sind der Handwerksmeister und der fürsichtige Kaufherr da, welche den Jungen das lehren sollen; dafür macht der letztere ja die Lehrzeit. Es hat die Volksschule und auch die Mittelschule, sofern sie nicht über das schulpflichtige Alter hinausgeht, keinem bestimmten Berufe zu dienen; sie ist eben Erziehungsanstalt für alle und hat folglich auch im Rechnen die Interessen aller im Auge zu behalten, wobei allerdings die Verhältnisse der ganzen Schule resp. der die Schule alimentirenden Bevölkerung in Berücksichtigung zu ziehen sind, indem man z. B. wohl in der Auswahl der Aufgaben für Stadt und Land einen Unterschied machen muss. Ich möchte mich aber gegen die Forderung gewisser Kreise verwahren, dass die Volks- und die Mittelschule den Schüler im Rechnen gerade so vollkommen gedrillt an das Leben abgeben soll, dass er in den Mechanismus eines kaufmännischen oder Bank-Betriebes einspringen und da als eingeschultes Glied gleich weiter arbeiten könne. Die rechnerische Heranbildung junger Leute für bestimmte Berufskreise ist nicht Aufgabe der Volks- und Mittelschule, sondern der Berufsschulen; dafür hat man Gewerbeschulen, Handwerkerschulen, Handelsschulen etc.; hier sollen die Schüler auch in rechnerischer Beziehung so viel erlernen, dass sie später die Rechnungen, die der betreffende Beruf von ihnen verlangt, leicht bewältigen können. Aber auch von den so vorgebildeten jungen Leuten kann ein Lehrherr nicht verlangen, dass sie nun gerade *seine* Art der Kalkulation kennen; die Spezialitäten hat *er* sie zu lehren; dafür sind die Jungen eben Lehrlinge; dagegen das darf er mit Fug und Recht fordern, dass sie, ob von einer Volksschule, oder einer Mittelschule oder einer Berufsschule kommend, die mechanische Fertigkeit und Sicherheit im Rechnen mit reinen Zahlen besitzen und dass sie im stande seien, in einer Aufgabe

das Gegebene vom Gesuchten zu unterscheiden und, wenn dieselbe in ihrem Anschauungskreis liegt, aus dem erstern das letztere ableiten zu können.

Wenn ich solchen Rechnungsbeispielen, welche in der oben angedeuteten Weise aus dem staatlichen und dem volkswirtschaftlichen Leben genommen sind, das Wort rede, so gehe ich dabei namentlich von dem Gedanken aus, dass man im Rechenunterricht, wo es sich um absolute Wahrheit handelt, dem Schüler nicht bloss mehr oder weniger wahrscheinliche oder mögliche Beispiele bieten soll, sondern dass dieselben den tatsächlichen Verhältnissen entsprechen oder doch so viel als möglich nahe kommen sollen. Ich glaube, dass die erwähnten Gebiete ganz besonders geeignet sein dürften, das Interesse des Schülers zu erregen und ihn zu veranlassen, sich mit Lust und Liebe an eine Aufgabe zu machen; damit ist schon sehr viel erreicht. Zugleich geben solche Aufgaben dem Lehrer auch Veranlassung, den Schülern über verschiedene Gebiete unseres öffentlichen Lebens kurze passende Belehrungen zu geben und, falls er auch Lehrer der Geographie resp. Vaterlandskunde ist, dieselben hier weiter auszuführen; damit ist beiden Fächern gedient.

Zwei Punkte, welche zwar mit meinen soeben entwickelten Ideen nicht in Zusammenhang stehen, deren Berücksichtigung aber doch auch auf einen erfolgreichen Rechenunterricht Einfluss haben könnte, darf ich hier noch berühren.

Man gibt sich oft Mühe, eine Aufgabe nach allen möglichen Gesichtspunkten zu betrachten und auf die verschiedensten Arten zu lösen und das gewiss in der löblichen Absicht, dem Schüler das Verständnis der Aufgabe ja recht zu erschliessen. Soll sich dann der Schüler nach der Erklärung an die Lösung machen, so wird der intelligente vielleicht bald den einfachsten Weg gefunden haben, der mittelmässig und der schwach begabte weiss sich dann aber in all den verschiedenen Wegen nicht mehr zurecht zu finden, da dieselben ihn nur verwirren, so dass das Resultat seiner Bemühungen Null ist.

Man gewöhne daher die Schüler von Anfang an eine bestimmte Darstellung, sowohl mündlich als schriftlich, und an eine bestimmte Sprechweise bei allen Operationen. Es mag das pedantisch klingen und einer Schablone gleichen; es gibt aber viele Leute, die eine solche haben müssen und nur nach einer solchen arbeiten können, und die gleich verwirrt werden, wenn sie zwischen verschiedenen Darstellungen wählen sollen. Wird eine Rechnungsart, betreffe es ein reines Zahlenbeispiel oder eine angewandte Aufgabe, in verschiedenen Formen dargestellt, so kommt keine derselben zum klaren Bewusstsein und im gegebenen Fall

steht dem Schüler keine mehr zur Verfügung. Wird dagegen eine und dieselbe Form der Darstellung immer und immer wieder geübt, so wird dieselbe mit dem betreffenden Beispiel gleichzeitig wieder ins Bewusstsein treten, und der Schüler wird sich frisch an die Lösung machen können. Ich glaube nicht, dass mir deshalb jemand den Vorwurf machen wollte, ich rede einem gedankenlosen Rechnen das Wort; auch bei dieser *einen* Form der Darstellung soll der Schüler sich und ändern zu jeder Zeit Rechenschaft über seine Tätigkeit geben können.

Bei den Rekrutenprüfungen zeigt sich oft die betrübende Erscheinung, dass junge Leute, welche eine höhere Lehranstalt besucht haben, ja solche, welche ein Maturitätszeugnis besitzen, sich sowohl im mündlichen als schriftlichen Rechnen höchst unbeholfen zeigen und zur Lösung einfacher Aufgaben alle möglichen Formeln anwenden wollen, statt frisch darauf los zu rechnen. Diese Erscheinung spricht gerade für die hier vertretene Ansicht, dass dem Rechnen mit reinen Zahlen, der Erzielung einer nie versagenden mechanischen Fertigkeit und Sicherheit vielenorts noch zu wenig Aufmerksamkeit geschenkt wird. Die jungen Leute scheuen die Arbeit und Mühe des Operirens mit den nackten Zahlen, weil sie mit dieser Arbeit zu wenig vertraut sind und suchen dafür die Resultate durch Anwendung von allerlei Formeln oder Vorteilen zu ergründen oder auch bloss zu erraten.

Diese keineswegs erfreuliche Erscheinung dürfte einem wohl den Wunsch nahe legen, dass auch in den obern Lehranstalten, in den Real- oder Industrie- oder Gewerbeschulen und in den obern Gymnasien, also in allen Schulen, welche direkt auf das Polytechnikum oder die Universität vorbereiten, das Zifferrechnen sowohl an reinen Zahlen als auch an praktischen Beispielen fort und fort geübt werden sollte. Es sollte der betreffende Lehrer der Mathematik von Zeit zu Zeit eine halbe oder ganze Stunde zu einfachen Bruch-, Zins- und Prozentrechnungen etc. verwenden und diese Übungen fortführen bis zur Maturität. Die dafür verwendete Zeit wäre gewiss nicht verloren; denn bei den Schülern, welche ihre mathematischen Studien fortsetzen, wird ein Mehr oder Weniger von einigen Formeln und Lehrsätzen untergeordneter Natur wohl kaum einen Einfluss auf das weitere Fortkommen in ihrem Fachstudium haben; es bietet ihnen dieses dann noch Gelegenheit genug, sich so recht nach Herzenslust in den verschiedenen Gebieten der edlen Mathematik zu tummeln. Für diejenigen aber, welche schon vor der Maturitätsprüfung oder gleich nach derselben ins praktische Leben übertreten oder ein nicht mathematisches Fach zum Gegenstand ihres spätern Studiums erwählen, haben z. B. sphärische Trigonometrie, analytische Geo-

metrie oder gar die Infinitesimalrechnung keinen direkten Nutzen, sondern bloss formalen Bildungswert; sie werden also einige nebensächliche Kapitel dieser Disziplinen ohne Nachteil entbehren können, während ihnen die Fertigkeit im Zifferrechnen und die Vertrautheit mit den bürgerlichen Rechnungsarten doch mehr Nutzen gewährt. Dann werden sie auch an den Rekrutenprüfungen den Anforderungen im Rechnen besser entsprechen können.

Die Berichte über die Rekrutenprüfungen in den letzten Jahren klagen fast durchweg über mangelhafte Leistungen im Rechnen und konstatiren sogar eine Abnahme der guten und eine Zunahme der schlechten Noten. Hängt nicht diese Erscheinung vielleicht damit zusammen, dass auf der untern Stufe das mechanisch fertige Rechnen zu wenig geübt wird und man zu früh zu praktischen Beispielen übergeht; man will eben ernten ohne etwas Rechtes ausgesät zu haben.

Ich habe in meinen Erörterungen von einer untern und obern Schulstufe gesprochen; wo die Grenzscheide zwischen diesen beiden gezogen werden soll, das lässt sich natürlich nicht allgemein festsetzen; es hängt das von der Dauer der Schulzeit und von den Verhältnissen einer Schule ab. Da wo die Schulzeit acht oder neun Jahre dauert, sollte während der ersten fünf bis sechs Jahre die dem schriftlichen Rechnen eingeräumte Zeit fast ausschliesslich zur Erzielung der mechanischen Sicherheit und Fertigkeit im Operiren mit reinen Zahlen verwendet werden. Wo die Schulzeit eine kürzere ist, mag auch die Grenze entsprechend nach unten verschoben werden.

Ich schliesse mit folgenden Gedanken:

Gründliche Einübung der Grundrechnungsarten auf der untern Stufe bis zur mechanischen Sicherheit und Fertigkeit im Operiren;

Herbeiziehung des staatlichen und volkswirtschaftlichen Lebens zur Bildung von Rechnungsbeispielen für die obere Stufe behufs Weckung des Interesses

dürften geeignet sein, manchen Vorwurf, der gegen das Schulrechnen erhoben wird, zu beseitigen und noch nach verschiedenen Richtungen bessere Resultate erzielen zu helfen.