**Zeitschrift:** Schweizer Schule
**Herausgeber:** Christlicher Lehrer- und Erzieherverein der Schweiz
**Band:** 44 (1957)
**Heft:** 2

**Artikel:** Gymnasium und Hochschule : Schwierigkeiten in mathematischen Anfängervorlesungen

**Autor:** Pfluger, Albert

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-527884

**Nutzungsbedingungen**
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 10.07.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

# Gymnasium und Hochschule: Schwierigkeiten in mathematischen Anfängervorlesungen

Prof. Dr. Albert Pfluger, Eidg. Technische Hochschule, Zürich

Welchen Schwierigkeiten begegnen Studierende des ersten Semesters in Mathematikvorlesungen an den verschiedenen Abteilungen der ETH?
Während Absolventen des Maturitätstypus C im großen und ganzen mit einer gewissen Selbstverständlichkeit das erste Semester durchlaufen, bestehen für jene des Typus B und vor allem des Typus A anfängliche Spannungen und Schwierigkeiten, die je nach Begabung und Arbeitskraft der Einzelnen verschieden groß sind und auch von der absolvierten Mittelschule abhängen. Darüber will ich hier etwas berichten und mich dabei auf Studenten aus Schulen mit Maturitätstypus A, wie den innerschweizerischen Gymnasien und ähnlichen, beschränken. Es sind Erfahrungen, die der Schreibende aus einem vieljährigen propädeutischen Mathematikunterricht an verschiedenen Abteilungen der ETH gewonnen hat. Daß dabei alles in einem »summarischen« Sinne zu verstehen ist, bedarf keiner Betonung.
Ursache der erwähnten Spannungen und Schwierigkeiten ist die in vieler Hinsicht veränderte Situation auf der Hochschule. Dies ist zwar für alle das ersehnte Ziel, und doch gibt es solche, die lange nicht merken, daß sie ihre traute Schulstube mit dem Auditorium einer Hochschule vertauscht haben. Daß der Unterricht in Form von Vorlesungen und Übungen erteilt wird, bereitet keine ernsthaften Schwierigkeiten; das Dozieren ist leider auch vor der Matura keine seltene Ausnahme. Neu ist im allgemeinen der Gegenstand der Vorlesung. Aber in der Mathematik wird »von vorne« begonnen. Das vorausgesetzte Wissen, das man »schwarz auf weiß« besitzen kann, wird durch das Maturitätsprogramm vorgeschrieben, mit Ausnahme von Darstellender Geometrie, deren Elemente auch an Schulen vom Typus A in Spezialkursen angeeignet werden können.
Eine wesentliche Quelle von Schwierigkeiten kann das *Tempo* einer Vorlesung sein, demgegenüber eine Schulstunde recht gemütlich erscheint. Hier geht man behutsam, in einzelnen Schritten vorwärts. Jeder Schritt wird gut kontrolliert, und nachdem allfällige Gleichgewichtsstörungen sorgfältig behoben sind, wird zu einem nächsten Schritt ausgeholt. Die Vorlesung dagegen ist mit einem flüssigen Gehen zu vergleichen. Damit soll nur der Unterschied markiert werden. Einerseits muß beim Erlernen der Schulmathematik mit viel Umsicht und Geduld vorgegangen werden, anderseits darf die Hochschule eine gewisse Leichtigkeit im Umgang mit mathematischen Dingen voraussetzen.
Geführt werden ist leichter, als selbst zu gehen. Deshalb glauben viele, der Vorlesung folgen zu können, haben aber in den *Übungen* erhebliche Schwierigkeiten. Dies ist auch nicht verwunderlich, wenn man weiß, wie auf der Mittelschule der mathematische Aufgabenbetrieb oft aussieht. Da wird in der Schulstunde eine Methode allgemein, d.h. in allgemeinen Größen, durchgenommen, und die Aufgaben bestehen darin, dies in bestimmten Größen nachzumachen. Man behandelt in der analytischen Geometrie z.B. die Aufgabe, die Gleichung jener Geraden zu bestimmen, welche eine Ellipse mit den Halbachsen a und b in normaler Lage zum Koordinatensystem in einem Punkte (x, y) berührt. Diese allgemeine Aufgabe wird dann in vielen konkreten Fällen nachgemacht. Ein solcher mechanischer Übergang vom Allgemeinen zum Konkreten durch bloßes Einsetzen ist langweilig, dient lediglich zur Kontrolle, ob der Schüler die Methode versteht, und hat wenig bildenden Wert. Er erweckt überdies den Eindruck, als ob in der Möglichkeit, eine allgemeine Methode auf konkrete Fälle hin zu spezialisieren, die einzige Freiheit oder sogar das Wesen der Mathematik bestehe. Phantasie, Kombinationskunst, Induktion, Vergleichen, Vermuten, Kontrollieren usw., alle diese wertvollen geistigen Fähigkeiten kommen hier überhaupt nicht zum Zug.
Nicht selten ist es der ganz andere, ihm *ungewohnte Aspekt des Mathematischen,* der den Studenten auf der Hochschule überrascht. Diesen Gedanken muß ich etwas erklären.
Die Elemente des Euklid, ein um 300 v. Chr. in

Alexandria entstandenes Werk, hatten eine ganz gewaltige Wirkung. Es war neben der Bibel das verbreitetste Buch der Weltliteratur, im Laufe der Zeiten sind gegen 1700 Ausgaben erschienen, durch zwei Jahrtausende hindurch war Unterricht in Geometrie gleichbedeutend mit Unterweisung in den Elementen des Euklid, und das darin angewandte Verfahren, der sogenannte *mos geometricus,* galt lange als die vorbildlichste wissenschaftliche Methode. Sie besteht darin, aus wenigen unmittelbar einleuchtenden Grundsätzen alles andere rein logisch zu deduzieren. Dies ist wohl ein Charakterzug einer mathematischen Disziplin in *fertigem* Zustand, trifft aber niemals das Wesen der Mathematik, vor allem nicht in ihrem *Werden,* und sollte auch auf der Schule nicht in dieser fertigen Form dargeboten werden. Nicht das Lernbare, sondern das Findbare ist das Reizvolle an der Mathematik. Treffend hat sich der berühmte Mathematiker J. J. Sylvester 1869 (Collected Mathematical Papers, vol. II, p. 650) gegen die verkehrte Ansicht über seine Wissenschaft zur Wehr gesetzt, die damals der bekannte Biologe und Philosoph H. Huxley vorgebracht hatte. Er zitiert zuerst Huxley:

»Die mathematische Methode ist fast ganz deduktiv. Der Mathematiker beginnt mit wenigen einfachen Sätzen, deren Beweis so einleuchtend ist, daß sie „selbstverständlich" genannt werden, und der Rest besteht aus subtilen Schlüssen aus denselben. Das Lernen von Sprachen, jedenfalls wie es gewöhnlich getrieben wird, ist von gleicher Beschaffenheit. Autorität und Tradition liefern die Daten, und die geistige Arbeit ist deduktiv.«

Dann entgegnet er:

»Nach diesen etwas eigentümlichen Sätzen könnte man meinen, die Aufgabe des Mathematikstudenten sei, nach Prof. Huxley, aus einer begrenzten Anzahl von Sätzen (die auf Flaschen gezogen und für den zukünftigen Gebrauch etikettiert sind) jeden gewünschten Schluß zu ziehen durch einen Prozeß vom selben Charakter, wie der Sprachschüler ihn beim Deklinieren und Konjugieren seiner Substantiva und Verba anwendet, die Lösung eines mathematischen Problems bedürfe derselben geistigen Fähigkeiten, wie die Konstruktion einer Satzperiode. Ich denke, keine Behauptung ist weniger vereinbar mit der Tatsache, daß die mathematische Analysis stetsfort neue Prinzipien, neue Ideen, neue Methoden zu Hilfe zieht, die in keiner Weise durch Worte zu definieren sind, sondern unmittelbar in den Urkräften des menschlichen Geistes ihren Ursprung haben; sie entstehen aus der stets wiederholten Betrachtung jener innern Gedankenwelt, deren Erscheinungen ebenso mannigfaltig und kompliziert sind, wie diejenigen der äußeren Welt der Materie. Die Analysis beansprucht fortwährend die Fähigkeiten zur Beobachtung und zum Vergleich, eine ihrer wichtigsten Waffen ist die Induktion, häufig greift sie auf das Experiment zurück, sowohl zu Versuchszwecken als zur Kontrolle. So gewinnt sie einen unendlichen Spielraum für die höchsten Leistungen der Vorstellungskraft und der Erfindungsgabe.«

Auf die Schule übertragen bedeutet dies, gegenüber einer starren euklidischen (dogmatischen) Methode, *heuristische Gesichtspunkte* in den Vordergrund rücken. Ein bloß tradierender und das Regelhafte betonender Unterricht ist für den Anschluß an die Hochschule wenig förderlich. Nicht daß die Resultate deduziert, sondern daß sie kontrolliert werden können, ist entscheidend. Die *Kontrollierbarkeit* der Aussagen auf ihren Wahrheitsgehalt ist für die Wissenschaft charakteristisch. So darf man auch in der Mathematik erst intuitiv ein Resultat erraten, um es dann auf seine Richtigkeit nachzuprüfen.

Wer unversehens in eine dunkle Höhle gerät, hat zwei Möglichkeiten, sich zu orientieren. Er zündet entweder ein Licht an und kann so seine Umgebung unmittelbar erkennen, oder er befragt jemanden, der schon früher in der Höhle war, und sie genau kennt. Ist nicht die erste Methode besser – sofern er selbst ein Licht anzuzünden vermag –, und wäre es nicht eine schöne Aufgabe der Mathematik, den Schüler zu lehren, selbst Lichter zu entzünden – in seinem Geist?

Auf die Frage, was ein Student von der Schule in die Mathematikvorlesung des ersten Semesters mitbringen soll, um nicht großen Schwierigkeiten zu begegnen, möchte ich antworten: Ein genügendes *mathematisches Training.* Damit meine ich eine gewisse Dosis *mathematischen Denkens* und eine gewisse *Selbständigkeit im Lösen von Aufgaben,* weniger die Routine als ein zweckmäßiges Vorgehen. Daß dieses Training bei Studierenden mit einem Maturitätstypus A im allgemeinen weniger entwickelt ist, braucht nicht betont zu werden. Bei der oft überwiegenden sprachlichen Betonung und der geringen Stundenzahl kann das Mathematische kein blühendes Dasein fristen. Einem solchen Studenten geht es dann wie einem Skifahrer, der vom Übungsgelände der Skischulen, wo er sich verhältnismäßig gut bewegen kann, zum ersten Mal auf eine Skitour geht, oder einem guten Wanderer auf den Hügeln unseres Mittellandes, der plötzlich im Wallis Touren unternimmt. Er »fremdet« in dem ganz andern Gelände. Bei genügender physischer

Konstitution (im Falle des Touristen) und Durchhaltewillen wird er trotz geringeren Trainings zum Ziel kommen, sonst aber zurückbleiben. Eine wirklich gute intellektuelle Begabung und gehörige Arbeitskraft können diesen Studierenden über die anfänglichen, oft großen Schwierigkeiten hinweghelfen. Oft habe ich erlebt, daß Studenten mit recht dürftigen Leistungen am Anfang es im zweiten Semester zu ordentlichen Leistungen gebracht haben. (Natürlich habe ich auch anderes erlebt!) Wer aber diese erste Bewährungsprobe erfolgreich bestanden hat, wird es mit seinen intellektuellen und charakterlichen Fähigkeiten und nicht zuletzt mit seiner allgemeineren humanistischen Bildung in den höhern Semestern zu beachtlichen, selbständigen Leistungen bringen können.

Die hohe menschliche Verantwortung des heutigen Ingenieurs macht es wünschenswert, mehr Humanisten in der Technik zu haben. Wäre es nicht verdienstvoll, einer größern Zahl von Absolventen des Typus A ein erfolgreiches Ingenieurstudium zu ermöglichen suchen?

**Vergessen Sie unser Unterrichtsheft nicht!**

Alle, die das Unterrichtsheft noch nicht näher kennen, möchten wir einladen, *ganz unverbindlich ein Ansichtsexemplar* zu bestellen. Das Heft erleichtert die tägliche Vorbereitung und eignet sich für die Lehrkräfte aller Stufen, auch für die Fachlehrer. (Preis Fr. 3.15) *Bestelladresse:* Anton Schmid, Lehrer, *Schachen/Lu.*

## Umschau

### Katholischer Lehrerverein der Schweiz

*Leitender Ausschuß.* Sitzung vom 1. Mai 1957 in Luzern.

1. Die Arbeiten für die Zentralkomitee-Sitzung am 29. Mai 1957 im Hotel Urania, Zürich, werden besprochen und verteilt.
2. Der Redaktor der »Schweizer Schule«, Herr Dr. Niedermann, orientiert über Abonnentenstand, Werbesitzung, die Gestaltung des Leitartikels jeder Nummer, die Honorare der Mitarbeiter, die Raumausnützung in der Zeitschrift usw.
3. Die Abrechnung über die Inserate der Reisekarte liegt vor.
4. Die Delegierten für die in Wien stattfindende III. Tagung des Weltbundes katholischer Erzieher und für die 60-Jahr-Feier der Katholischen Lehrerschaft Österreichs werden bestimmt.
5. Über die nächste Jahresversammlung trifft man die ersten vorbereitenden Maßnahmen.
6. Probleme zur Seminarfrage, zu den Bibelwandbildern und zu Jugendzeitschriften werden diskutiert.

Der Protokollführer: *F. G. Arnitz*

### Albert-Elmiger-Fonds

| | |
|---|---|
| Bestand lt. letzter Aufstellung | Fr. 615.– |
| Sektion Luzern KLVS | Fr. 50.– |
| X., H. | Fr. 5.– |
| Lehrerschaft Emmen | Fr. 25.– |
| Neuer Bestand | Fr. 695.– |

Wir danken allen Spendern herzlich und empfehlen den Fonds dem weitern Wohlwollen.

Hilfskasse des Kath. Lehrervereins
»Albert-Elmiger-Fonds«
Postcheck VII 2443, Luzern

### Die Wiedereröffnung des freien katholischen Lehrerseminars St. Michael, Zug

*Das Ideal der konfessionellen Schule*

... Wer die Stimme der Päpste und das kirchliche Gesetzbuch kennt, kann keinen Augenblick daran zweifeln, daß die katholische Kirche die konfessionelle Schule nicht nur als Ideal hinstellt, sondern mit größter Eindringlichkeit fordert. Sie verpflichtet uns, alles zu tun, was in unserer Macht ist, um unsern Kindern nicht bloß einen Schulunterricht zu gewähren, der durch Religionsstunden ergänzt wird, sondern eine ganzheitliche Bildung und Erziehung, die von unten bis oben vollständig durchdrungen ist vom christlichen Geist. Sie warnt vor der neutralen Schule ebenso eindringlich wie vor einer Mischehe und duldet sie nur im Notfall und mit den entsprechenden Kautelen.

Es ist uns allen klar, daß diese Forderung nicht überall vollständig durchgeführt werden kann. Dann müssen wir wenigstens alles tun, um an den neutralen Schulen den aggressiven unchristlichen Geist einzudämmen und überzeugte katholische Lehrer in neu-