Zeitschrift: Schweizer Ingenieur und Architekt
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 101 (1983)
Heft: 7: Prof. Dr. Bruno Thürlimann zum 60. Geburtstag II.

Artikel: Einfache Berechnung von Rahmen-Schubwand-Systemen
Autor: Zimmerli, Bruno
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-75084

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Grenzwerte werden aber vielfach auch der sogenannten *Querschnittsbruchbemessung* zugrunde gelegt. Eine solche hybride, i.a. auf der sichern Seite liegende Art des Tragfähigkeitsnachweises kann bei gekrümmten Tragsystemen aber noch weit weniger befriedigen als bei geraden, denn es treten hier grosse, miteinander gekoppelte Biege- und Torsionsmomente auf, deren für die Querschnittswiderstände ungünstigste Kombination oft ganz verschiedenen Lastfällen entsprechen. So kann z. B. bereits eine geringfügige Verschiebung der Momentenschlusslinie zu einer ganz beträchtlichen Veränderung der zugehörigen Torsionsmomente führen. Eine solche hybride Bemessung ist daher nicht nur theoretisch inkohärent; sie kann überdies sehr unwirtschaftlich sein, vor allem was die Querbewehrung betrifft.

Die hier kurz dargelegte Plastizitätstheorie gekrümmter Träger erlaubt es dagegen, den Grenzzustand der Tragfähigkeit auch für solche komplizierten Systeme zutreffend zu erfassen. Dies ist vor allem im Hinblick auf eine optimale Bemessung der Querbewehrung von Bedeutung, die – wie gezeigt wurde – durch eine zweckmässige Abstufung der Längsbewehrung massgeblich und günstig beeinflusst werden kann.

Ein Vergleich der hier entwickelten Theorie mit den leider nur spärlich vorhandenen Versuchsergebnissen [11] hat eine sehr befriedigende Übereinstimmung ergeben.

Abschliessend sei noch darauf hingewiesen, dass in [1] eine vereinfachte, manuelle Methode hergeleitet wurde, die vor allem für die tägliche Entwurfspraxis gute Dienste leisten kann.

Adresse der Verfasser: Prof. Dr. *R. Walther*, Dr. *B. Houriet*, IBAP, EPFL, 1015 Lausanne.

Einfache Berechnung von Rahmen-Schubwand-Systemen

Von Bruno Zimmerli, Zürich

Für Rahmen und Schubwände werden mit vereinfachten Stoffgesetzen Ersatzsysteme entwickelt. Diese werden über die Höhe kontinuierlich gekoppelt. Mit den Gleichgewichtsbeziehungen und den Stoffgesetzen wird das Last-Deformations-Diagramm approximativ ermittelt. Die Reduktion der Traglast duch den P-Δ-Effekt (Theorie 2. Ordnung) wird berücksichtigt.

Substitute systems of frames and shear walls are developped with simplified laws of material. The resulting cantilevers are coupled continuously over the height. The load-deformation-diagram is computed approximately by means of the equations of equilibrium and the laws of material. The reduction of the ultimate load by the P-Δ-effect is considered.

Pour les cadres et les parois en béton, on utilisera des systèmes de remplacement basés sur les lois simplifiées de la résistance des matériaux. De plus, ces deux systèmes de remplacement, soit les cadres et les parois en béton, agissent en commun sur toute la hauteur de l'ouvrage. Avec l'application des lois de l'équilibre et la connaissance du comportement des matériaux, on établira le diagramme de déformation en fonction des charges. Pour le calcul de la charge ultime on tiendra compte de l'effet P-Δ (théorie du second ordre).

Einführung

Rahmen und Schubwände sind die häufigsten Tragsysteme in einem Hochhaus (Bild 1). Die Formen der horizontalen Auslenkungen von Einzelrahmen und schlanken Einzelscheiben unterscheiden sich wesentlich voneinander, wenn sie der gleichen Horizontalbelastung unterworfen werden.

Die aus biegesteifen Stäben zusammengesetzten Rahmen weisen ein ausgeprägtes *Schubverformungsverhalten* auf. Dagegen zeigen Schubwände, die durch schlanke Stahlbetonscheiben oder auch durch Stahlfachwerke mit grossem Widerstand in den Diagonalen gebildet werden, unter horizontaler Belastung eindeutige *Biegedeformationen.*

Den beiden verschiedenartigen Tragsystemen wird durch die Decken, die in ihrer Ebene praktisch starr sind, in jedem Stockwerk die gleiche horizontale Auslenkung aufgezwungen.

Für die Bemessung werden die Vertikallasten auf einem vorgeschriebenen Niveau (vergl. Normen) konstant gehalten. Die Laststeigerung bis zur Traggrenze erfolgt nur für die Horizontallasten (Wind, Erdbeben). Dieses Vorgehen entspricht, wenn der Wind als Horizontallast auf ein Gebäude einwirkt, im Vergleich zur proportionalen Laststeigerung eher der Wirklichkeit.

Für die dynamisch wirkenden Horizontallasten werden *statische Ersatzlasten* eingeführt. Diese werden im vorliegenden Bericht über die Höhe rechteckförmig verteilt angenommen. Auch dreieckförmige oder andere Lastverteilungen können ohne besondere Erschwernis verwendet werden. Die Allgemeinheit der Resultate wird allerdings weniger durch die unterschiedliche, statische Lastverteilung als vielmehr durch die vernachlässigten, dynamischen Effekte eingeschränkt. Entsprechende Hinweise sind in der Literatur genügend vorhanden [1, 2, 3].

Die Berechnung von hohen, schlanken Stahlbetonscheiben bietet im ganzen Lastbereich keine Schwierigkeiten. Ihr Tragsystem entspricht einem Kragträger, dessen Stoffgesetz durch ein idealisiertes Momenten-Krümmungs-Diagramm mit konstanter Normalkraft approximiert werden kann (Bild 4.B). Auch Stahlfachwerke können analog behandelt werden, wenn die Diagonalen einen hohen Schubwiderstand aufweisen. Die *Ersatzträger* dieser Schubwände werden in diesem Bericht als „M"-Träger bezeichnet. Bei der Bildung des ersten plastischen Gelenkes ist der Tragwiderstand des „M"-Trägers erreicht. Die Gelenkstelle zeichnet sich durch einen unbegrenzten Rotationszuwachs aus.

Bei grossen Rahmensystemen, die aus biegesteifen Stäben zusammengesetzt sind, genügt es, aus dem Rahmen herausgeschnittene Elemente (Bild 2) zu berechnen. Die Annahme von Momentnullpunkten in den Stabmitten entspricht der Wahl eines statisch zulässigen Spannungszustandes. Für jedes Rahmenelement kann die Stützenquerkraft V, bei der der Tragwiderstand erschöpft ist, bestimmt werden.

Der Zusammenhang zwischen Steifigkeit, Stützenquerkraft und Auslenkung

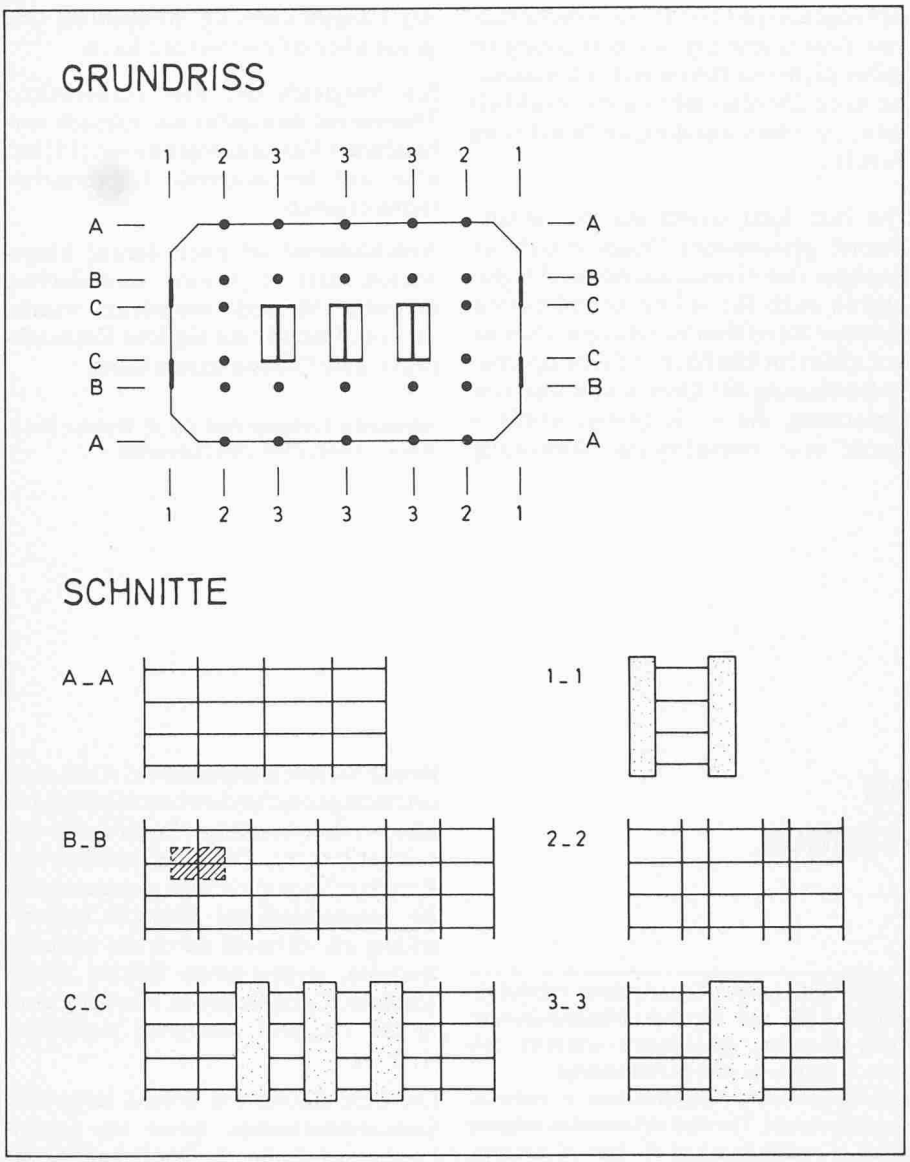


Bild 1. Rahmen-Schubwand-System

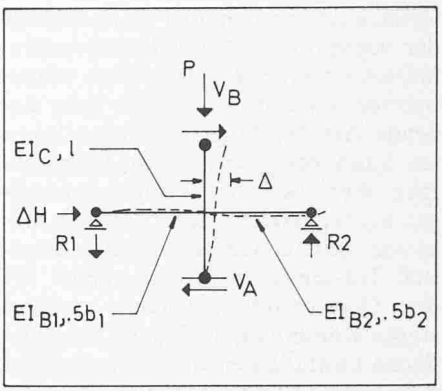


Bild 2. Rahmenelement

kann für das einfache Rahmenelement von Bild 2 sofort angeschrieben werden.

$$(1) \quad \frac{V}{\Delta} = s = s_o - \frac{P}{\ell}$$

$$(2) \quad s_o = \frac{12 \cdot EI_c}{\ell^3} \cdot \frac{1}{1 + 2 \cdot \psi},$$

$$\psi = \frac{I_c}{\ell} \cdot \left\{ \frac{I_{B1}}{b_1} + \frac{I_{B2}}{b_2} \right\}^{-1}$$

Bilden sich plastische Gelenke im Rahmenelement, so nimmt die Steifigkeit ab. Die Abminderung kann durch Veränderung der Trägheitsmomente in der Formel (2) erreicht werden. In Bild 3 ist ein Schema mit den typischen Fällen von plastischen Gelenken an den Stabenden und den in der Formel (2) einzusetzenden Werte für die Trägheitsmomente dargestellt [4, 5].

Aus der Formel (1) lässt sich erkennen, dass hohe Axiallasten die Steifigkeit und damit auch die Traglast eines Rahmensystems reduzieren. Zur Bestimmung des Stoffgesetzes für den Ersatzträger wird das Gleichgewicht am undeformierten Rahmenelement formuliert (Theorie erster Ordnung):

$$(3) \quad \frac{V}{\Delta} = s_o$$

Der Einfluss der Axiallast wird erst am gesamten Ersatzsystem berücksichtigt.

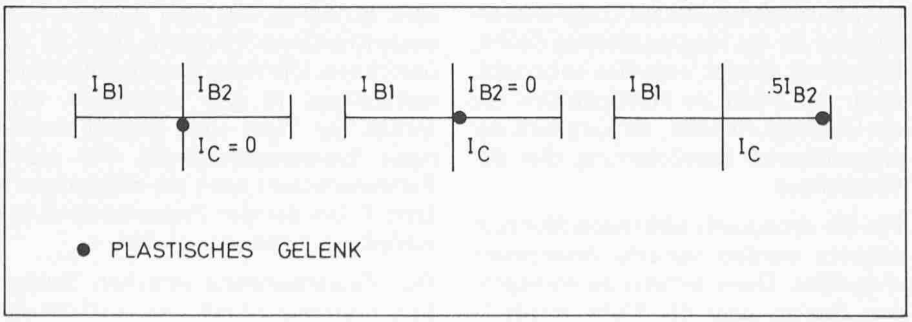
Werden die einzelnen Elementwiderstände über ein Stockwerk addiert, resultiert der Querkraftwiderstand des Ersatzträgers, der in diesem Bericht als „Q"-Träger bezeichnet wird. Damit können auch Rahmensysteme zu einem Ersatzträger zusammengefasst werden. Das Stoffgesetz wird mit einem idealisierten Querkraft-Schiebungs-Diagramm beschrieben (Bild 4.C).

Bei der Bildung des ersten plastischen Gelenkes ist der Tragwiderstand des „Q"-Trägers erreicht. Die Gelenkstelle zeichnet sich durch einen unbegrenzten Schiebungszuwachs aus. Bei einer ausgewogenen Bemessung eines Rahmensystems breiten sich die plastischen Gelenke über ein Stockwerk innerhalb eines geringen Lastzuwachses aus. In diesem Fall beschreibt das vorgeschlagene Stoffgesetz sehr gut das tatsächliche Verhalten des Rahmensystems.

An Stelle der komplexen Schubwand- und Rahmensysteme werden die beiden einfachen „M"- und „Q"-Träger, deren Stoffgesetze aufgrund der Kennwerte der Einzelscheiben und Einzelrahmen ermittelt werden, kontinuierlich über die Höhe gekoppelt. Dieses Ersatzsystem (Bild 4.A) mit den vereinfachten linear elastischen-ideal plastischen Stoffgesetzen (Bild 4.B und C) kann mit relativ bescheidenem Aufwand bis in den Traglastbereich berechnet werden.

Warum wird überhaupt ein Ersatzsystem untersucht? Wäre es nicht einfacher, direkt das tatsächliche Rahmen-Schubwand-System, so wie es in Bild 1 skizziert ist, zu berechnen? Computerprogramme, die durch jeden Benützer verwendet werden können, werden praktisch nur im

Bild 3. Reduktion der Steifigkeit



linear elastischen Stoffbereich angeboten. Zudem lässt sich der Aufwand für nichtlineare Programme im Entwurf kaum verantworten, werden doch die Abmessungen in dieser Phase festgelegt.

Ebene Rahmen werden näherungsweise mit der *Portalrahmen-* und *Kragarm-Methode* [6] bemessen. Diese entsprechen der Steifigkeitsmethode [4, 5], die auf die Rahmenelemente angewendet wird. Die Kennwerte des Ersatzsystems von Bild 4 sind damit aufgrund des Näherungsverfahrens schon aus dem Entwurf bekannt.

Berechnung des Ersatzsystems

Das Gleichgewicht für die durch Gelenkstäbe kontinuierlich gekoppelten „M"- und „Q"-Träger ist am Element von Bild 5 ersichtlich:

$$(4) \quad q = -\frac{dV_M}{dx} - \frac{dV_Q}{dx} = -\frac{d^2M_M}{dx^2} - \frac{d^2M_Q}{dx^2}$$

Die Stoffgesetze von Bild 4 lauten:

$$(5) \quad \text{„M"-Träger: } \frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{M_M}{k_M} \text{ für } M_M \leqq M_u$$

$$(6) \quad \text{„Q"-Träger: } \frac{dw}{dx} = +\frac{V_Q}{k_Q} \text{ für } V_Q \leqq V_u$$

Mit diesen Gleichungen ist das Ersatzsystem (Bild 4) vollständig beschrieben. Die resultierenden Last-Verformungs-Diagramme sind abhängig von der Verteilung der Widerstände M_M und V_Q sowie der Steifigkeiten k_M und k_Q. Zur Illustration wird ein Hochhaus mit den Ersatzwerten von Bild 6 berechnet.

Wird die Widerstandsverteilung des „Q"-Trägers als *statisch zulässiger Spannungszustand* des Ersatzsystems betrachtet, können auch die übrigen Systemschnittgrössen sofort angeschrieben werden

$$(7.1) \quad V_Q = V_o \cdot (1 - x/\ell)$$

$$(7.2) \quad M_Q = -0{,}5 \cdot V_o \cdot \ell \cdot (1 - x/\ell)^2$$

$$(8.1) \quad V_M = (q \cdot l - V_o) \cdot (1 - x/\ell)$$

$$(8.2) \quad M_M = -0{,}5 \cdot (q \cdot l^2 - V_o \cdot \ell) \cdot (1 - x/\ell)^2$$

Ein Vergleich der Widerstandskurve M_u von Bild 6 mit der Beanspruchungskurve M_M der Gl. (8) zeigt, dass im „M"-Träger das erste plastische Gelenk für den gewählten Spannungszustand an der Einspannstelle auftreten muss. Die Traglast

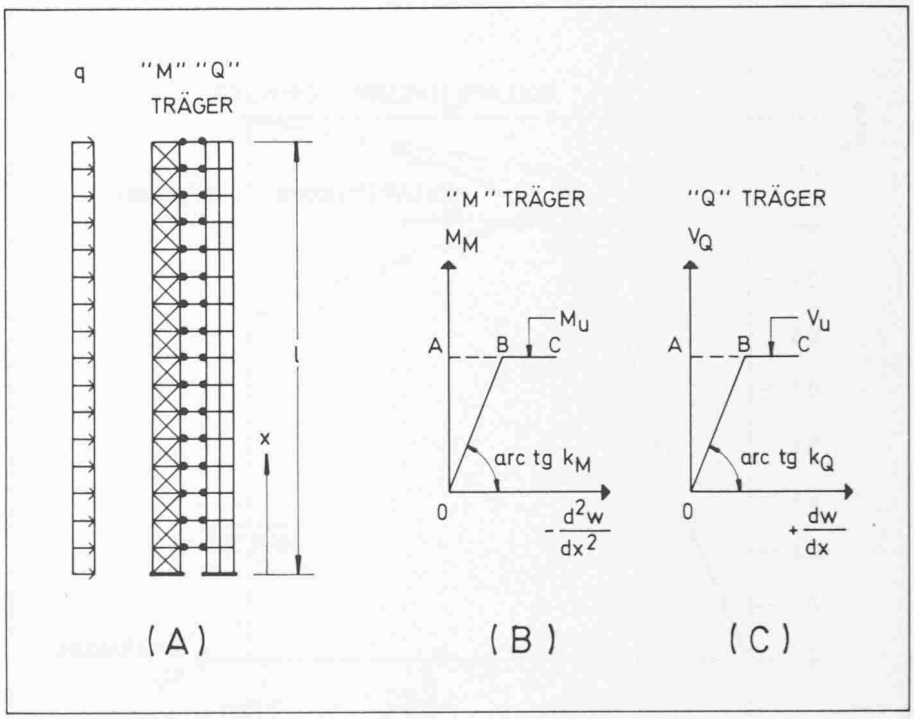


Bild 4. Ersatzsystem und Stoffgesetz

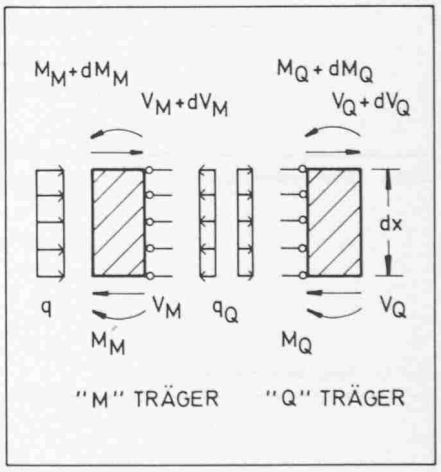
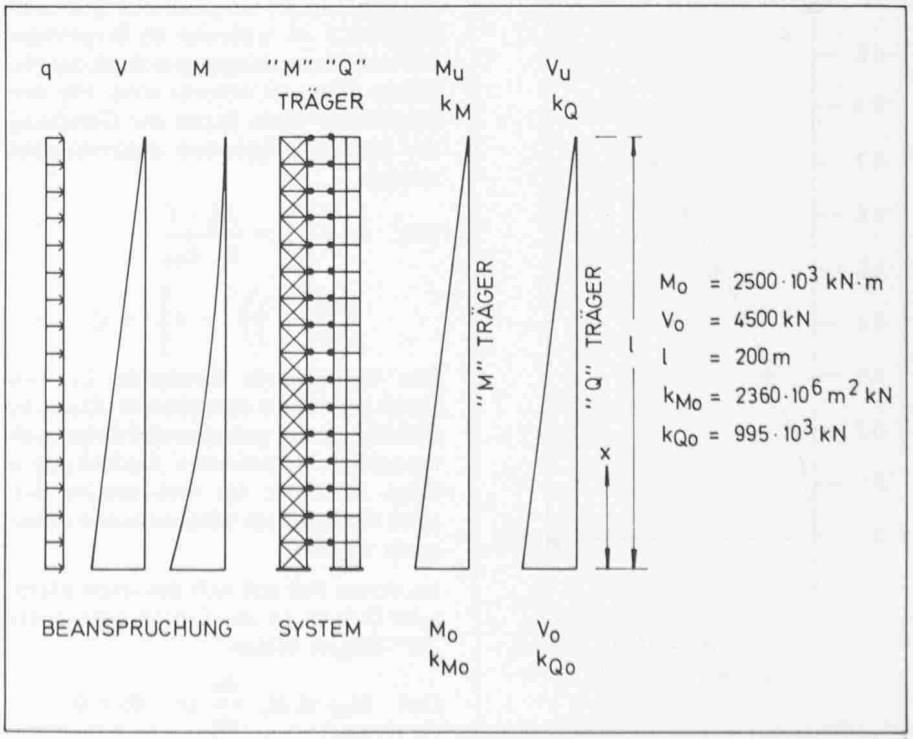


Bild 5. Elementgleichgewicht

Bild 6. Hochhausbeispiel



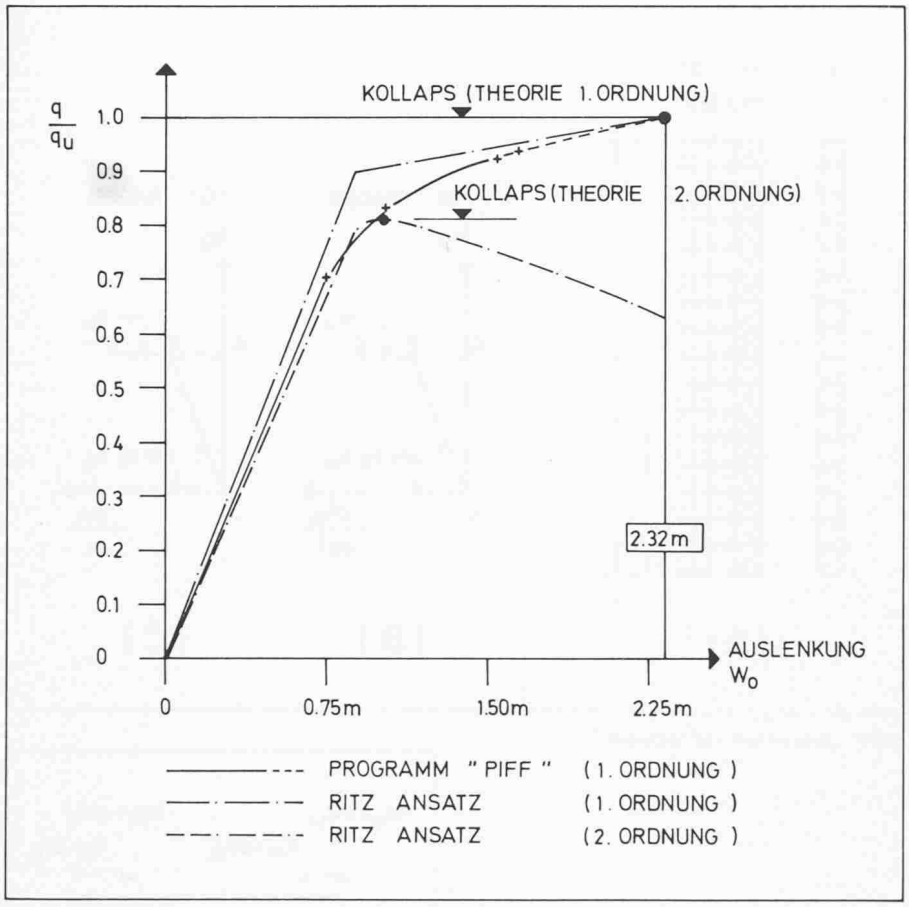


Bild 7. Last-Auslenkungskurve

(Theorie 1. Ordnung) kann damit aus der Gleichung (8) ermittelt werden.

$$(9) \quad q_u = \frac{2 \cdot M_o + V_o \cdot \ell}{\ell^2}$$

$$(q_u = 35 \text{ kN/m'})$$

Der gewählte statisch zulässige Spannungszustand hat ergeben, dass im ganzen Schubträger die plastische Querkraft ausgenützt ist, während im Biegeträger nur im Einspannungsquerschnitt das plastische Moment erreicht wird. Für den Biegeträger kann damit die Gleichung der Kollapsdeformation angeschrieben werden.

$$(10) \quad w\left(\frac{x}{\ell}\right) = \frac{M_o \cdot \ell^2}{6 \cdot k_{Mo}} \cdot \left\{\left(1 - \frac{x}{\ell}\right)^3 - 1\right\} + C_1 \cdot \frac{x}{\ell}$$

Die verbleibende Konstante C_1 wird durch das zuletzt entstehende plastische Gelenk, das zur grössten und damit auch tatsächlich auftretenden Auslenkung w führt, bestimmt. Im vorliegenden Beispiel müssen zwei Möglichkeiten untersucht werden.

Im ersten Fall soll sich das letzte plastische Gelenk an der Einspannstelle des „M"-Trägers bilden.

$$(11) \quad M_{ME} \leqq M_o \quad \frac{dw}{dx}(x = 0) = 0$$

$$(12) \quad C_1 = \frac{M_o \cdot \ell^2}{2 \cdot k_{Mo}}$$

Im zweiten Fall bildet sich das plastische Gelenk an der Einspannstelle des „Q"-Trägers.

$$(13) \quad V_{QE} \leqq V_o \quad \frac{dw}{dx}(x = 0) = \frac{V_o \cdot \ell}{k_{Qo}}$$

$$(14) \quad C_1 = \frac{V_o \cdot \ell}{k_{Qo}} + \frac{M_o \cdot \ell^2}{2 \cdot k_{Mo}}$$

Die maximale Auslenkung tritt an der Stelle x = l auf:

$$(15) \quad w_o = -\frac{M_o \cdot \ell^2}{6 \cdot k_{Mo}} + C_1$$

Werden die beiden Resultate für die Konstante C_1 miteinander verglichen, ergibt sich der Grösstwert für w_o immer mit der Gleichung (14):

$$(16) \quad w_o = \frac{M_o \cdot \ell^2}{3 \cdot k_{Mo}} + \frac{V_o \cdot \ell}{k_{Qo}}$$

$(w_o = 2{,}32 \text{ m})$

In der Last-Auslenkungs-Kurve von Bild 7 ist damit der Kollapspunkt nach der Theorie 1. Ordnung bestimmt. Um den Verlauf der Kurve abschätzen zu können, wird mit einer Näherungslösung für den linear elastischen Bereich die Auslenkung und die zugehörige Last beim ersten plastischen Gelenk ermittelt.

Die Fliesslast wird mit dem *Rayleigh-Ritz-Verfahren* [7], das kinematisch zulässige Verschiebungsansätze fordert, berechnet.

$$(17) \quad \overline{w}(x) = a_1 \cdot \varphi_1(x) + a_2 \cdot \varphi_2(x)$$

mit den φ-Funktionen

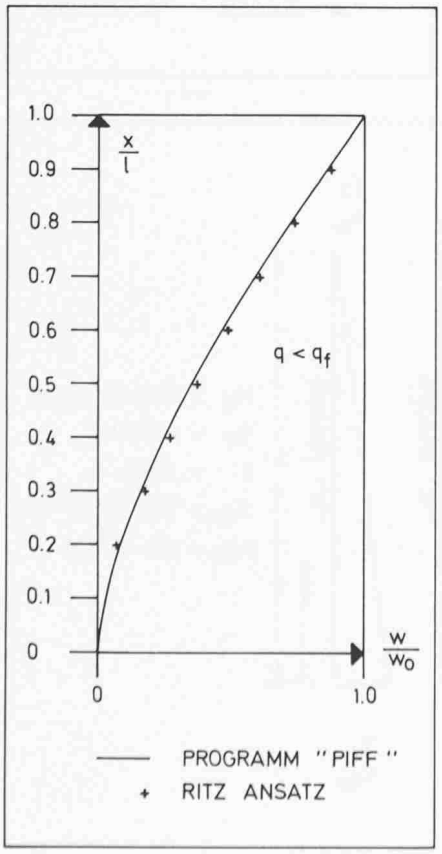
$$(18) \quad \varphi_1 = -3 \cdot \frac{x^2}{\ell^2} + \frac{x^3}{\ell^3}$$

$$\varphi_2 = -2 \cdot \frac{x^3}{\ell^3} + \frac{x^4}{\ell^4}$$

Das Resultat ist für die gewählten numerischen Werte des Hochhausbeispiels in Bild 7 aufgetragen. Das Ersatzsystem ist zur Kontrolle auch mit PIFF, einem FE-Programm für nichtlineare Probleme [8], durchgerechnet worden. Die beiden Kurven stimmen, wenn die vom Ersatzsystem abweichende Modellbildung im FE-Programm mitberücksichtigt wird, recht gut überein. Diese Aussage wird durch den Vergleich der Auslenkungen über die Höhe noch erhärtet (Bild 8).

Sobald die ausgelenkte Form des Ersatzsystems für eine gegebene Horizontallast bestimmt ist, können die durch die Vertikallasten erzeugten Momente berechnet werden. Um diesen Anteil (*P*-Δ-Effekt) sind die Momente der verteilten Horizontallasten zu reduzieren. Mit den abgeminderten Momenten kann damit

Bild 8. Vergleich der Auslenkung



die Traglast q_u nach der Theorie zweiter Ordnung bestimmt werden. Die zugehörige Last-Auslenkungs-Kurve ist in Bild 7 dargestellt. Die Traglast bei Stabilitätsversagen (Theorie 2. Ordnung) erreicht damit für das gewählte Hochhausbeispiel nur etwa 80 % der starrplastischen Traglast (Theorie 1. Ordnung).

Schlussbemerkungen

Der über 200 m hohe *John Hancock Tower* in *Boston* ist 1974/75 am *Institut für Baustatik und Konstruktion* unter Prof. *Thürlimann* im Auftrage der Hancock Versicherung auf seine Tragfähigkeit unter Windbelastung untersucht worden. Mit umfangreichen Computerberechnungen sind die Last-Durchbiegungs-Diagramme der gekoppelten, ausgefachten Stahlrahmen bis zum Erreichen der Traglast und unter Berücksichtigung des P-Δ-Effektes bestimmt worden. Die unübersichtlichen und komplizierten Computeranalysen sind mit der einfachen Berechnung von Ersatzsystemen überprüft worden. Die Übereinstimmung der Resultate war geradezu verblüffend. Zudem war es mit diesem Verfahren möglich, die Schwachstellen des Tragsystems zu eruieren und die konstruktiven Verstärkungsmassnahmen zielgerichtet anzubringen. Ergänzend kann noch festgestellt werden, dass der Hancock Tower inzwischen einen aussergewöhnlichen Sturm schadlos überstanden hat.

Adresse des Verfassers: Dr. *B. Zimmerli*, dipl.Ing. ETH, Ingenieurbüro O. Wenaweser und Dr. R. Wolfensberger AG, Reinhardstr. 10, 8008 Zürich.

Literaturhinweise

[1] *Zimmerli, B* and *Thürlimann, B.* (1979): „Strength Interaction Surfaces for Tall Buildings". Journal of the Structural Division, ASCE, ST3, pp 481-492

[2] *Davenport, A.G., Scanlan, R.H.* and *Velozzi, J.* (1975): „New Approaches to Design against Wind Action". Boundary Layer Wind Tunnel Laboratory, London, Ontario, Canada

[3] *Clough, R.W., Penzien, J.* (1975): „Dynamics of Structures". Mc Graw-Hill Book Company, New York

[4] *Cheong-Siat-Moy, F., Lu, L.W.* (1976): „Stiffness and Strength Design of Multi-Story Frames". IVBH-Abhandlung, 36-II

[5] *Cheong-Siat-Moy, F.* (1976): „Multistory Frame Design Using Story Stiffness Concept". Journal of the Structural Division, ASCE, ST6 pp 1197-1212.

[6] *Driscoll, G.,C., jr.* (1974): „Multi-Story Frames I". Structural Steel Design, L. Tall, ed., Ronald Press, New York, N.Y., pp 734-780

[7] *Ziegler, H.*: „Energie-Methoden". Vorlesung an der ETH Zürich

[8] *Bazzi, G.*: „Ein Beitrag zur dynamischen Berechnung nichtlinearer Strukturen", in Vorbereitung, ETH Zürich

SIA-Mitteilungen

Beschäftigungslage in den Ingenieur- und Architekturbüros

Erhebung Januar 1983

Als im Oktober 1982 in den Projektierungsbüros alle Indikatoren eine rückläufige Tendenz der Beschäftigungslage anzeigten, fragte man sich, ob Ende Jahr mit einem Einbruch zu rechnen sei. Die Januar-Erhebung 1983 bestätigt diese Befürchtung glücklicherweise nicht, vermittelt aber einen zwiespältigen Eindruck. Die Gesamtergebnisse müssen für die einzelnen Fachrichtungen differenziert werden: gehaltener bis leicht zunehmender *Auftragseingang* bei den Architekten und weiterhin leicht rückläufige Tendenz bei den Bauingenieurbüros. Ebenso uneinheitlich ist der *Auftragseingang für öffentliche Bauten.* Bei den Bauingenieuren blieb die Situation seit Oktober unverändert, die Architekten konnten eine Zunahme verzeichnen. Nahezu konstant präsentiert sich der gesamte *Auftragsbestand.* Aber auch hier weisen die einzelnen Sparten unterschiedliche Tendenzen auf. Einem schwachen Anstieg bei den Architekten und im Hochbau steht ein Rückgang im Tiefbau und bei den Kulturingenieuren gegenüber. Bei den Bauingenieuren erreicht der *Arbeitsvorrat* mit 6,7 Monaten einen neuen Tiefstand.

Analog entwickelte sich der *Personalbestand:* Während er bei den Architekten um 1% zunahm, sank er bei den Bauingenieuren um den gleichen Prozentsatz. Für das laufende Quartal wird im Mittel eine Reduktion des Personalbestandes um 4,5% erwartet.

Insgesamt werden die *Beschäftigungsaussichten* für das 1. Quartal 1983 trotz der saisonal bedingten und vermutlich

Beteiligung an der Erhebung nach Fachrichtungen (Anzahl Meldungen)

Fachbereiche	Jan. 82	April 82	Juli 82	Okt. 82	**Jan. 83**
Architektur	522	511	511	523	**510**
Bauingenieurwesen	281	315	295	328	**312**
Kulturingenieurwesen/ Vermessung	50	47	52	52	**55**
Übrige (Maschinen-, Elektro-, Forstingenieurwesen usw.)	25	34	41	45	**35**
Total	878	907	899	948	**912**