Zeitschrift: Schweizer Ingenieur und Architekt
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 101 (1983)
Heft: 7: Prof. Dr. Bruno Thürlimann zum 60. Geburtstag II.

Artikel: Biegewellen in Sandwich-Strukturen
Autor: Sayir, Mahir
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-75079

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

- gut auf der Betonoberfläche haften,
- vorhandene oder sich neu bildende Risse bis zu einer Breite von etwa 0,3 mm überbrücken,
- unter Baustellenbedingungen zuverlässig appliziert werden können,
- auf einfache Art repariert und allenfalls nach einigen Jahren erneuert werden können.

Die Forderung nach *guter Haftung* und zugleich *genügender Rissüberbrückung* ist schwer zu erfüllen, da es sich um zwei gegenläufige Eigenschaften handelt. Man beobachtet daher häufig, dass alte oder neue Betonrisse sich auch in dünnen, gut haftenden Beschichtungen zeigen und damit Ansätze neuer Schadstellen bilden (Bild 7). Auf der anderen Seite haben starke dehnungsfähige, rissüberbrückende Beschichtungen oft die Tendenz zu grösseren Ablösungen, die meist von einer mechanischen Beschädigung, etwa durch den *Schneepflug*, ausgeht.

Sowohl für Imprägnierungen wie auch für Beschichtungen besteht ein verhältnismässig grosses Angebot von Produkten, die sich zum überwiegenden Teil in Laborversuchen als geeignet erwiesen haben. Trotz diesen Ergebnissen sind nun leider die Erfahrungen in der Praxis nicht so eindeutig. Offenbar gilt auch hier, dass die Verwendung von qualitativ hochwertigen Materialien allein nicht genügt für den Erfolg einer solchen Sanierung. Vielmehr zeigt sich erneut sehr deutlich, dass auch eine gründliche Vorbehandlung der Betonoberfläche, die genaue Einhaltung der Anwendungsbedingungen (Feuchtigkeit des Betons, Temperatur usw.) und die äusserste Sorgfalt in der Applikation des Produkts entscheidende Faktoren sind, damit die Beständigkeit von gefährdeten Betonoberflächen über längere Zeit erhalten werden kann.

Literatur

[1] *Bänziger, D.J.* und andere (1981): «Der Lehnenviadukt Beckenried». Baufachverlag AG, Zürich

[2] *Rösli, A., Harnik, A.B.* (1979): «Zur Frost-Tausalz-Beständigkeit von Beton». Schweiz. Ingenieur und Architekt, Heft 46

[3] *Richartz, W.* (1969): «Die Bindung von Chlorid bei der Zementerhärtung». Zement-Kalk-Gips, Heft 10

[4] *Köppel, A.J.* (1982): «Versuche zum Betonieren von Brückenbrüstungen mit frosttausalzbeständigem Beton», D.J. Bänziger und A.J. Köppel, Ingenieurbüro Buchs, 1982

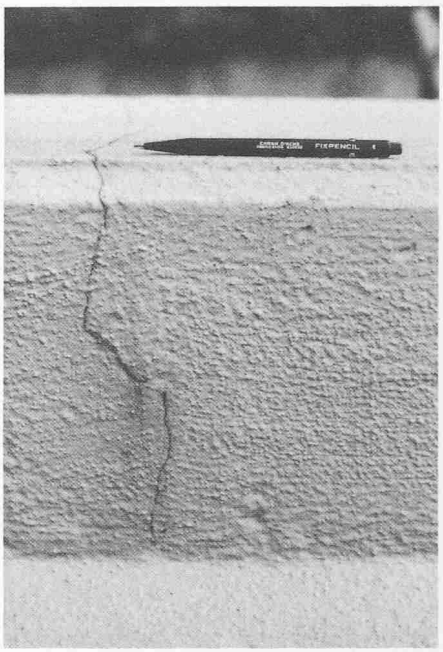


Bild 7. Rissbildung in gut haftender Beschichtung mit der Gefahr erneuter Schadenbildung

Adresse der Verfasser: Prof. Dr. *A. Rösli, A. Hächler*, dipl. Bauing. ETH, Institut für Baustoffe, Werkstoffchemie und Korrosion, ETH Hönggerberg, 8093 Zürich.

Biegewellen in Sandwich-Strukturen

Von Mahir Sayir, Zürich

Die Phasengeschwindigkeit von Biegewellen in stab- oder plattenartigen Strukturen mit homogenem Querschnitt ist von der Wellenlänge abhängig. Bei Wellenlängen, viel grösser als die Dicke der Struktur, ist die Phasengeschwindigkeit ziemlich genau proportional zur Wellenzahl (reziproke Wellenlänge · 2 π). Grosse Wellenlängen fahren langsamer; wegen dieses dispersiven Charakters der Welle ändert sich die Form eines nichtsinusoidalen Impulses während der Fortpflanzung. Bei Wellenlängen, die mit der Dicke vergleichbar sind, machen sich starke Schubeinflüsse bemerkbar (Timoshenko Balken), die Abhängigkeit der Phasengeschwindigkeit von der Wellenlänge wird schwächer, die Welle wirkt weniger dispersiv. Bei Sandwich-Strukturen mit einem weichen Kern und steifen Flanschen sind die Schubeinflüsse schon bei grossen Wellenlängen stark, die Wellenfortpflanzung weist je nach Grössenordnung der Wellenlänge eine eigentümliche Gestalt auf. Im folgenden Artikel wird ein theoretisches Modell beschrieben, das mit Hilfe von systematischen, sowohl mathematisch als auch physikalisch begründeten Approximationsschritten den experimentellen Beobachtungen qualitativ und quantitativ entsprechende Resultate ergibt. Insbesondere wird gezeigt, dass Querimpulse mit Wellenlängen, die zwischen zwei Referenzlängen λ_2, λ_1 liegen, sich praktisch als dispersionsfreie Schubwellen fortpflanzen.

The phase velocity of flexural waves in beam- or plate-like structures with homogeneous section depends on the wavelength. For wavelengths which are much greater than the thickness of the structure, the phase velocity is quite precisely proportional to the wave number (reciprocal wavelength · 2 π). Long waves travel slowly; because of this dispersive character, a nonsinusoidal impuls changes its shape while propagating. For wavelengths comparable with the thickness of the structure, strong shear effects are to be expected (Timoshenko beam), the dependence of the phase velocity on the wavelength gets weaker, the wave is less dispersive. In sandwich-structures with a soft core between stiff plates, the shear effects are strong even for long waves, the propagation of flexural wave is associated with characteristic features depending on the order of magnitude of the wavelength. In the following paper, a theoretical model is presented, based on approximation steps, which can be mathematically and physically justified. This model gives results confirming qualitatively and quantitatively experimental observations. It is shown in particular that lateral impulses with wavelengths lying between two reference lengths λ_2, λ_1 propagate practically as shear waves.

Biegewellen in homogenen Balken

Ein *Querstoss* verursacht an einem dünnen homogenen Balken eine Störung, die sich in Form einer Biegewelle fortpflanzt. Die zugehörige „Wellengleichung" kann aus der Gleichung der Biegelinie

(1) $v'' = M_b/EI$

(v = Querverschiebung, $()'$ = Ableitung nach der Längskoordinate, I = Flächenmoment 2. Grades, E = Elastizitätsmodul, M_b = Biegemoment) und aus der Gleichgewichtsbedingung mit Trägheitskraft

(2) $M_b'' = -\rho A \ddot{v}$

(ρ = Masse je Volumeneinheit, A = Querschnittsfläche, $\dot{()}$ = Ableitung nach der Zeit) hergeleitet werden. Man bekommt

(3) $\frac{EI}{\rho A} v'''' + \ddot{v} = 0$

Eine sinusoidale Störung mit gegebener Frequenz f und zugehöriger Wellenlänge λ pflanzt sich mit der Phasengeschwindigkeit

(4) $c = f\lambda$

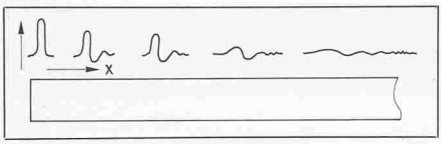


Bild 1. Dispersion einer Biegewelle

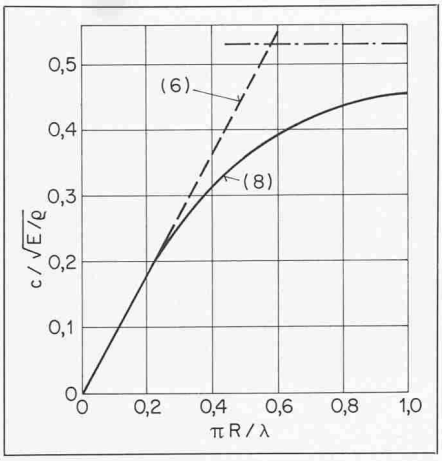


Bild 2. Dispersionskurve für einen Kreisquerschnitt

fort. Diese kann aus (3) mit dem Ansatz

(5) $v = v_0 \, exp\,[2\pi i\,(x - ct)/\lambda]$

ermittelt werden. Man bekommt

(6) $c = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{I}{A}} \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$

Demgemäss ist die Phasengeschwindigkeit der Biegewellen der Wellenlänge umgekehrt proportional. Grosse Wellenlängen, d. h. kleine Frequenzen fahren langsamer. Man sagt, dass die Welle „dispersiv" sei, denn bei einem beliebigen Stoss, der nach der Fourier-Entwicklung alle sinusoidalen Komponenten aufweist, deformiert sich die zeitliche und örtliche Gestalt der Störung während der Fortpflanzung. Die sinusoidalen Komponenten mit kleiner Frequenz konzentrieren sich an dem „Schwanz" der Welle, während die Komponenten mit grosser Frequenz sich an der Wellenfront beeilen; die Störung verflacht sich (Bild 1).

Nach (6) folgt für $\lambda \to 0$ (d. h. $f \to \infty$) $c \to \infty$. Diese Aussage ist unrealistisch. Experimente zeigen, dass die grössten Frequenzen sich höchstens mit etwa der Schubwellengeschwindigkeit

(7) $c_s = \sqrt{G/\rho}$

(G = Schubmodul) fortpflanzen. Die Formel (6) gilt nur für Wellenlängen, welche bezüglich der Querschnittsdimensionen (hier charakterisiert durch den „Trägheitsradius" des Querschnittes $\sqrt{I/A}$) genügend gross sind. Ist die Wellenlänge mit der Querschnittsdimension vergleichbar, so muss (1) zumindest durch Berücksichtigung des Schubeinflusses korrigiert werden. In einem rationell durchgeführten zweiten Approximationsschritt bekommt man dann für einen Kreisquerschnitt vom Radius R mit $\sqrt{I/A} = R/2$ (siehe [1, 2])

(8) $c = \frac{\pi R}{\lambda} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \cdot \left[1 + \frac{\pi^2}{3} \frac{R^2}{\lambda^2} (7 + 2\frac{E}{G} - 2\frac{G}{E}) \right]^{-1/2}$

($G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ = Schubmodul). Die Wellengeschwindigkeit wird, am besten in dimensionsloser Form $c/\sqrt{E/\rho}$, als Funktion der „Wellenzahl" $k = 2\pi/\lambda$ bzw. der dimensionslosen Wellenzahl $2\pi\sqrt{I/A}/\lambda$ aufgetragen. Die zugehörige *Dispersionskurve* zeigt, dass der Ausdruck (6) der 1. Approximation die Tangente der genaueren Kurve gemäss (8) ergibt (Bild 2). Experimentelle Messungen bestätigen die theoretische Kurve gemäss (8), selbst für Wellenlängen kleiner als die Querschnittsdimensionen (siehe [3]).

Der Vergleich der genaueren Kurve gemäss (8) mit ihrer geradlinigen Approximation gemäss (6) zeigt, dass für etwa $\lambda < 10\,R$ (d. h. etwa $\pi R/\lambda > 0{,}3$) die Abweichung immer deutlicher wird. Dies bestätigt auch die von der Statik her bekannte Tatsache, dass Schubdeformationen infolge Querkraft nur bei schlanken Balken (mit symmetrischem Querschnitt) vernachlässigt werden dürfen. Der Wellenlänge entspricht dann in der Statik die Balkenlänge.

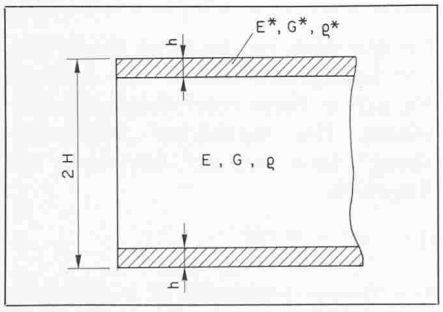
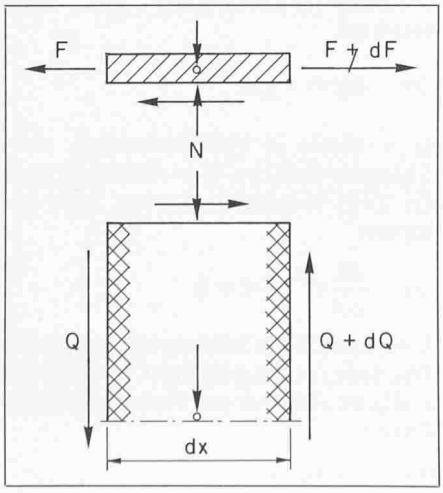


Bild 3. Sandwich-Balken

Bild 4. Kräfte am Sandwich-Balken für mittelgrosse Wellenlängen



Sandwich-Balken, elementare Theorie

Bei einem *Sandwich-Balken* mit rechteckigem Querschnitt der Gesamtdicke $2H$, Breite b, bestehend aus einem *weichen Kern* (Elastizitätsmoduli E, G, spezifische Masse ρ) und zwei *steiferen dünnen Flanschen* der Dicke $h \ll H$ (Elastizitätsmoduli E^*, G^*, spezifische Masse ρ^*) können für grosse Wellenlängen die Gleichungen (1), (2) übernommen werden (Bild 3). Man vernachlässigt dabei die Schubverformung des Kernes, nimmt an, dass das Biegemoment nur durch Zug- und Druckkräfte in den Flanschen aufgenommen wird und bekommt damit explizit statt (1)

(9) $v'' = M_b/E^*AhH$

($A = 2Hb$ = Querschnittsfläche) und statt (2)

(10) $M_b'' = -(\rho + \rho^* \frac{h}{H})A\ddot{v}$

Wir bezeichnen mit

(11) $\bar{\rho} = \rho + \rho^* \frac{h}{H}$

die „gemittelte" spezifische Masse und erhalten aus (9) bis (11) die Wellengleichung

(12) $\frac{E^*}{\bar{\rho}} Hhv'''' + \ddot{v} = 0$

sowie mit dem Ansatz (5) die Phasengeschwindigkeit

(13) $c = 2\pi \frac{H}{\lambda} \sqrt{\frac{E^*}{\bar{\rho}} \cdot \frac{h}{H}}$

Eine etwas detailiertere Analyse der Kräfteübertrageung zwischen Flansch und Kern zeigt, dass hier drei (wirkliche) Kräfte im Spiel sind (Bild 4). Die Querkraft Q am Kern entsteht aus einer konstanten Schubspannungsverteilung längs der Kerndicke und „überwindet" die Trägheit des Kernes sowie die von der Normalkraft je Längeneinheit N übertragenen Trägheitskräfte des Flansches. Die zugeordneten Schubspannungen an der Kontaktfläche zwischen Flansch und Kern werden von der Längskraft F im Flansch „aufgenommen". Da die Schubverformung des Kernes vernachlässigt wird, bleiben die Querschnitte eben und senkrecht zur Mittellinie, so dass zwischen Q, N, F und v einfache Beziehungen hergeleitet werden können, die zu (10) und (12) führen.

Schubkorrektur für mittelgrosse Wellenlängen ($\lambda \gg \lambda_2$)

Eine sorgfältige Analyse der dreidimensionalen Grundgleichungen der linearen Elastizität mit Hilfe von asymptotischen

Entwicklungen nach den kleinen Parametern

$$(14)\quad \varepsilon = \frac{h}{H},\ \varepsilon_\lambda = \frac{H}{\lambda},\ \varepsilon_E = \frac{G}{E^*}$$

deckt auf, dass Schubkorrekturen schon bei relativ grossen Wellenlängen notwendig werden, vor allem wenn das Steifigkeitsverhältnis klein (z. B. kleiner als etwa 10^{-2}) ist. Auf einen ähnlichen Effekt bei faserverstärkten Balken mit steifen Fasern und weicher Matrix weist bereits die Arbeit [2] hin. Die Einzelheiten der asymptotischen Analyse für das hier betrachtete Problem werden in einer anderen Arbeit angegeben [4]. In der vorliegenden Arbeit stehen die daraus hergeleiteten anschaulichen Modelle und die Hauptresultate im Vordergrund.

Ein sorgfältiges Studium der Grössenordnungen zeigt, dass die elementar hergeleitete Formel (12) und ihre Charakterisierung durch die Phasengeschwindigkeit (13) der sinusoidalen Störungen nur für

$$(15)\quad \lambda \gg 2\pi H \sqrt{\frac{E^*}{G} \cdot \frac{h}{H}} = \lambda_1$$

gültig bleibt. Der Vergleichswert λ_1 kann je nach Verhältnis des Flanschenmoduls E^* zum Schubmodul G des weichen Kernes erheblich grösser als jener für den vollen Querschnitt sein. Die Berücksichtigung der Schubverformung drängt sich dann, wie oben erwähnt, schon bei grossen Wellenlängen auf. Die asymptotische Analyse zeigt, dass die Schubspannungsverteilung selbst bei diesem verfeinerten Approximationsschritt längs der Dicke konstant ist. Der totale Schubwinkel entsteht einerseits aus der Differenz der Querverschiebungen und andererseits aus jener der Längstranslationen der beiden Flanschen (Bild 5). Beide Beiträge sind von der gleichen Grössenordnung für mittelgrosse Wellenlängen (vergleiche folgenden Abschnitt). Für die Gleichung der Biegelinie ergibt sich damit statt (9)

$$(16)\quad v'' = \frac{M_b}{E^*AhH} + \frac{Q'}{GA} = \frac{M_b}{E^*AhH} - \frac{M_b''}{GA}.$$

Aus (10), (11), (16) entsteht die Wellengleichung

$$(17)\quad \frac{E^*}{\bar\rho} Hhv'''' + \ddot v - \frac{E^*}{G} Hh\,(\ddot v)'' = 0$$

Der letzte Term der linken Seite entspricht der Schubkorrektur (vergleiche mit (12)) und darf keineswegs vernachlässigt werden, falls Wellenlängen übertragen werden, welche die gleiche Grössenordnung wie die in (15) erwähnte *Referenzlänge* λ_1 aufweisen. In der Tat lautet die Phasengeschwindigkeit der sinusoidalen Störungen gemäss (5) und (17)

$$(18)\quad c = 2\pi \frac{H}{\lambda} \sqrt{\frac{E^*}{\bar\rho} \cdot \frac{h}{H}} \Big/ \sqrt{1 + \lambda_1^2/\lambda^2}$$

Für $\lambda \gg \lambda_1$ gewinnt man aus (8) wieder (13) mit $\lambda_1/\lambda \to 0$. Je nach Steifigkeitsverhältnis E^*/G kann jedoch die Referenzlänge, in praktischen Fällen, im Gegensatz zum vollen Querschnitt bedeutend grösser sein, so dass Schubkorrekturen in der Dispersionskurve gemäss (18) mit $E^*/G = 100$ schon für $\lambda < 50\,H$ zu sichtbaren Abweichungen vom geradlinigen Verlauf gemäss (13) führen können (Bild 6).

Für $\lambda \ll \lambda_1$ kann der zweite Term in (17) im Vergleich zum dritten vernachlässigt werden. Damit reduziert sich (17) auf die dispersionsfreie Schubwellengleichung

$$(19)\quad \frac{G}{\bar\rho} v'' - \ddot v = 0$$

und (18) auf die von der Wellenlänge unabhängige Schubwellengeschwindigkeit

$$(20)\quad c_s = \sqrt{G/\bar\rho}$$

Im Bild 6 entspricht dieser Grenzfall der horizontalen Asymptote. Ein Querstoss im Balken erzeugt dann nur eine Schubkrümmung (erster Term der linken Seite von (16) vernachlässigbar), der Balken wirkt praktisch als Schubfeder. Die Fortpflanzung eines Impulses erfolgt dispersionsfrei.

Zur Verstärkung des Schubeinflusses durch möglichst grosse Steifigkeitsverhältnisse E^*/G konstruierte dipl.Bauing. *M. Koller*, Assistent an unserem Institut, einen Balken (und später eine Platte) durch Verbindung eines weichen Gummikernes mit Aluminiumflanschen ($E^*/G = 1{,}8\ 10^5$). Die vorerst im Rahmen einer Diplomarbeit von dipl.Masch.Ing. *J. Dual* an diesem Balken durchgeführten (siehe [5]) und von Dr. *J. Goodbread* überwachten Experimente bestätigten zwar den verstärkten Schubeinfluss, deckten jedoch Abweichungen der Dispersionskurve vom erwarteten dispersionsfreien Schubverhalten (Asymptote in Bild 6) für kleinere Wellenlängen auf. *M. Koller* und *J. Goodbread* verfeinerten später diese Experimente und entdeckten eine interessante Analogie zwischen dem dynamsichen Verhalten einer gespannten Membran mit kleiner Biegesteifigkeit und einer Sandwichplatte im Bereich der kleineren Wellenlängen. Über Einzelheiten dieser experimentellen Ergebnisse und ihrer theoretischen Abklärung werden wir in einer anderen Arbeit Bericht erstatten [4]. Im nächsten Abschnitt wird das Resultat der asymptotischen Analyse für kleinere Wellenlängen kurz erörtert.

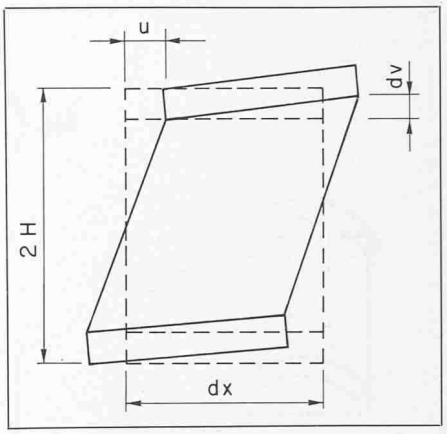


Bild 5. Schubwinkel bei mittelgrossen Wellenlängen

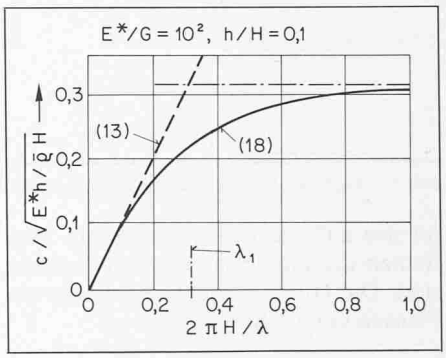


Bild 6. Dispersionskurve für mittelgrosse Wellenlängen

Verhalten für kleinere Wellenlängen ($\lambda \ll \lambda_1$)

Die asymptotische Analyse mit den kleinen Parametern (14) zeigt, dass (17) nur für

$$(21)\quad \lambda \gg 2\pi H \sqrt{\frac{E^*}{G} \cdot \frac{h^3}{H^3}} = \lambda_2 = \frac{h}{H}\lambda_1$$

gültig bleibt. Bei Wellenlängen der gleichen Grössenordnung wie die Referenzlänge λ_2 macht sich die Biegesteifigkeit der Flanschen bemerkbar. Die Normalkraft je Längeneinheit N (Bild 4) erfüllt eine neue, wichtige Funktion. Während sie bei grossen und mittelgrossen Wellenlängen nur die Trägheitskraft des Flansches überträgt, wirkt sie bei kleineren Wellenlängen zusätzlich als eine Art „Bettungskraft" als Federkraft, die vom Kern (= Schubfeder) ausgeübt wird. Im Schubwinkel des Kernes spielt nur die Differenz der Querverschiebungen eine Rolle. Die Längsverschiebungen (= Membrandeformation) und damit auch die Längskräfte F können in erster Näherung vernachlässigt werden. Um sich der Schubkrümmung des Kernes anzupassen, müssen sich die Flanschen durchbiegen und, da ihre Biegesteifigkeit nicht mehr vernachlässigt werden kann, nehmen sie individuell je die Hälfte des Biegemo-

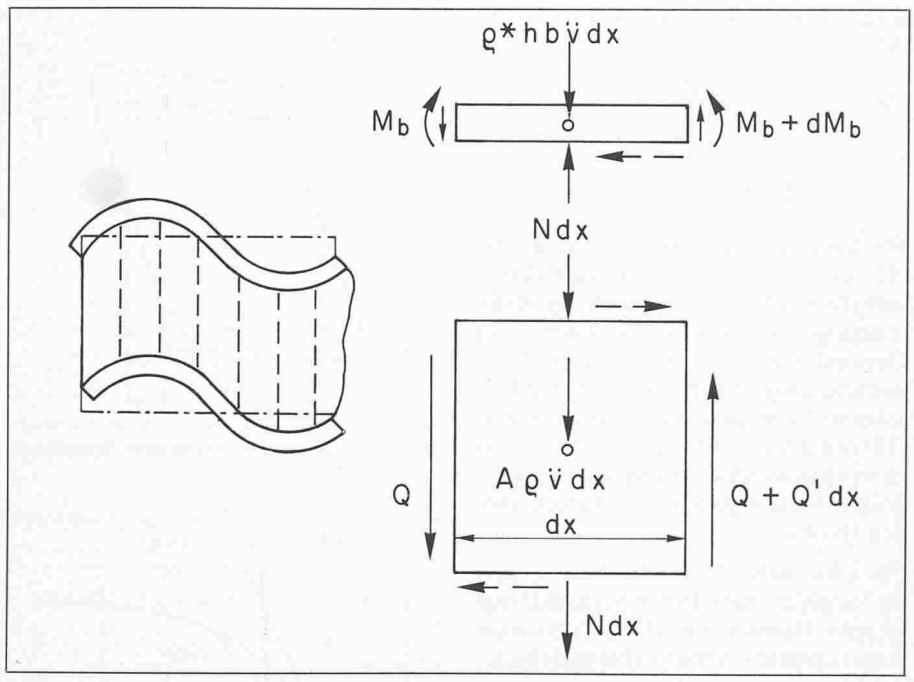


Bild 7. Kräfte am Sandwich-Balken für kleinere Wellenlängen

mentes auf. Sie wirken damit wie zwei Balken, die durch Schubfeder verbunden sind. Die Gleichgewichtsbedingung am Flansch ergibt (Bild 7)

$$(22)\quad M_b'' = N - \rho^* h b \ddot{v},$$

jene am Kern

$$(23)\quad Q' = 2N + A\rho\ddot{v}.$$

Die Querkraft Q genügt in dieser Näherung der Stoffbeziehung

$$(24)\quad Q = GAv'$$

und das Biegemoment M_b der Gleichung der Biegelinie für die Flanschen

$$(25)\quad M_b = \frac{bh^3}{12} E^* v''$$

Aus (22) bis (25) entsteht die Wellengleichung

$$(26)\quad \frac{h^3}{12H} \cdot \frac{E^*}{\bar{\rho}} v'''' - \frac{G}{\bar{\rho}} v'' + \ddot{v} = 0.$$

Für $\lambda \gg \lambda_2$ kann der erste Term von (26) vernachlässigt werden, und (26) reduziert sich auf die dispersionsfreie Schubwellengleichung (19), die somit im Bereich $\lambda_1 < \lambda < \lambda_2$ im Sinne einer ersten Approximation verwendet werden kann. Die Wellengleichung (26) entspricht jener eines elastisch eingebetteten Balkens oder auch eines vorgespannten Stabes mit mehr oder weniger ausgeprägter Biegesteifigkeit. Damit erklärt sich die obenerwähnte experimentell festgestellte Analogie im dynamischen Verhalten einer vorgespannten Membran (z. B. Trommelfell) und einer Sandwich-Platte aus Gummi und Aluminium (selbstverständlich lassen sich die hier für den Sandwich-Balken aufgestellten Beziehungen ohne Schwierigkeit auch auf Platten übertragen (siehe [4]).

Der Ansatz (5) ergibt mit der Wellengleichung (26) die Phasengeschwindigkeit

$$(27)\quad c = \sqrt{\frac{G}{\bar{\rho}}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{12} \cdot \frac{\lambda_2^2}{\lambda^2}}$$

Für $\lambda \gg \lambda_2$ tritt in der Tat der obenerwähnte Grenzfall der Schubwellen auf, während sich für $\lambda \ll \lambda_2$ die Dispersionskurve einer schiefen Asymptote nähert (Bild 8). Diese entspricht der Dispersionsgeraden eines einzelnen Flansches unter reiner Biegung ohne Bettungseinfluss. Dieser Grenzfall gilt nicht für beliebig kleine Wellenlängen, denn sobald λ die Grössenordnung der Flanschdicke h erreicht, treten entsprechende Schubeinflüsse auf, so dass die Dispersionskurve für extrem kleine Wellenlängen schlussendlich etwa die horizontale Asymptote der Schubwellengeschwindigkeit des Flansches erreicht.

Eine Synthese

Eine Kombination der Überlegungen aus den beiden letzten Abschnitten führt zur Wellengleichung

$$(28)\quad \frac{h^4}{12} \cdot \frac{E^*}{G} \cdot \frac{E^*}{\bar{\rho}} v''''''' - hH \frac{E^*}{\bar{\rho}} v'''' + hH \frac{E^*}{G} \ddot{v}'' - \ddot{v} = 0$$

Sie gilt sowohl für grosse als auch für kleine Wellenlängen, die bezüglich der Flanschendicke h genügend gross sind. Für $\lambda \gg \lambda_2$ kann der erste Term vernachlässigt werden, und (28) reduziert sich auf (17). Für $\lambda \ll \lambda_1$ darf der letzte Term im Vergleich zum vorletzten vernachlässigt werden, und (28) reduziert sich auf (26). Die Phasengeschwindigkeit gemäss (28) lautet mit dem Ansatz (5)

Bild 8. Dispersionskurve für kleinere Wellenlängen

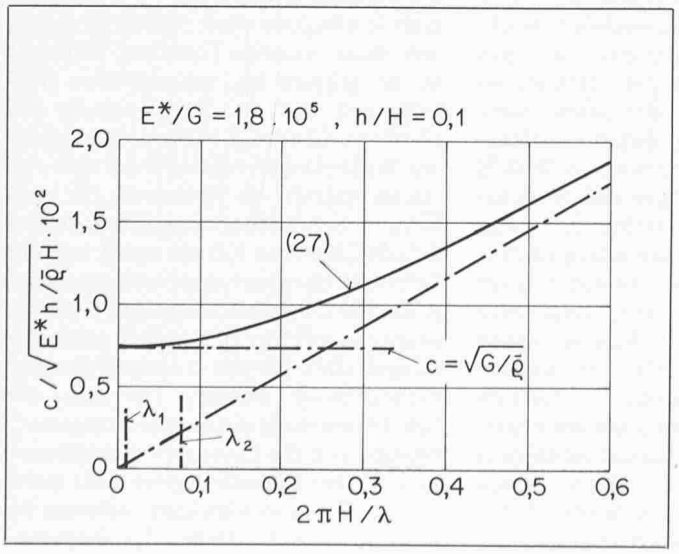
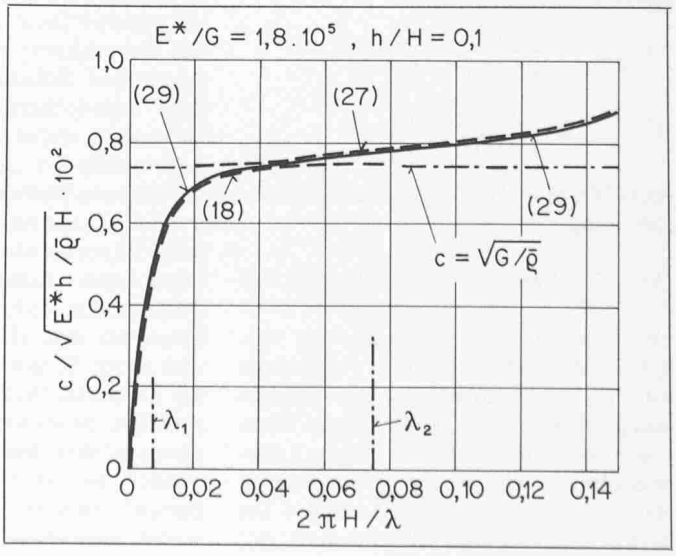


Bild 9. Dispersionskurve gemäss (29) und Vergleich



$$(29) \quad c = 2\pi \cdot \frac{H}{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{E^*}{\bar{\rho}} \cdot \frac{h}{H}} \cdot \frac{\sqrt{1 + \lambda_2^2 / 12\lambda^2}}{\sqrt{1 + \lambda_2^2 / \lambda^2}}$$

Die zugehörige Dispersionskurve zeigt, dass die Approximationen gemäss (18) für $\lambda \gg \lambda_2$ und (27) für $\lambda \ll \lambda_1$, sehr vernünftige Resultate ergeben (Bild 9). Da die Approximationen aus den beiden letzten Abschnitten die physikalischen Hauptmechanismen im Vergleich zu (28) expliziter beschreiben, sind die einfacheren Wellengleichungen (17) und (26) in ihren entsprechenden Gültigkeitsbereichen der Gleichung (28) vorzuziehen.

In statischen Anwendungen erwartet man, dass in der Nähe der Lastunstetigkeiten und Lager das im Abschnitt zuvor beschriebene Modell mit biegesteifen Flanschen und Schubfederung gültig wird („kleine Wellenlängen"). Genügend weit von solchen Stellen darf dagegen das im Abschnitt „Schubkorrektur für mittelgroße Wellenlängen" beschriebene Modell mit biegeweichen Flanschen im Membranzustand und schubübertragendem Kern verwendet werden („grössere Wellenlängen").

Adresse des Verfasser: Prof. Dr. *M. Sayir*, Institut für Mechanik, ETH-Zentrum, 8092 Zürich

Schrifttum

[1] *Timoshenko, S.* (1921): „On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bars". Phil. Mag. 41, Ser. 6, 744

[2] *Sayir, M.* (1980): „Flexural Vibrations of Strongly Anisotropic Beams". Ingenieur-Archiv 49, S. 309-323

[3] *Kolsky, H.* (1953): „Stress waves in solids". Oxford

[4] *Koller, M., Sayir, M., Goodbread, J.*: „Experiments and Corresponding Theory on Flexural Waves in Sandwich-Structures" (noch nicht publiziert)

[5] *Dual, J.* (1981): „Biegewellen in Sandwichbalken". Diplomarbeit ETH

Über den Ausdruck unserer Bauwerke

Von Walter A. Schmid, Zürich

Ein Weg zu lebensförderndem Bauen. Alles, was wir erschaffen, hat Ausdruck und beeindruckt. Eine Methode wird erläutert, sich in der Ästhetik zu üben.

Comment construire pour élever la qualité de la vie? Tout ce que l'on crée possède son expression et impressionne. L'auteur montre comment se former l'esthétique par la contemplation et l'analyse des impressions reçues.

How to get away from ugly to life enhancing structures. Bearing in mind that whatever we create has expression and will impress, the author shows a method of training esthetics in contemplating and articulating one's impressions.

«Die Eigentümlichkeit des Ausdrucks ist Anfang und Ende aller Künste» *Goethe*

Es ist bekannt, wie sehr der Jubilar den Nachwuchs fördert, darum hat der Verfasser beim Schreiben der nachfolgenden Zeilen vor allem an die jüngere Generation gedacht. Es wäre ihm eine Freude, wenn die Jungen, die sich um lebensförderndes Gestalten bemühen, in den folgenden Zeilen etwas fänden, das ihnen weiterhilft.

Lieber junger Gestalter, lieber frischgebackener Berufskollege

Mit unserem Beruf des Baufachmannes übernehmen wir unter anderem die Aufgabe, *unsere Welt sichtbar mitzuformen*. Diese Darlegungen sollen zeigen, wie ein Teil unseres für die Formgebung nötigen Rüstzeuges in ständigem Bestreben entwickelt werden kann.

Schönheit, Empfinden

In der Gruppenarbeit «Ästhetik im Bauingenieurwesen» der Internationalen Vereinigung für Brückenbau und Hochbau haben wir erkennen müssen, wie schwierig es ist zu definieren, was wir unter Schönheit verstehen.

Ich möchte hier zeigen, dass wir, statt nach der Schönheit zu fragen, *nach dem Ausdruck suchen wollen*. Der Ausdruck eines Objektes ist für uns das, was wir darüber empfinden.

Fragen wir nach dem Duft jener sattroten Rose «Papa Meilland» oder was über die Interpretation von *Mozarts* A-Dur-Violinkonzert durch die Künstlerin M. zu sagen ist, beide Male werden wir eine ähnliche Antwort erhalten, wie sie jener Architekturstudent über das neue, im Sommer 1982 bezogene Bankgebäude an der Bärengasse in Zürich gegeben hat: Es werden uns *Empfindungen* bekanntgegeben. Diese Beobachtung haben schon unsere Wortschöpfer-Vorfahren gemacht, bedeutet doch das griechische «aisthanesthai» «Empfinden». Das heisst, Ästhetik ist die Lehre von den «Empfindungen».

Hier noch eine Aussage von *Rainer Maria Rilke* über *Cézannes* Aquarelle: «...die Aquarelle sind sehr schön. Ebenso sicher wie die Bilder und ebenso leicht, wie jene massiv sind. Landschaften, ganz leichte Bleistiftumrisse, auf die nur da und dort, als Nachdruck und Bestätigung gleichsam, ein Zufall von Farbe fällt, eine Reihe von Flekken, wunderbar angeordnet und von einer Sicherheit im Anschlag, als spiegelte sich eine Melodie.»

Eindruck - Ausdruck

Alles, was und wie Sie es immer schaffen, hat Ausdruck, beeindruckt das Mitlebende, wird empfunden. Wir wollen den immer hörbarer werdenden Ruf nach Lebensqualität auch in unserem Beruf beachten. Darum gestalten wir nicht nur statisch richtig und wirtschaftlich, sondern gleich auch noch mit positivem Ausdruck, lebensfördernd.

Sie fragen: Wie? Ich meine: Schulen wir uns an und mit den Eindrücken! Wir fragen uns: Wie beeindruckt mich dieses Gegenüber, was empfinde ich? Wir suchen nach dem Ausdruck und fassen es in Worte: «Im Ansprechen der Welt durch das Wort werden die Eindrücke nach bleibenden Bedeutungskomplexen gegliedert und als überschaubares, gegenständliches Orientierungsfeld vor das Bewusstsein gebracht [1].»

In seinen kreativen Phasen wird das ganze Wesen des schöpferischen Menschen beteiligt. Wir können unsere Eindrucksfelder nicht breit genug anlegen, damit uns später daraus die Früchte unseres Ausdrucks zufallen. Im Umgang mit den Bauwerken ist unser *Auge*, neben dem Tastsinn und dem Gehör, am stärksten beteiligt. Deshalb verbleiben wir im folgenden bei den durch den Gesichtssinn vermittelten Eindrücken.

Der Ausdruck als Bewegung

Es ist hier nicht der Platz, das grosse Gebiet der Ausdruckskunde darzulegen. Wie *Ludwig Klages* [2] gesagt hat, werden wir durch den Ausdruck bewegt; dieses Bewegende ist selber Bewegung, wie Tanz, Gesten, Gebärden, Gangarten, Gewohnheiten. Es kann