

# Berechnung von Holz-Beton-Verbundbalken mit der Differenzmethode

Autor(en): **Timmermann, Kay / Meierhofer, U.A.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizer Ingenieur und Architekt**

Band (Jahr): **112 (1994)**

Heft 45

PDF erstellt am: **15.05.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-78555>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Berechnung von Holz-Beton-Verbundbalken mit der Differenzenmethode

**Im Rahmen von Forschungs- und Entwicklungsarbeiten für Holz-Beton-Verbundkonstruktionen wurde auch nach Möglichkeiten gesucht, solche Konstruktionen zu berechnen, ohne sich den Beschränkungen zu unterziehen, die sich für eine geschlossene Lösung der entsprechenden Differentialgleichung ergeben. Mit der Differenzenmethode lassen sich selbst Konstruktionen mit variabler Schubsteifigkeit der Verbindung, variablem Querschnitt und variabler Belastung verhältnismässig einfach mit hinreichender Genauigkeit berechnen.**

## Einleitung

Forschung und Entwicklung, aber auch die bautechnische Anwendung von Holz-Beton-Verbundkonstruktionen haben in den letzten Jahren eine zunehmende Verbreitung erfahren. Die wichtigste Anwendung von Holz-Beton-Verbundkonstruktionen sind Rippenplatten, wobei die Balkenlage aus Holz sowohl als Schalungsträger als auch als Zugarmierung für die darüberliegende, relativ dünne Betonplatte dient. Eine eingehende Darstellung der Bauweise unter den verschiedensten Gesichtspunkten ist im Heft 37 vom «Schweizer Ingenieur und Architekt» zu finden.

VON KAY TIMMERMANN,  
U.A. MEIERHOFER,  
DÜBENDORF

Zur Ermittlung des Tragverhaltens von Holz-Beton-Verbundträgern wurden an der EMPA-Abteilung Holz umfangreiche, teilweise sehr langfristige Versuche angestellt (Timmermann K., Meierhofer U.A., 1993 [1]). Neben den versuchsmässigen Abklärungen sind für die Anwendungspraxis auch möglichst einfache Berechnungsmethoden von genügender Genauigkeit wichtig.

Die grundsätzlichen statischen Gegebenheiten von Verbundkonstruktionen lassen sich durch eine Differentialgleichung 6. Grades umschreiben:

$$(E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2) \cdot \frac{\delta^6 w}{\delta x^6} - [(E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2) \cdot \omega^2 + e^2 \cdot k] \cdot \frac{\delta^4 w}{\delta x^4} - \frac{\delta^2 F}{\delta x^2} + \omega^2 \cdot F = 0 \quad (1)$$

wobei

$$k = \frac{C}{e} \quad \text{und} \quad \omega^2 = k \cdot \frac{E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2}{E_1 \cdot A_1 \cdot E_2 \cdot A_2} \quad (2)$$

mit

$E_1, E_2, I_1, I_2, A_1, A_2$ : Elastizitätsmodul, Trägheitsmoment und Querschnittsfläche von Beton bzw. Holz,  $w$  = Durchbiegung,  $e$  = Abstand der Querschnittsmittelpunkte von Holz und Beton,  $F$  = verteilte Last,  $C$  = Schubfedersteifigkeit des Verbinders,  $e'$  = Abstand zwischen den Verbindern.

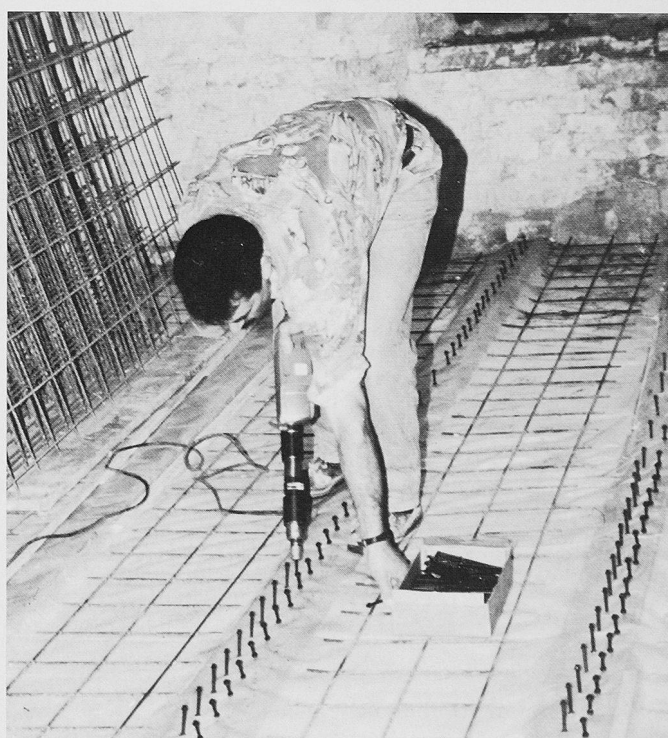
Geschlossene Lösungen der Differentialgleichung für bestimmte Voraussetzungen wurden schon vor längerer Zeit entwickelt. Stellvertretend für viele andere sei hier auf Stüssi [2], Möhler [3],

Pischl [4], Bergfelder [5], Natterer, Hoefl [6] hingewiesen.

Um den Gegebenheiten der Baupraxis Rechnung zu tragen – insbesondere auch variable  $k$ -Werte, d.h. variable Abstände zwischen den Verbindern –, müssen bei einer Berechnung mittels geschlossener Lösungen der Differentialgleichung recht aufwendige Rechenverfahren in Kauf genommen werden. Die dabei erzielte hohe Genauigkeit ist jedoch für die Bauanwendung nicht unbedingt erforderlich. Deshalb wurden Näherungsverfahren entwickelt, wie sie zum Beispiel in den Normen SIA 164 und DIN 1052 zu finden sind. Diese Näherungen weisen jedoch deutliche Nachteile auf: Ihre Genauigkeit ist in bestimmten Fällen zu gering, und sie können eine ungleichmässige Verteilung der Verbindungsmittel nicht erfassen.

Flexibler sind zwei Ansätze von Bergfelder [5], mit denen veränderliche Verbindungsmittelabstände und veränderliche Bauteilsteifigkeiten berücksichtigt werden können. Der eine Ansatz legt der Berechnung ein Vierendeelträger zugrunde, der andere basiert auf der Differenzenmethode. Dieser letztere wird hier für die Anwendung unter den speziellen Bedingungen eines Holz-Beton-Verbundbalkens weiterentwickelt und als Berechnungsmethode dargestellt.

Montage von Holz-Beton-Verbindern für die Verstärkung einer Holzbalkendecke bei der Sanierung eines Altbaus an der Friedensgasse in Zürich



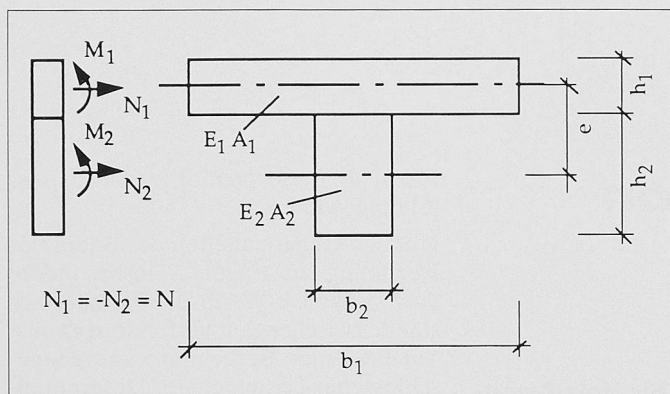


Bild 1. Querschnitt ohne Fuge

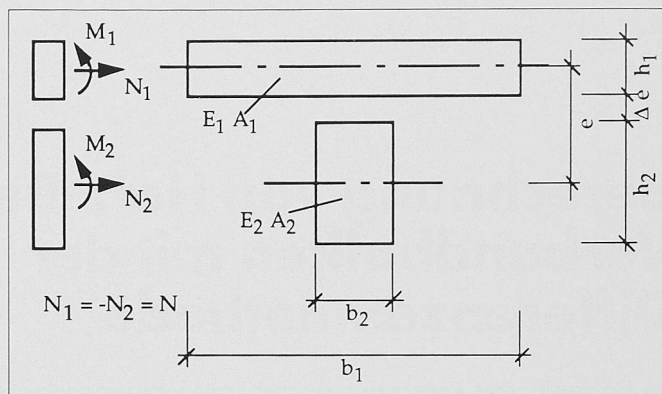


Bild 2. Querschnitt mit Fuge

Die Verbindung ist in verschiedener Hinsicht massgebend für die Effizienz von Holz-Beton-Verbundkonstruktionen: wirtschaftlich, sicherheitsmässig und bezüglich der Gebrauchstüchtigkeit, insbesondere der Verformbarkeit. Ebenso wichtig wie ein optimaler Einsatz der Verbinder, z.B. mit variablen Abständen, ist es, die Verbinderverformungen genau zu kennen und in die Berechnung einfließen zu lassen.

Im vorliegenden Bericht wird zunächst der Berechnungsablauf von zusammengesetzten Biegeträgern mit elastischem Verbund mittels Differenzrechnung aufgezeigt und anschliessend je ein Beispiel mit gleich- und ungleichmässiger Verteilung der Verbindungsmittel gerechnet. Die Ergebnisse des Trägers mit gleichmässiger Verbindungsmittelverteilung werden denjenigen einer geschlossenen Lösung, wie sie von *Natterer, Hoefft* [6] angeboten werden, gegenübergestellt.

### Allgemeine Verbundtheorie

Bei der Belastung eines zusammengesetzten Biegeträgers entsteht in der Fuge ein Schubfluss  $t$ . Mit der Relativverschiebung  $u$  der Querschnitte und unter Voraussetzung einer kontinuierlichen elastischen Schubsteifigkeit  $k$  gilt:

$$t = k \cdot u \quad (3)$$

Bei gleichmässigen, punktförmig angeordneten Verbindungsmitteln mit einem Verschiebungsmodul  $C$  und dem Abstand  $e'$  gilt:

$$k = \frac{C}{e'} \quad (4)$$

Zur Berücksichtigung verschiedener Elastizitätsmodule  $E_i$  wird ein beliebiger Vergleichs-Elastizitätsmodul  $E_v$  eingeführt und ein Faktor  $n_i$  definiert:

$$n_i = \frac{E_i}{E_v} \quad (5)$$

*Pischl* [4] formuliert über die Gleichgewichtsbedingungen des Verbundquer-

schnittes die folgende Differentialgleichung für die Gurtnormalkraft:

$$\frac{d^2 N}{dx^2} - \beta^2 N + \alpha M(x) = 0 \quad (6)$$

mit

$$\alpha = \frac{k}{E_v} \cdot \frac{e}{n_1 I_1 + n_2 I_2}; \beta^2 = \alpha \frac{I_s}{S_s} \quad (7)$$

$$S_s = e \frac{n_1 A_1 n_2 A_2}{n_1 A_1 + n_2 A_2} \quad (8)$$

$$I_s = n_1 I_1 + n_2 I_2 + e S_s \quad (9)$$

Die Berücksichtigung einer Fuge zwischen Holz und Beton ergibt Bild 2. Die Fuge resultiert aus einer theoretisch inkompressiblen Schicht ( $E_{Druck} = \infty$ ), welche als verlorene Schalung im Bauteil angeordnet wird. Die angegebenen Formeln behalten ihre Gültigkeit, lediglich bei der Berechnung von  $e$  muss die Schichtdicke  $\Delta e$  berücksichtigt werden.

$$e = \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} + \Delta e \quad (10)$$

### Berechnung nach dem Differenzenverfahren

Der nachfolgende Berechnungsablauf entspricht dem von *Bergfelder* [5] und wird hier nur kurz skizziert. Die Auflösung der Differentialgleichung (6) erfolgt durch Integration mit dem Differenzenverfahren. Der Träger mit der Länge  $l$  wird in  $n$  gleiche Abschnitte  $\Delta x = l/n$  unterteilt. Unstetigkeitsstellen wie Auflager, Einzellasten oder Änderungen der Schubsteifigkeit müssen dabei mit den Abschnittsgrenzen zusammenfallen. Der Verlauf der Gurtnormalkraft  $N$  wird abschnittsweise durch eine Parabel 2. Ordnung angenähert. Berechnet werden diskrete Werte von  $d^2 N/dx^2$  in den Stützstellen.

$$N_{(x)} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \quad (11)$$

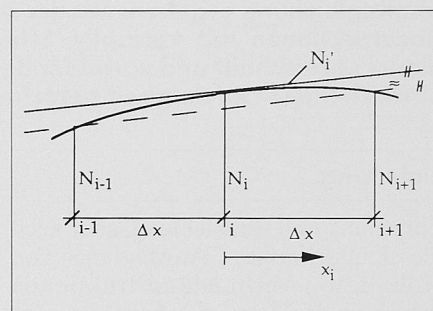


Bild 3. Ersatzpolynom

Die 2fache Ableitung des Ersatzpolynoms wird als Näherung für die tatsächliche Ableitung im Punkt  $x = i$  ausgedrückt durch die Werte in den Stützstellen:

$$N''_{(i)} \approx \frac{1}{\Delta x^2} (N_{i-1} - 2N_i + N_{i+1}) \quad (12)$$

Eingesetzt in die Differentialgleichung (6) folgt für  $N_i$ :

$$-N_{(i-1)} + (2 + \beta_i^2 \Delta x^2) N_i - N_{i+1} = \alpha_i \Delta x^2 M_i \quad (13a)$$

Liegt ein symmetrisches System vor, müssen die Gleichungen nur bis zum Symmetriemittelpunkt  $m = n/2$  aufgestellt werden. Für den Punkt  $m$  folgt analog zur Gleichung (13a):

$$-N_{(m-1)} + (1 + \frac{1}{2} \beta_m^2 \Delta x^2) N_m = \frac{1}{2} \alpha_m \Delta x^2 M_m \quad (13b)$$

Im allgemeinen wird in den Punkten 0 und  $n$  die Gurtnormalkraft Null. Für diesen Fall ergibt sich das Gleichungssystem (14) auf Seite 933 oben, Kasten.

Die für die Berechnung notwendigen Schnittmomente  $M_i$  werden vorab mit den üblichen statischen Methoden berechnet. Man erhält als Lösung des Gleichungssystems (14) die Gurtnormalkräfte in den Stützstellen mit einem Verlauf nach Bild 3.



$$\begin{array}{c|c|c}
 \begin{array}{ccccccc}
 2 + \beta_1^2 \Delta x^2 & -1 & & & & & \\
 -1 & 2 + \beta_2^2 \Delta x^2 & -1 & & & & \\
 & & \cdot & \cdot & \cdot & & \\
 & & & -1 & 2 + \beta_i^2 \Delta x^2 & -1 & \\
 & & & & \cdot & \cdot & \cdot \\
 & & & & & -1 & 1 + \frac{1}{2} \beta_m^2 \Delta x^2
 \end{array}
 &
 \begin{array}{c}
 N_1 \\
 N_2 \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 N_i \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 N_m
 \end{array}
 &
 \begin{array}{c}
 \alpha_1 \Delta x^2 M_1 \\
 \alpha_2 \Delta x^2 M_2 \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \alpha_i \Delta x^2 M_i \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \frac{1}{2} \alpha_m \Delta x^2 M_m
 \end{array}
 \end{array} \quad (14)$$

Gleichungssystem (14)

Der Schubfluss  $t_i$  entspricht der Parabelsteigung im Punkt  $i$ . Angenähert wird diese durch die Gleichungen (15) für den allgemeinen Fall und (16) für Unstetigkeitsstellen:

$$t_i = \frac{-N_{i-1} + N_{i+1}}{2 \Delta x} \quad (15)$$

$$t_{i-1} = \frac{-3 N_{i-1} + 4 N_i - N_{i+1}}{2 \Delta x} \quad (16)$$

Nachfolgend werden die Gurtmomente  $M_1$  und Stegmomente  $M_2$  berechnet. Vom äusseren Moment  $M$  wird der Anteil der Gurtnormalkraft ( $N e$ ) subtrahiert und entsprechend den Steifigkeiten der Einzelquerschnitte verteilt:

$$\Delta M = M - N e \quad (17)$$

$$M_1 = \Delta M \frac{n_1 I_1}{n_1 I_1 + n_2 I_2} \quad (18)$$

$$M_2 = \Delta M \frac{n_2 I_2}{n_1 I_1 + n_2 I_2} \quad (19)$$

Mittels der allgemein bekannten Differentialgleichung (20) kann die Durchbiegung über die Steg- oder Gurtmomente berechnet werden. Für die Gurtnormalkraft lautet die Differentialgleichung der Durchbiegung:

$$\frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{M_2(x)}{E n_2 I_2} = 0 \quad (20)$$

Die Gleichung (20) hat die gleiche Form wie die Differentialgleichung der Gurtnormalkraft und wird analog mittels folgenden Differenzengleichungen berechnet:

$$-w_{(i-1)} + 2 w_i - w_{i+1} = \frac{M_{2,i} \Delta x^2}{E_v n_2 I_{2,i}} \quad (21a)$$

$$-w_{(m-1)} + w_m = \frac{1}{2} \frac{M_{2,i} \Delta x^2}{E_v n_2 I_{2,i}} \quad (21b)$$

für den Symmetriemittelpunkt

### Beispiel 1

Zur Darstellung des Berechnungsablaufes wird ein Einfeldträger unter Gleichstreckenlast mit gleichmässiger Verteilung der Verbindungsmittel berechnet. Die Abmessungen und das statische System sind den Bildern 4 und 5 zu entnehmen. Der Träger wird für die Berechnung in 12 Abschnitte unterteilt:

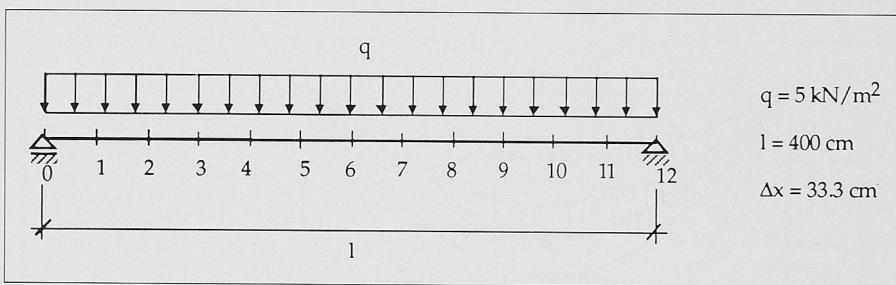


Bild 4. Einfeldträger unter gleichmässig verteilter Belastung

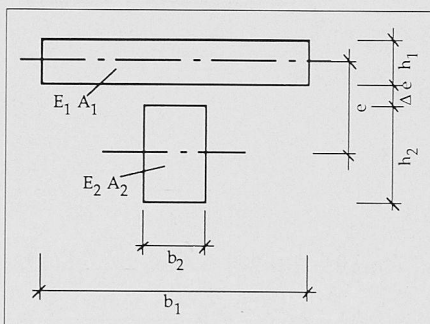


Bild 5. Querschnittsabmessungen

$$b_1 = 75 \text{ cm}; h_1 = 6 \text{ cm}^*$$

$$b_2 = 12 \text{ cm}; h_2 = 18 \text{ cm}$$

$$\Delta e = 2 \text{ cm}$$

$$E_1 = 30000 \text{ MN/m}^2$$

$$E_2 = E_v = 10000 \text{ MN/m}^2$$

$$C = 50 \text{ kN/cm}; e' = 10 \text{ cm}$$

\*) Der Wert berücksichtigt in grober Annäherung die um die Risttiefe reduzierte Betonhöhe

$$A_1 = 450 \text{ cm}^2; I_1 = 1350 \text{ cm}^4; n_1 = 3$$

$$A_2 = 216 \text{ cm}^2; I_2 = 5832 \text{ cm}^4; n_2 = 1$$

$$e = \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} + \Delta e = 14 \text{ cm}$$

$$k = \frac{C}{e} = 5 \text{ kN/cm}^2$$

$$S_s = e \frac{n_1 A_1 n_2 A_2}{n_1 A_1 + n_2 A_2} = 2607 \text{ cm}^3$$

$$I_s = n_1 I_1 + n_2 I_2 + e S_s = 46\,379 \text{ cm}^4$$

$$\alpha = \frac{k}{E_v} \cdot \frac{e}{n_1 I_1 + n_2 I_2} = 7.08 \cdot 10^{-6}$$

$$\beta^2 = \alpha \frac{I_s}{S_s} = 1.26 \cdot 10^{-4}$$

Aus diesen Querschnittswerten ergeben sich die für das Gleichungssystem (14) notwendigen Faktoren:

$$\alpha_i \Delta x^2 = 7.87 \cdot 10^{-3}$$

$$2 + \beta_i^2 \Delta x^2 = 2.14$$

Mittels der vorab berechneten äusseren Momente  $M$  werden die Gurtnormalkräfte  $N$  in den Stützstellen ermittelt.

Anschliessend werden mit Hilfe der Gleichungen 13–19 der Schubfluss  $t$  sowie die Durchbiegung  $w$  berechnet.

Für die Verbundsteifigkeiten  $k = 0.0, 2.5, 5.0, 10.0, \infty \text{ kN/cm}^2$  ist in den Bildern 6 und 7 der Verlauf des Schubflusses ( $\max t = 1.0$ ) und der Durchbiegung ( $\max w = 1.0$ ) dargestellt.

### Beispiel 2

Das folgende Beispiel zeigt die grundsätzliche Möglichkeit, einen Verbundquerschnitt mit ungleichmässiger Schubsteifigkeit mit dem Differenzenverfahren zu berechnen.

Die Schubsteifigkeit in der Fuge wird, von der Balkenmitte ausgehend, linear ansteigend angenommen. Die gewählte Anordnung der Verbundelemente ist rein theoretisch und bedarf für die Baupraxis der Anpassung an Randbedingungen – wie beispielsweise minimaler und maximaler Verbindungsmittelabstand, – die hier nicht berücksichtigt werden. Es wird der Träger von Beispiel 1 für die Berechnung herangezogen (Bild 8).

| Punkt | M [kNm] | N [kN] | t [kN/cm] | $\Delta M$ [kNm] | M <sub>1</sub> [kNm] | M <sub>2</sub> [kNm] | w [cm] |
|-------|---------|--------|-----------|------------------|----------------------|----------------------|--------|
| 0     | 0.00    | 0.00   | 0.25      | 0.00             | 0.00                 | 0.00                 | 0.00   |
| 1     | 2.29    | 7.83   | 0.23      | 1.20             | 0.49                 | 0.71                 | 0.16   |
| 2     | 4.16    | 14.95  | 0.20      | 2.07             | 0.85                 | 1.22                 | 0.37   |
| 3     | 5.62    | 20.89  | 0.16      | 2.70             | 1.11                 | 1.59                 | 0.43   |
| 4     | 6.66    | 25.32  | 0.11      | 3.12             | 1.28                 | 1.84                 | 0.52   |
| 5     | 7.29    | 28.06  | 0.06      | 3.36             | 1.38                 | 1.99                 | 0.58   |
| 6     | 7.50    | 28.98  | 0.00      | 3.44             | 1.41                 | 2.03                 | 0.60   |

Tabelle 1. Ergebnisse zum Beispiel 1

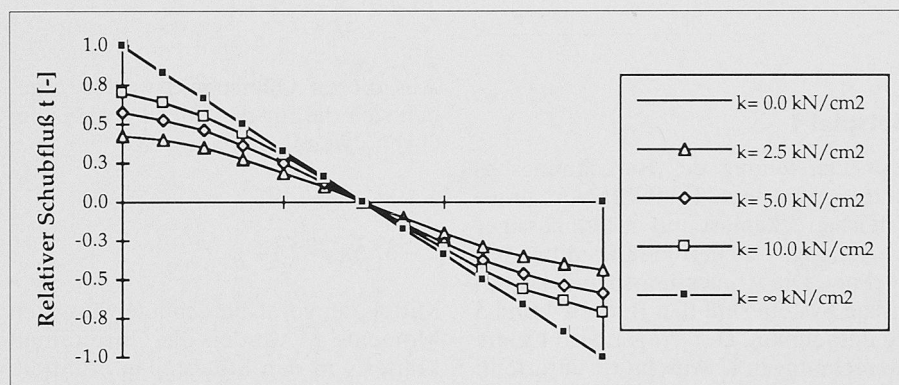


Bild 6. Relativer Schubfluss zum Beispiel 1

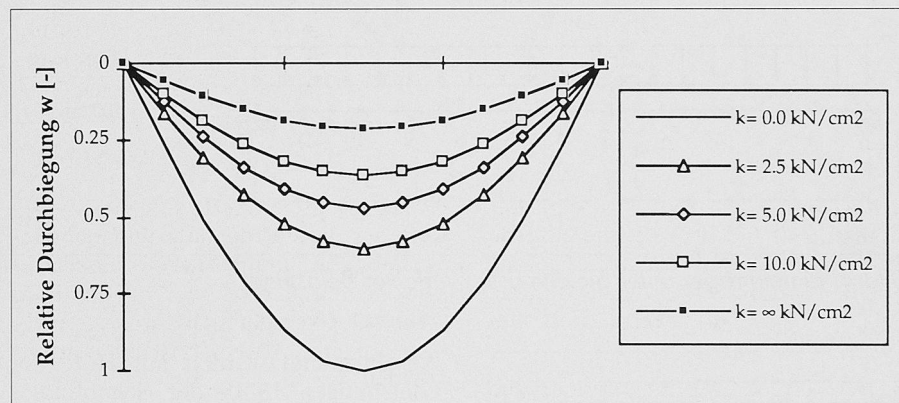


Bild 7. Relative Durchbiegung zum Beispiel 1

Unter der Annahme einer zwischen Trägerrand und Trägermitte linear verteilten Schubsteifigkeit  $k$  werden die Verbundmittlabstände in den Stützstellen wie folgt berechnet:

$$e_i = \frac{C}{k_i} \quad (22)$$

mit

$$k_1 = \max k |1.0 - 2f| \quad (23)$$

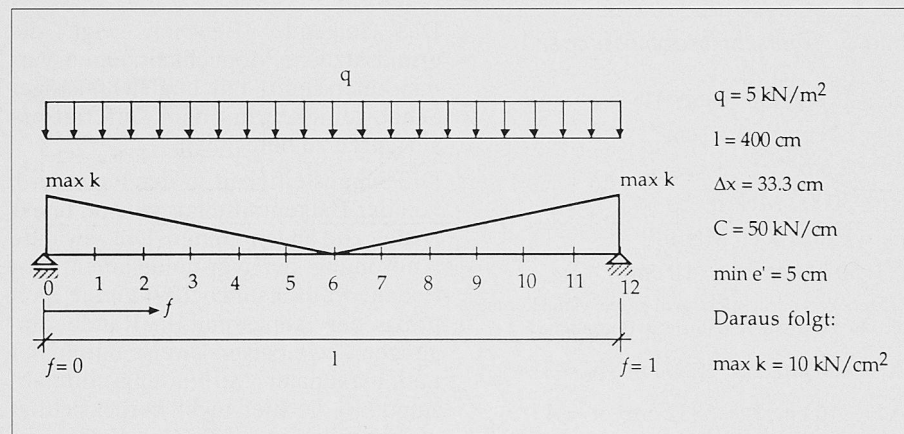


Bild 8. Einfeldträger unter gleichmässig verteilter Belastung mit veränderlicher Schubsteifigkeit

Die für das Gleichungssystem (14) notwendigen Faktoren werden analog zum Beispiel 1 ermittelt (Tabelle 2).

In den Bildern 9 und 10 werden die unterschiedlichen Verläufe des Schubflusses ( $\max t = 1.0$ ) und der Schubkraft je Verbundelement ( $\max T = 1.0$ ) dem Beispiel 1 ( $k = \text{konst.} = 5.0 \text{ kN/cm}^2$ ) einander gegenübergestellt.

Die mittlere Schubsteifigkeit ist in den Beispielen 1 und 2 gleich. Bild 9 zeigt, dass sich der Schubflussverlauf durch die Konzentration der Verbinder beim Auflager nicht wesentlich ändert. Demgegenüber reduziert sich die maximale Schubkraftbelastung der Verbundelemente bei einer Steifigkeitsverteilung entsprechend Bild 8 um ca. 50 % gegenüber der maximalen Schubkraftbelastung bei einer gleichmässigen Steifigkeitsverteilung. Die Durchbiegung in Feldmitte erhöht sich von 6,0 mm auf 7,3 mm.

### Vergleich Differenzenverfahren – exakte Lösung

Die Genauigkeit der Differenzenmethode kann durch einen Vergleich mit der exakten Lösung der Differentialgleichung überprüft werden. Es werden die Abmessungen vom Beispiel 1 übernommen und verschiedene, baupraktisch übliche Verbundsteifigkeiten für drei Lastfälle variiert. Die Näherungslösung wird einer geschlossenen Lösung, wie sie von Natterer, Hoefl [6] angegeben wird, gegenübergestellt.

Die Bilder 11 bis 13 zeigen für die verschiedenen Lastfälle die maximalen Abweichungen beim Schubfluss am Balkenende und bei der Durchbiegung in Balkenmitte.

Die grössten Fehler beim Schubfluss sind mit ca. +3 % sehr gering. Der tatsächliche Schubfluss wird überschätzt. Im Feldbereich ist der Fehler mit ca. -1 % kleiner. Bei der Durchbiegung liegt der Fehler bei ca. ±1 %.

Die Genauigkeit ist demnach bei einer Balkeneinteilung in nur 12 Abschnitte sehr hoch und für baupraktische Belange bei weitem ausreichend. Die Einflüsse bei der Fertigung sind zweifellos um ein Vielfaches grösser.

Grundsätzlich liesse sich dennoch die Genauigkeit durch kleinere Abschnitte oder Differenzenformeln höherer Ordnung – bedingt durch die Mitnahme mehrerer Stützstellen – beliebig steigern.



| Punkt | k<br>[kN/cm <sup>2</sup> ] | e'<br>[cm] | $\alpha$<br>[-] | $\beta^2$<br>[-] | $\alpha \Delta x^2$<br>[kNm] | $2 + \beta^2 \Delta x^2$<br>[kNm] |
|-------|----------------------------|------------|-----------------|------------------|------------------------------|-----------------------------------|
| 0     | 10.00                      | 5.0        | 1.42E-05        | 2.52E-04         | 1.57E-02                     | 2.28                              |
| 1     | 8.33                       | 6.0        | 1.18E-05        | 2.10E-04         | 1.31E-02                     | 2.23                              |
| 2     | 6.67                       | 7.5        | 9.44E-06        | 1.68E-04         | 1.05E-02                     | 2.19                              |
| 3     | 5.00                       | 10.0       | 7.08E-06        | 1.26E-04         | 7.87E-03                     | 2.14                              |
| 4     | 3.33                       | 15.0       | 4.72E-06        | 8.40E-05         | 5.25E-03                     | 2.09                              |
| 5     | 1.67                       | 30.0       | 2.36E-06        | 4.20E-05         | 2.62E-03                     | 2.05                              |
| 6     | 0.00                       | —          | 0.00E-00        | 0.00E-00         | 0.00E-00                     | 1.00*)                            |

Tabelle 2. Faktoren zum Beispiel 2. \*) Berechnung nach Gleichung (11b)

Aus den in der Tabelle 2 zusammengestellten Faktoren berechnen sich die folgenden Werte:

| Punkt | M<br>[kNm] | N<br>[kN] | t<br>[kN/cm] | T<br>[kN] | $\Delta M$<br>[kNm] | M <sub>1</sub><br>[kNm] | M <sub>2</sub><br>[kNm] | w<br>[cm] |
|-------|------------|-----------|--------------|-----------|---------------------|-------------------------|-------------------------|-----------|
| 0     | 0.00       | 0.00      | 0.24         | 1.22      | 0.00                | 0.00                    | 0.00                    | 0.00      |
| 1     | 2.29       | 7.47      | 0.21         | 1.23      | 1.25                | 0.51                    | 0.74                    | 0.19      |
| 2     | 4.17       | 13.68     | 0.16         | 1.19      | 2.25                | 0.92                    | 1.33                    | 0.37      |
| 3     | 5.63       | 18.07     | 0.10         | 1.03      | 3.10                | 1.27                    | 1.83                    | 0.52      |
| 4     | 6.67       | 20.56     | 0.05         | 0.77      | 3.79                | 1.55                    | 2.24                    | 0.63      |
| 5     | 7.29       | 21.47     | 0.01         | 0.41      | 4.29                | 1.76                    | 2.53                    | 0.71      |
| 6     | 7.50       | 21.47     | 0.00         | 0.00      | 4.49                | 1.84                    | 2.65                    | 0.73      |

Tabelle 3. Ergebnisse zum Beispiel 2

### Literatur

- [1] Timmermann, K., Meierhofer, U. A.: Holz-Beton-Verbundkonstruktionen. Untersuchungen und Entwicklungen zum mechanischen Verbund von Holz und Beton. EMPA Abt. Holz 115/30, 1993. Forsch.- u. Arb.-ber.
- [2] Stüssi, F.: Beiträge zur Berechnung und Ausbildung zusammengesetzter Vollwandträger. Schweizerische Bauzeitung 61 (1943): Nr. 8/9 S. 87–89 u. 102–103
- [3] Möhler, K.: Über das Tragverhalten von Biegeträgern und Druckstäben mit zusammengesetztem Querschnitt und nachgiebigen Verbindungsmitteln. Habilitation, Universität Karlsruhe, 1956
- [4] Pischl, R.: Die Berechnung zusammengesetzter hölzerner Biegeträger aufgrund der elastischen Verbundtheorie, Dissertation, Technische Hochschule Graz, 1966
- [5] Bergfelder, J.: Näherungsverfahren zur Berechnung allgemeiner zusammengesetzter hölzerner Biegeträger mit elastischem Verbund. Der Bauingenieur 49 (1974): 350–357
- [6] Natterer, J., Hoefft, M.: Zum Tragverhalten von Holz-Beton-Verbundkonstruktionen. Forschungsbericht CERS Nr. 1345, EPFL / IBOIS, 1987

### Schlussbemerkungen

Die Beispiele verdeutlichen, dass der Rechenaufwand beim Differenzenverfahren mit den heute zur Verfügung stehenden Hilfsmitteln verhältnismässig gering ist. Mit dem Berechnungsverfahren können unterschiedliche statische Systeme mit verschiedenen Belastungsfällen und über die Balkenlänge veränderliche Schubsteifigkeiten einfach berücksichtigt werden. Der Vergleich mit der exakten Lösung der

Differentialgleichung zeigt die hohe Genauigkeit bei einer Einteilung des Trägers in «nur» 12 Abschnitte; sie kann bei Bedarf durch eine engere Wahl der Stützstellen beliebig vergrössert werden.

Bei der Berechnung mit veränderlicher Verbindungsmittelsteifigkeit liegen keine vergleichbaren Werte vor, da für diesen Fall keine geschlossene Lösung der Differentialgleichung bekannt ist. Der Berechnungsfehler dürfte geringfügig höher sein. Eine gewisse Vorsicht

ist bei unstetiger Änderung der Steifigkeiten geboten, da aufgrund der Berechnungsannahmen der voraussichtliche Fehler grösser sein dürfte. Dies kann selbstverständlich durch die Wahl von kleineren Abschnitten kompensiert werden.

Ein viel grösseres Fehlerpotential besteht in der richtigen Abschätzung der Verbundmittelsteifigkeit, der richtigen Erfassung der Belastung und der Auflagerbedingungen. Es sind daher Versuche an Holz-Beton-Verbundkon-

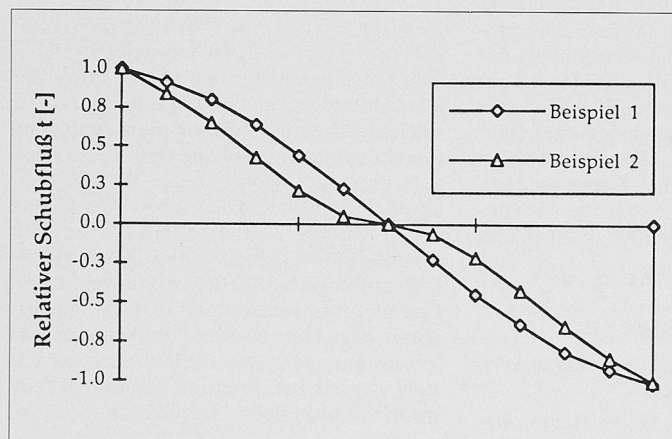


Bild 9. Vergleich des relativen Schubflusses zu den Beispielen 1 und 2

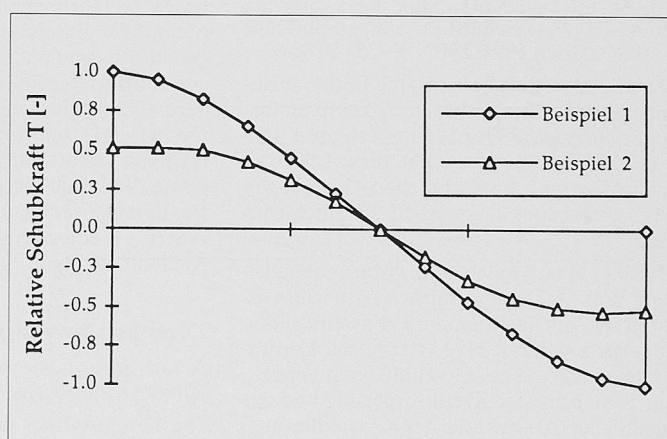


Bild 10. Vergleich der relativen Schubkraft zu den Beispielen 1 und 2

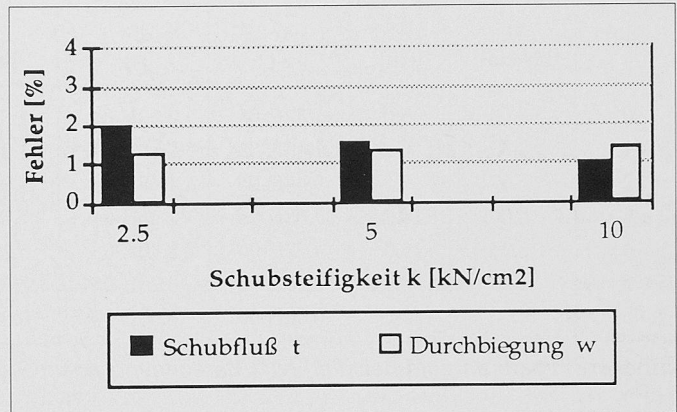
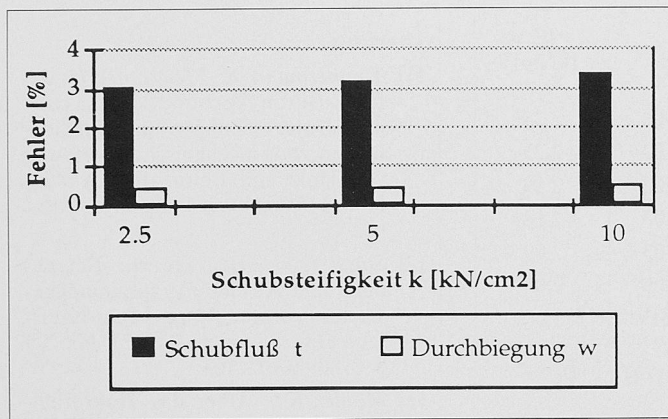


Bild 11 (oben links). Fehler der Näherungslösung bei Gleichstreckenlast  $q = 5 \text{ kN/m}^2$

Bild 12 (oben). Fehler der Näherungslösung bei Einzellast  $P = 10 \text{ kN}$  in Feldmitte

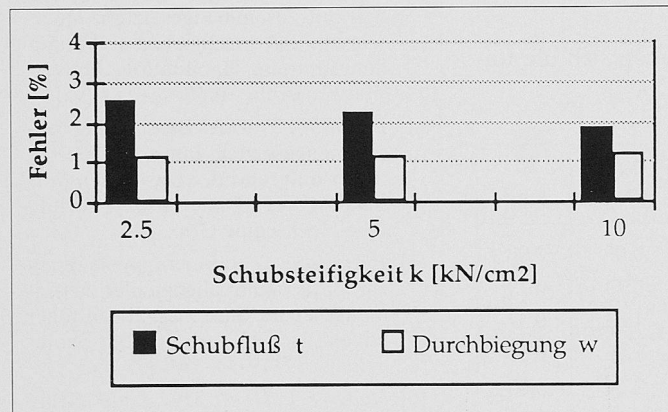


Bild 13. Fehler der Näherungslösung bei Einzellasten  $P = 2 \times 5 \text{ kN}$  in den Drittelpunkten

struktionen unerlässlich, um das Verhalten des Verbundes zu erfassen und die Rechenmethoden einschliesslich ihrer Annahmen zu untermauern, (vgl. Timmermann, Meierhofer [1]). Gleichzeitig müssen die Grenzen der Holz-Beton-Verbundkonstruktion aufgezeigt werden.

Grundsätzlich ist es auch möglich, statisch unbestimmte Systeme – zum Beispiel Durchlaufträger in der aufgezeigten Art – zu berechnen, wobei allerdings weitere Rechenschritte notwendig sind.

Die Berechnung wird hier nicht näher betrachtet, da Holz-Beton-Verbund-

konstruktionen in der Baupraxis selten als Durchlaufträger ausgebildet werden.

Adresse der Verfasser: K. Timmermann, U.A. Meierhofer, EMPA Holz-Abteilung, 8600 Dübendorf

## Bücher

### Der Baukredit

Schweizer Schriften zum Baurecht, Band 20. Von Dr. iur. Daniel Baumann. 408 S., brosch., Preis: Fr. 78.–. Schulthess Polygraphischer Verlag, Zürich 1994. ISBN 3-7255-3188-9.

Das wirtschaftlich bedeutsame Baufinanzierungsgeschäft hat bisher noch keine umfassende juristische Darstellung erfahren. Die vorliegende Arbeit versucht, diese Lücke zu schliessen und die rechtlichen Grundlagen des Baukredites dogmatisch zu durchdringen.

Darüber hinaus möchte die Arbeit aber auch dem Praktiker ein hilfreiches Arbeitsinstrument sein und insbesondere Hinweise geben zur Ausgestaltung der Verträge, zur Formulierung Allgemeiner Geschäftsbedingungen, zur Sicherung der Kreditforderung und zur rechtlichen Abwicklung der Konsolidierung. Anhand zahlreicher Beispiele wird untersucht, welche Voraussetzungen zu einer Gefährdung der Kreditforderung führen können und welche (vertraglichen oder ausser-

vertraglichen) Schutzmassnahmen zur Vermeidung der entsprechenden Risiken zur Verfügung stehen.

Ein besonderes Augenmerk gilt dabei möglichen Gefährdungen durch Baustörungen, Mehr- bzw. Zusatzkosten sowie Gefährdungen im Zusammenhang mit dem Baugläubigerschutz. Beleuchtet werden sodann besondere Fälle (Baufinanzierung bei Mit- und Gesamteigentum, Stockwerkeigentum, Baurechtsdienstbarkeiten, Kreditkonsortien sowie öffentlich-rechtlichen Tatbeständen). Ein detailliertes Sachregister schliesslich unterstützt die Verwendung als Handbuch und Nachschlagewerk.

### Zürcher Umweltpraxis

Neues Informationsmittel der kantonalen Umweltschutzfachverwaltung

Die Direktion der öffentlichen Bauten des Kantons Zürich hat die erste Nummer des neuen Informationsmittels «Zürcher Umweltpraxis» «ZUP» herausgebracht. Die

«ZUP» ist als straff gegliedertes Bulletin konzipiert, mit dem den Gemeinden und weiteren an der Thematik Interessierten unterschiedlich gestaltete Informationen aus der gesamten Umweltschutzfachverwaltung des Kantons übermittelt werden können.

Neu ist vor allem eine von Ausgabe zu Ausgabe gleichbleibende Grundstruktur mit bewährten Sammelbegriffen aus der Praxis der Verwaltungstätigkeit im Umweltschutz. Das erleichtert beim Lesen die Orientierung und erlaubt es zudem, einzelne Beiträge herauszutrennen und nach eigenem Bedarf übersichtlich zu ordnen. Die soeben erschienene erste Ausgabe enthält Beiträge zu den Themen Büroökologie, Umweltverträglichkeitsprüfung, betrieblicher Umweltschutz, Energie, Luftreinhaltung und Abfallwirtschaft, dazu Hinweise auf Publikationen und Veranstaltungen. Das Bulletin löst das seit 1989 von der Baudirektion herausgegebene Informationsbulletin «KAUZ» ab.

«ZUP» Nr. 1/Juni 1994 kann schriftlich bestellt werden bei der Koordinationsstelle für Umweltschutz, Baudirektion, 8090 Zürich.