

# Die Berechnung von flachen, gekrempten Kesselböden

Autor(en): **Höhn, Ernst**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **69 (1951)**

Heft 3

PDF erstellt am: **19.05.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-58794>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Die Berechnung von flachen, gekrempten Kesselböden

Von Dipl. Ing. E. HÖHN †, Rüslikon

DK 621.18.0012

Im Kesselbau werden oft Böden von der auf den Bildern 1 bis 3 dargestellten Form verwendet. Zur Berechnung der in ihnen auftretenden Spannungen bzw. der zulässigen Wanddicken benützt man vielfach Faustformeln, da eine theoretisch begründete, für den praktischen Gebrauch geeignete Berechnungsmethode bisher fehlt. Einblick in den in solchen Böden herrschenden Spannungszustand gewährt eine Forschungsarbeit des Schweizerischen Vereins von Dampfkessel-Besitzern (SVDB) aus dem Jahre 1929<sup>1)</sup>, ohne dass damals eine Berechnungsmethode bekanntgegeben worden wäre. Die Bilder 2 und 3 (s. S. 27) entstammen dem genannten Bericht; Bild 1 (s. S. 26) gibt die Resultate einer ähnlichen Untersuchung des SVDB aus einer späteren Zeit wieder.

Der auf den Bildern 1 bis 3 dargestellte Spannungszustand bezieht sich auf die Luftseite;  $\sigma_r$  ist die Meridianspannung in Richtung des Radius,  $\sigma_t$  die Spannung in Richtung der Ringtangente. Diese Spannungen sind aus den gemessenen Dehnungen mit Hilfe der bekannten Gleichungen berechnet worden, wobei  $m = 10/3$  und  $E = 2 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$  gesetzt wurden. Wie ersichtlich ist der Spannungsverlauf wellenförmig. In der Flachstrecke treten Zugspannungen, in den Krepfen Druckspannungen und im Zylinder in Krepennähe erhöhte Zugspannungen auf, die mit grösserer Entfernung von der Krempe auf den der Kesselspannung entsprechenden Wert abklingen.

In der vorliegenden Studie wird zunächst der Spannungszustand im ebenen Teil des Bodens auf Grund der bekannten Theorie ebener Kreisringplatten festgestellt und nachher gezeigt, wie der Einspannungsgrad beim Uebergang an die innere und die äussere Krempe in Anlehnung an die Messergebnisse berücksichtigt werden kann. Die Untersuchung führt schliesslich zu einer einfachen Formel für die Bestimmung der Wandstärke solcher Böden, die geeignet sein dürfte, die bisherigen Faustformeln zu ersetzen.

## 1. Zur Theorie der ebenen, beidseitig eingespannten Kreisringplatte

Wir betrachten zunächst eine ebene, kreisringförmige Platte, die am inneren und am äusseren Rand eingespannt ist und am äusseren Rand aufliegt. Die Anschauung, aber auch die Rechnung weisen darauf hin, dass die Annahme beidseitiger Einspannung dem wirklichen Spannungsverlauf, wie er durch die Kurven der Bilder 1 bis 3 zum Ausdruck kommt, viel näher liegt als die Annahme freier Auflagerung.

Wir nehmen nun drei verschiedene Belastungsfälle I, II und III an. Im Fall I, Bild 4a, sei die Platte gleichförmig mit  $p$  belastet; der innere Rand deformiert sich dann um den Pfeil  $f_p$ . Der bekannte Verlauf der radialen und tangentialen Spannungen  $\sigma_r$  und  $\sigma_t$  sind in Bild 4a unten für  $n = r_i/r_a = 0,5$  in Funktion von  $\zeta = \frac{r - r_i}{r_a - r_i}$  aufgezeichnet. Im Fall II, Bild 4b, sei die selbe Platte am Innenrand durch die Kraft  $B$  belastet und biese sich dort um  $f_B$  durch. Der Fall III stellt die Superposition der ersten beiden Fälle für  $f_p = -f_B$  dar, Bild 4c; er gibt also den gesuchten Spannungszustand einer durch  $p$  belasteten, beidseitig fest eingespannten und beidseitig fest unterstützten Kreisringplatte. Wie ersichtlich, ist der Spannungsverlauf bei diesem Fall grundsätzlich gleichartig wie derjenige innerhalb des ebenen Teils von Kesselböden, wie er auf den Bildern 1 bis 3 dargestellt ist. Es erscheint daher wohl zulässig, die Spannungen in solchen Kesselböden unter den selben einfachen Annahmen zu berechnen, wie sie im Fall III (Bild 4c) getroffen wurden. Die Annahme ist jedenfalls gestattet, dass sich die beiden Ränder gegenseitig nicht axial verschieben, jeden-

falls nicht bei der Druckprobe. Im Betrieb wird eine gewisse axiale Verschiebung infolge Unterschiede in der Wärme-dehnung auftreten, die aber die Spannungen nicht stark beeinflusst.

Zur Berechnung der statisch unbestimmten Kraft  $B$  be-nützen wir folgende Beziehungen:

$$(1) \quad f_p = f_B$$

$$(2) \quad A + B = \pi r_a^2 p (1 - n^2)$$

$$(3) \quad w = \frac{1}{2N} \left( \frac{p}{32} (r_a^4 - r_i^4) + \frac{P}{4\pi} (r^2 \ln r - r_a^2 \ln r_a) - \frac{P}{4\pi} (r^2 - r_a^2) + \frac{c}{4} (r^2 - r_a^2) + d \ln \frac{r}{r_a} \right)$$

Hierin bedeuten:

- $w$  die elastische Verschiebung in Richtung senkrecht zur Plattenebene an der Stelle  $r$  (Gleichung der elastischen Meridianebene<sup>2)</sup>)
- $m = 10/3$  die Poissonsche Zahl
- $E$  den Elastizitätsmodul
- $N = \frac{E m^2 h^3}{12 (m^2 - 1)}$  die Plattensteifigkeit
- $h$  die ganze Plattendicke
- $c, d$  Integrationskonstanten
- $P = -\pi r_i^2 p$

Die Konstanten  $c$  und  $d$  ergeben sich aus der Einspannungsbedingung, nach der für  $r = r_i$  und  $r = r_a$   $dw/dr = 0$  ist.

Für den Fall I ergibt sich:

$$c = -\frac{p}{4} (r_a^2 + r_i^2) - \frac{p r_i^2}{2} \left( 1 - \frac{r_a^2 \ln r_a^2 - r_i^2 \ln r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} \right)$$

$$d = +\frac{p}{8} r_a^2 r_i^2 - \frac{p}{4} \frac{r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} r_a^2 r_i^2 \ln \frac{r_a^2}{r_i^2}$$

$$(4a) \quad f_p = \frac{1}{2N} \frac{p}{32} \left[ r_a^4 + 3r_i^4 - 4r_a^2 r_i^2 - 2r_a^2 r_i^2 \ln \frac{r_a^2}{r_i^2} + 4 \frac{r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} r_a^2 r_i^2 \left( \ln \frac{r_a^2}{r_i^2} \right)^2 \right]$$

Oder durch Einführen von  $r_i/r_a = n$

$$(4b) \quad f_p = \frac{1}{2N} \frac{p}{32} r_a^4 \left\{ 1 + 3n^4 - 4n^2 - 2n^2 \ln \frac{1}{n^2} + 4 \frac{n^4}{1 - n^2} \left( \ln \frac{1}{n^2} \right)^2 \right\}$$

<sup>2)</sup> ten Bosch: Maschinenelemente, Berlin, 1940, J. Springer.

und  $\sigma_t$  sind in Bild 4a unten für  $n = r_i/r_a = 0,5$  in Funktion von  $\zeta = \frac{r - r_i}{r_a - r_i}$  aufgezeichnet. Im Fall II, Bild 4b, sei die selbe Platte am Innenrand durch die Kraft  $B$  belastet und biese sich dort um  $f_B$  durch. Der Fall III stellt die Superposition der ersten beiden Fälle für  $f_p = -f_B$  dar, Bild 4c; er gibt also den gesuchten Spannungszustand einer durch  $p$  belasteten, beidseitig fest eingespannten und beidseitig fest unterstützten Kreisringplatte. Wie ersichtlich, ist der Spannungsverlauf bei diesem Fall grundsätzlich gleichartig wie derjenige innerhalb des ebenen Teils von Kesselböden, wie er auf den Bildern 1 bis 3 dargestellt ist. Es erscheint daher wohl zulässig, die Spannungen in solchen Kesselböden unter den selben einfachen Annahmen zu berechnen, wie sie im Fall III (Bild 4c) getroffen wurden. Die Annahme ist jedenfalls gestattet, dass sich die beiden Ränder gegenseitig nicht axial verschieben, jeden-

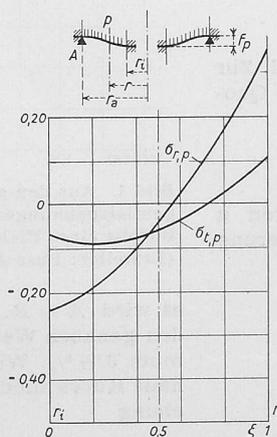


Bild 4a. Belastung durch einen gleichförmig verteilten Druck  $p$ . Um die Spannungen zu erhalten, sind die Ordinaten mit  $(r_a/h)^2 p$  zu multiplizieren

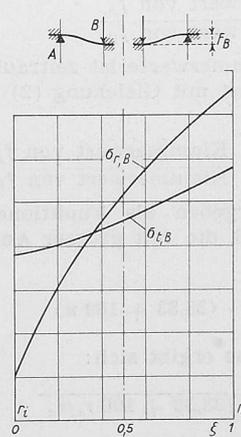


Bild 4b. Belastung durch eine Kraft  $B$  längs des Innenrandes. Um die Spannungen zu erhalten, sind die Ordinatenwerte mit  $(B/h)^2$  zu multiplizieren

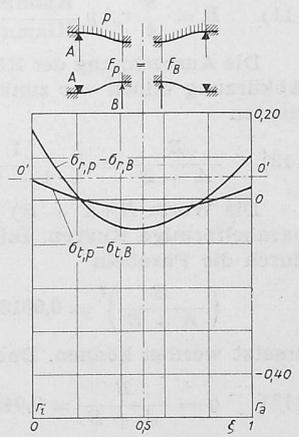


Bild 4c. Superposition der Belastungsfälle nach den Bildern 4a und 4b, derart, dass sich die Vertikalverschiebungen am Innenrand aufheben

Spannungen  $\sigma_r$  und  $\sigma_t$  an der Oberfläche einer ebenen Kreisringplatte mit  $n = r_i/r_a = 0,5$ , die beidseitig eingespannt ist und aussen fest aufliegt

<sup>1)</sup> 61. Jahresbericht des SVDB, 1929.

Mit den aus der Festigkeitslehre bekannten Gleichungen:

$$\sigma_r = \pm \frac{m^2}{m^2 - 1} \frac{Eh}{2} \left( \frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \right)$$

$$\sigma_t = \pm \frac{m^2}{m^2 - 1} \frac{Eh}{2} \left( \frac{1}{m} \frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \right)$$

ergeben sich die Biegungsspannungen in den äussersten Plattenschichten in Richtung des Radius (Meridians) und der Ringtangente.

Wir setzen  $\zeta = \frac{r - r_i}{r_a - r_i}$ , woraus  $r = r_a(n + \zeta - n\zeta)$

$\zeta$  wird von  $r_i$  aus gezählt, da  $r > r_i$ . Die Werte  $\zeta$  und  $n$  sind echte Brüche. Künftig soll an Stelle von  $(n + \zeta - n\zeta)$  nur das Klammerzeichen vermerkt werden. Für den Fall I ist

$$\sigma_{r,p} = \frac{3}{8} \frac{p r_a^2}{h^2} \left[ -1,3 - 5,3 n^2 + 3,3 \left( \frac{\cdot}{\cdot} \right)^2 - 0,7 \frac{n^2}{\left( \frac{\cdot}{\cdot} \right)^2} + 2,6 n^2 \ln \frac{1}{\left( \frac{\cdot}{\cdot} \right)^2} + \left( 2,6 + \frac{1,4}{\left( \frac{\cdot}{\cdot} \right)^2} \right) \frac{n^4}{1 - n^2} \ln \frac{1}{n^2} \right]$$

$$\sigma_{t,p} = \frac{3}{8} \frac{p r_a^2}{h^2} \left[ -1,3 - 2,5 n^2 + 1,9 \left( \frac{\cdot}{\cdot} \right)^2 + 0,7 \frac{n^2}{\left( \frac{\cdot}{\cdot} \right)^2} + 2,6 n^2 \ln \frac{1}{\left( \frac{\cdot}{\cdot} \right)^2} + \left( 2,6 - \frac{1,4}{\left( \frac{\cdot}{\cdot} \right)^2} \right) \frac{n^4}{1 - n^2} \ln \frac{1}{n^2} \right]$$

An den Rändern ( $r = r_a$  und  $r = r_i$ ) folgt aus den Gleichungen (6) und (7)  $\sigma_t = \sigma_r/m$ . Bild 4a zeigt den Verlauf der beiden Spannungen in Abhängigkeit von  $\zeta$ , wobei  $p r_a^2/h^2 = 1$  und  $n = r_i/r_a = 0,5$  gesetzt wurde. Für andere Werte von  $n$  ergeben sich gleichartige Kurven.

Für den Fall II ergeben sich aus Gleichung (3) die Integrationskonstanten, indem man  $p = 0$  und  $P = B$  einsetzt.

$$c = - \frac{B}{2\pi} \left( \frac{r_a^2 \ln r_a^2 - r_i^2 \ln r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} - 1 \right)$$

$$d = + \frac{B}{4\pi} \frac{r_a^2 r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} \ln \frac{r_a^2}{r_i^2}$$

$$f_B = \frac{1}{2N} \frac{B}{8\pi} \left[ r_a^2 - r_i^2 - \frac{r_a^2 r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} \left( \ln \frac{r_a^2}{r_i^2} \right)^2 \right]$$

$$f_B = \frac{1}{2N} \frac{B}{8\pi} r_a^2 \left[ 1 - n^2 - \frac{n^2}{1 - n^2} \left( \ln \frac{1}{n^2} \right)^2 \right]$$

$$\sigma_{r,B} = \frac{3}{4\pi} \frac{B}{h^2} \left[ 2 - 1,3 \ln \frac{1}{\left( \frac{\cdot}{\cdot} \right)^2} - \left( 1,3 + \frac{0,7}{\left( \frac{\cdot}{\cdot} \right)^2} \right) \frac{n^2}{1 - n^2} \ln \frac{1}{n^2} \right]$$

$$\sigma_{t,B} = \frac{3}{4\pi} \frac{B}{h^2} \left[ 0,6 - 1,3 \ln \frac{1}{\left( \frac{\cdot}{\cdot} \right)^2} + \left( \frac{0,7}{\left( \frac{\cdot}{\cdot} \right)^2} - 1,3 \right) \frac{n^2}{1 - n^2} \ln \frac{1}{n^2} \right]$$

Der Spannungsverlauf ist auf Bild 4b für  $B/h^2 = 1$  und  $n = 0,5$  dargestellt. Die Widerlagerreaktion  $B$  ergibt sich durch Gleichsetzen der Gleichungen (4b) und (8b) zu

$$B = \frac{\pi}{4} r_a^2 p \frac{\text{Klammerwert von } f_p}{\text{Klammerwert von } f_B}$$

Die Ausrechnung der Klammerwerte ist zeitraubend. Zur Abkürzung bilden wir zunächst mit Gleichung (2) den Quotienten

$$\frac{B}{A + B} = \frac{1}{4} \frac{1}{1 - n^2} \frac{\text{Klammerwert von } f_p}{\text{Klammerwert von } f_B}$$

Die Werte  $B/(A + B)$  ergeben als Funktionen von  $n$  parabelförmige Kurven, Bild 5, die mit grosser Annäherung durch die Parabeln

$$\left( \frac{B}{A + B} \right)^2 = 0,001875 \cdot (33,33 + 100 n)$$

ersetzt werden können. Daraus ergibt sich:

$$q = \frac{B}{A + B} = 0,0433 \sqrt{33,33 + 100 r_i/r_a}$$

An den Stellen  $r_i = 0$  und  $r_i = r_a$  fällt die genaue Kurve nach Gleichung (12) mit der angenäherten Kurve nach Gleichung (13) zusammen; die entsprechenden Werte betragen 0,25 bzw. 0,5.  $r_i = 0$  bedeutet eine volle Kreisplatte, die sowohl im Zentrum, als auch an der Peripherie gestützt ist. Dabei ist die Auflagerkraft im Zentrum gleich einem Drittel derjenigen an der Peripherie. Mit  $n = 1$ , d. h. mit  $r_a = r_i$ , schrumpft die Kreisringfläche zur Kreislinie zusammen und

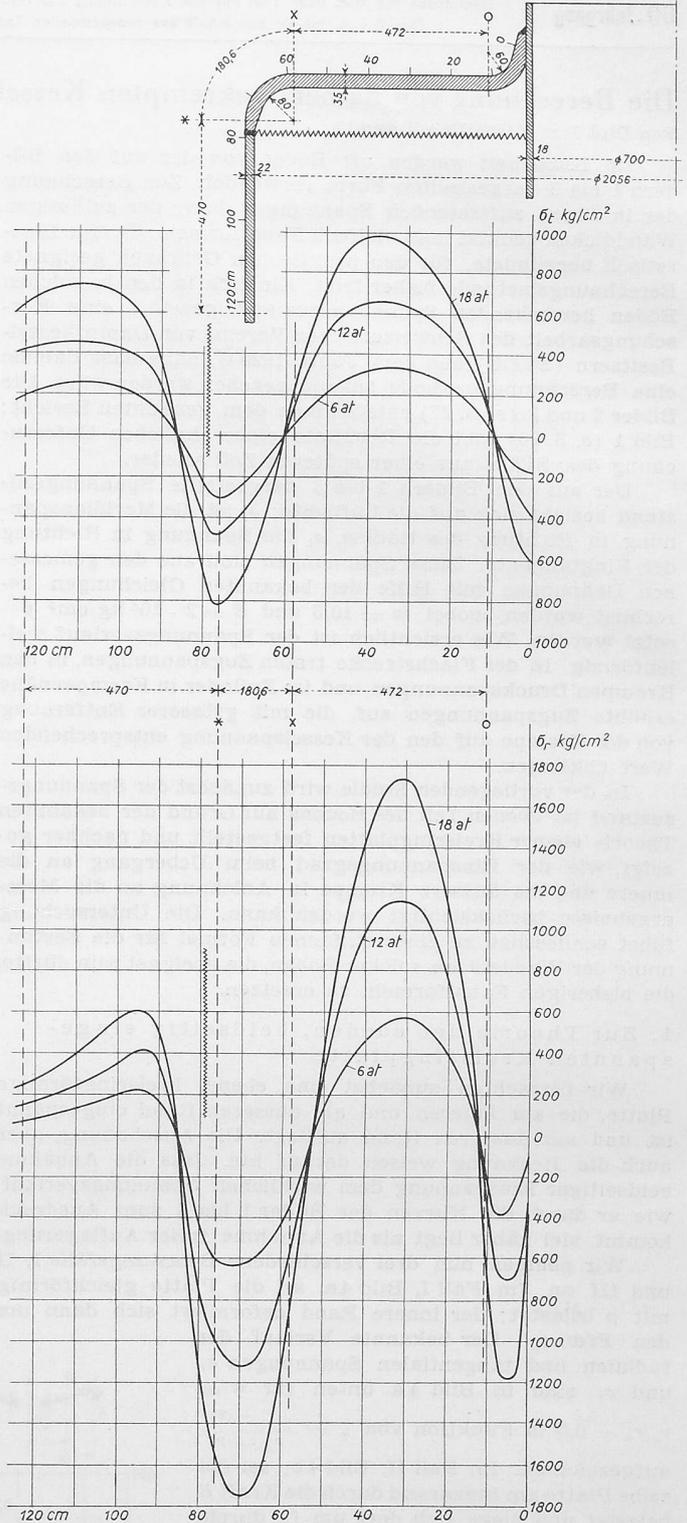


Bild 1. Aus den gemessenen Dehnungen ermittelte Radial- und Tangentialspannungen an der äussern (luftseitigen) Oberfläche des oberen Bodens eines Feldkessels bei drei verschiedenen Probedrücken (Ersteller: Buss A.-G., Basel; Besitzer: Gaswerk Basel)

es wird  $A = B$ . Die Abweichungen der Gleichung (13) von den genauen Werten nach Gleichung (12) betragen im Maximum  $3\frac{1}{2}\%$ . Würde man die Parabel mitten durch die genaue Kurve hindurch legen, so erhielte man für sie die Gleichung

$$\frac{B}{A + B} = 0,04365 \sqrt{34,4 + 100 r_i/r_a}$$

und es ergäbe sich eine grösste Abweichung von nur noch  $\pm 2\%$ .

Mit den nach Gleichung (13) bestimmten Werten für die Auflagerreaktionen  $A$  und  $B$  ergeben sich mit Hilfe der Gleichungen (9) und (10) die Spannungen; sie sind für  $n = 0,5$  auf Bild 4b aufgezeichnet. Für den Belastungsfall III, der

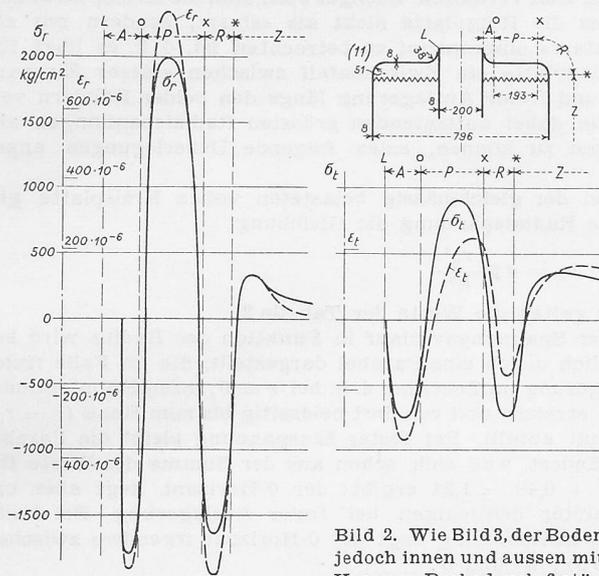


Bild 2. Wie Bild 3, der Boden jedoch innen und aussen mit Krempe, Probedruck 6 atü

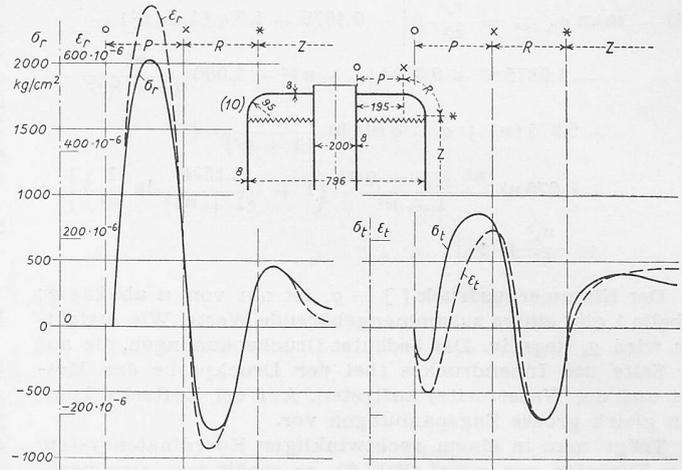


Bild 3. Aus den gemessenen Dehnungen  $\epsilon_r$  und  $\epsilon_t$  ermittelte Spannungen  $\sigma_r$  und  $\sigma_t$  an der äusseren Oberfläche des ebenen Bodens eines Feldkessels mit äusserer Krempe und stumpfer Verbindung innen. Probedruck 7,5 atü

dem Zustand im ebenen Teil des Kesselbodens entspricht, ergeben sich die Spannungen durch Superposition der Spannungen gemäss den Bildern 4a und 4b. Für andere Werte von  $n$  erhält man nach dem gleichen Verfahren ähnliche Kurven für den Spannungsverlauf.

3. Die Balkenmethode

Zur Berechnung der Spannungen in beliebig belasteten Kreisplatten oder Kreisringplatten wird häufig die von Bach vorgeschlagene Balkenmethode angewendet. Darnach denkt man sich die Platte längs eines Durchmessers entzwei geschnitten, und man betrachtet die Schnittfläche als diejenige eines auf Biegung beanspruchten Balkens. Die Auflagerreaktionen A und B könnten für den bei Kesselböden auftretenden Belastungsfall nach der oben angeführten Methode nach Gleichung (13) bestimmt werden, woraus sich die grössten Biegungsspannungen in einfachster Weise berechnen lassen. Diese Spannungen wären identisch mit dem Mittelwert der Tangentialspannungen, die sich aus der Plattentheorie gemäss Bild 4c ergeben. In Wirklichkeit sind aber nicht diese Tangentialspannungen für die Beurteilung der Materialbeanspruchung massgebend, sondern, wie aus den Bildern 1 bis 3 hervorgeht, die Radialspannungen. Wir verzichten daher auf das weitere Verfolgen der Balkenmethode und wenden uns einer andern Methode zu, welche die grössten Radialspannungen direkt zu berechnen gestattet.

4. Die Methode der maximalen Radialspannungen

Bei dieser Methode berechnet man die Spannung  $\sigma_{rp}$  nach Gleichung (6) und  $\sigma_{rB}$  nach Gleichung (9), wobei für die Auflagerreaktion B der Wert aus Gleichung (13) eingesetzt wird, nämlich

$$(13 a) \quad B = q(A + B) = 0,0433 \sqrt{33,33 + 100n} \pi r_a^2 p (1 - n^2)$$

Damit erhält Gleichung (9) die Form

$$(14) \quad \sigma_{r, B} = 0,75 \frac{r_a^2}{h^2} (1 - n^2) q p \left[ -2 + 1,3 \ln \frac{1}{(\ )} + \left( 1,3 + \frac{0,7}{(\ )^2} \right) \frac{n^2}{1 - n^2} \ln \frac{1}{n^2} \right]$$

Der Klammerwert bedeutet  $(\ ) = (n + \zeta - n\zeta)$ . Die resultierende Radialspannung ergibt sich nun durch Superposition  $\sigma_{r, res} = \sigma_{rp} + \sigma_{rB}$  zu

$$(15) \quad \sigma_{r, res} = \frac{r_a^2}{h^2} p \left[ -0,4875 - 1,5q(1 - n^2) - 1,9875n^2 + 1,2375(\ )^2 - 0,2625 \frac{n^2}{(\ )^2} + 0,9750(n^2 + q - qn^2) \ln \frac{1}{(\ )^2} + 0,9750n^2 \frac{n^2 + q - qn^2}{1 - n^2} \left( 1 + \frac{0,5384}{(\ )^2} \right) \ln \frac{1}{n^2} \right]$$

Die Gleichung gilt für jeden Wert der Klammer  $(\ )$ , d. h. für jeden Wert von  $n$  und  $\zeta$ . Ihre Richtigkeit ergibt sich für  $\zeta = 0$ , d. h.  $r = r_i$ , aus dem Vergleich des Ergebnisses mit den Werten von Gleichung (6) und (14). Ihre Anwendung kann aber dem Praktiker nicht zugemutet werden, da sie zu kompliziert ist. Nun benötigen wir aber für unsere Zwecke bloss den Höchstwert  $\max \sigma_{r, res}$ . Dieser ergibt sich, statt durch Differentiation, durch die Annahme, dass er in der Mitte der Flachstrecke liegt, d. h. für  $\zeta = 0,5$ , was im Hinblick auf die Bilder 1 bis 3 durchaus einleuchtet. Hieraus folgt schon die Vereinfachung

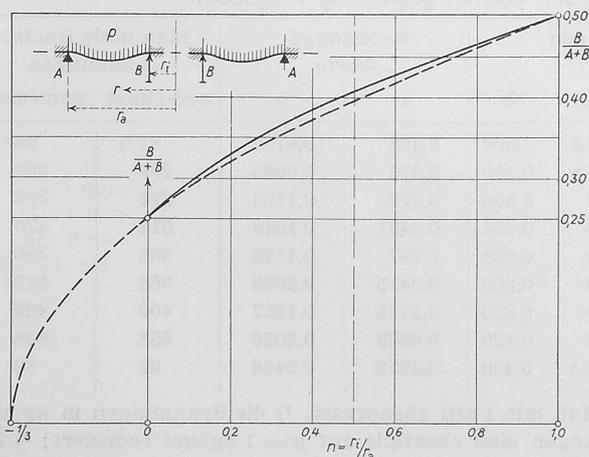


Bild 5. Verlauf der Funktion  $B/(A + B)$  in Abhängigkeit von  $n = r_i / r_a$ . Gestrichelt: Näherungsparabel

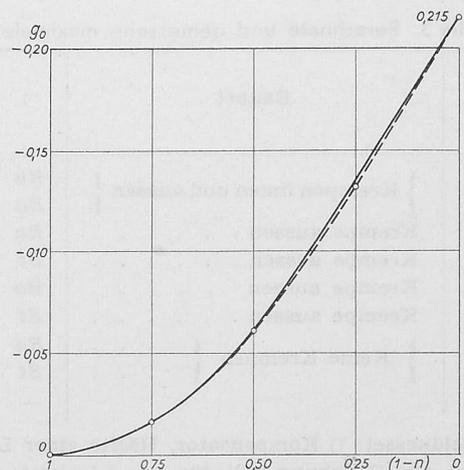


Bild 6. Verlauf der Funktion  $g_0$  in Abhängigkeit von  $(1 - n)$ . Gestrichelt: Näherungsparabel

$$(16) \max \sigma_{r, res} = \frac{r_a^2}{h^2} p \left[ -0,4875 - 1,5 q (1 - n^2) - 1,9875 n^2 + 0,3094 (1 + n)^2 - 1,050 \frac{n^2}{(1 + n)^2} + 0,975 (n^2 + q - q n^2) \ln \frac{4}{(1 + n^2)} + 0,975 n^2 \frac{n^2 + q - q n^2}{1 - n^2} \left( 1 + \frac{2,1536}{(1 + n)^2} \ln \frac{1}{n^2} \right) \right] = \frac{r_a^2}{h^2} p [g_0]$$

Der Klammerausdruck [ ] =  $g_0$  ist nur von  $n$  abhängig; Tabelle 1 gibt einige zusammengehörende Werte. Wie ersichtlich wird  $g_0$  negativ. Das bedeutet Druckspannungen, die auf der Seite des Innendruckes (bei der Druckprobe des Kessels auf der Wasserseite) auftreten. Auf der Luftseite kommen gleich grosse Zugspannungen vor.

Trägt man in einem rechtwinkligen Koordinatensystem  $g_0$  in Funktion von  $n$  auf (Bild 6), so erhält man eine parabellähnliche Kurve, deren Gleichung wie folgt angeschrieben werden kann:

$$(1 - n)^2 = 2k g_0$$

Hierin bedeutet  $2k$  keine Konstante, sondern eine Funktion von  $n$ , deren genaue Werte in Tabelle 1 aufgeführt sind. Hieraus kann angenähert gesetzt werden:

$$(17) 2k = 2k_0 + c(1 - n)^2 = 3,75 + 0,9(1 - n)^2$$

woraus

$$(18) g_0 = \frac{(1 - n)^2}{3,75 + 0,9(1 - n)^2}$$

Für die Radialspannung, die in einer beidseitig eingespannten Ringplatte in der Mitte des Meridians auftritt und die angenähert gleich der maximalen Radialspannung ist, erhält man damit die einfache Gleichung

$$(19) \max \sigma_{r, res} = \frac{(1 - n)^2}{3,75 + 0,9(1 - n)^2} \frac{r_a^2}{h^2} p$$

Wie die Durchrechnung einiger Zahlenbeispiele zeigt, stimmen die nach Gleichung (19) berechneten maximalen Spannungen weitgehend mit den genauen Werten nach den Gleichungen (6) und (9) überein.

5. Der Einfluss der Krepfen

Die bisherigen Ausführungen gelten für fest eingespannte Ringplatten. Bei Kesselböden kommen zu den ebenen Teilen, die als solche Ringplatten aufzufassen sind, die Krepfen hinzu. Sie bilden Teile doppelt gewölbter Schalen, die sich gegen äussere Einwirkungen (Biegemomente) anerkannter-

massen steif verhalten. Weniger steif sind die Krepfenränder, so dass die Ringplatte nicht als «starr», sondern nur als «halbstarr» eingespannt zu betrachten ist, d. h. es liegt für die Ringplatte ein Zwischenfall zwischen starrer Einspannung und freier Auflagerung längs den beiden Rändern vor. Um die dabei auftretenden grössten Radialspannungen abschätzen zu können, seien folgende Ueberlegungen angeführt.

Bei der gleichmässig belasteten vollen Kreisplatte gilt für die Radialspannung die Gleichung

$$\sigma_r = g p \frac{r_a^2}{h^2}$$

Für  $g$  gelten die Werte der Tabelle 2.

Der Spannungsverlauf in Funktion des Radius wird bekanntlich durch eine Parabel dargestellt, die im Falle freier Auflagerung im Zentrum, d. h. bei  $r = 0$ , ihren Kulminationspunkt erreicht und von dort beidseitig bis zum Rand ( $r = r_a$ ) auf Null abfällt. Bei fester Einspannung bleibt die Parabel unverändert, was sich schon aus der Summe der Werte für  $g$   $0,75 + 0,49 = 1,24$  ergibt; der 0-Horizont liegt aber um 75 % unter demjenigen bei freier Auflagerung. Bei halb-starrer Einspannung liegt der 0-Horizont irgendwo zwischen  $-0,75 p r_a^2/m^2$  und 0.

Bei der Kreisringplatte könnte die Nachgiebigkeit des Krepfenrandes in analoger Weise berücksichtigt werden. Noch einfacher ist es, so vorzugehen, wie es im Falle eines beidseitig halb eingespannten Balkens üblich ist: man geht vom fest eingespannten Balken von der Länge  $l$  aus und berücksichtigt die Nachgiebigkeit dadurch, dass man zur Länge  $l$  auf beiden Seiten eine dem Einspannungsgrad entsprechende Strecke  $\Delta l$  hinzufügt. In unserem Falle fügt man zur Flachstrecke  $r_a - r_i$  des Bodens aussen und innen je eine Strecke hinzu, die man zweckmässigerweise als einen bestimmten Teil des Krepfenradius  $\rho$ , gemessen bis zur halben Blechdicke, ansetzt. Es hat sich als zweckmässig erwiesen, diesen Teil zu  $1/3$  zu wählen, also die Flachstrecke aussen um  $\rho_a/3$ , innen um  $\rho_i/3$  zu verlängern, wobei  $\rho_a$  den Krümmungsradius der äusseren,  $\rho_i$  den der inneren Krempe bezeichnen. Damit wird

$$n = \frac{r_i - \rho_i/3}{r_a - \rho_a/3}$$

Gleichung (18) nimmt nun die Form an:

$$(20) g = \frac{\left(1 - \frac{r_i - \rho_i/3}{r_a - \rho_a/3}\right)^2}{3,75 + 0,9 \left(1 - \frac{r_i - \rho_i/3}{r_a - \rho_a/3}\right)^2}$$

Für die grösste Radialspannung folgt aus Gleichung (19)

$$(21) \max \sigma_{r, res} = g \frac{(r_a + \rho_a/3)^2}{h^2} p$$

Tabelle 1. Zahlenwerte für die Funktionen  $g_0$  und  $2k$

$n$	0	0,25	0,5	0,75	1
$g_0$	- 0,2151	- 0,1348	- 0,0622	- 0,0164	0
$2k$	4,65	4,17	4,02	3,81	-

Tabelle 2.

Randbedingung	Am Rand	Im Zentrum
Frei aufliegend . . .	0	+ 1,24
Fest eingespannt . . .	- 0,75	+ 0,49

Tabelle 3. Berechnete und gemessene maximale Radialspannungen in kg/cm<sup>2</sup> ebener, gekrepfter Ringböden

Nr.	Bauart	4)	Hauptabmessungen in cm					Rechnungswerte		Maximale Radialspannungen	
			$r_a$	$\rho_a$	$r_i$	$\rho_i$	$h$	$n$	$g$	berechnet	gemessen
1)	} Krepfen innen und aussen {	$Ra$	94,8	9,8	47,6	7,8	3,500	0,458	0,0732	81 <sup>3)</sup>	96 <sup>3)</sup>
11		$Ra$	34,7	5,1	15,0	3,8	0,809	0,376	0,0905	269	253
10		$Ra$	30,3	9,5	10,8	0	0,800	0,322	0,1103	272	293
7		$St$	30,1	9,5	1,5	0	0,754	0,0451	0,1910	512	420
9		$Ra$	34,7	5,1	10,8	0	0,809	0,297	0,1178	333	356
6		$St$	34,5	5,1	1,5	0	0,809	0,0415	0,2003	563	515
8	} Keine Krepfen {	$Ra$	39,8	0	10,8	0	0,820	0,2715	0,1257	400	402
5		$St$	39,6	0	1,5	0	0,820	0,0379	0,2020	658	638
2)		-	-	15,7	3,5	10,5	2,5	0,450	0,4270	0,0466	92

1) Fieldkessel; 2) Kompensator, Hälfte einer Linse, bei gehemmtem Hub mit 4 atü abgepresst; 3) die Spannungen in kg/cm<sup>2</sup> folgen aus Gleichung (22) für  $p = 1$  kg/cm<sup>2</sup>; die gemessenen Spannungen sind ebenfalls auf  $p = 1$  kg/cm<sup>2</sup> reduziert; 4)  $Ra$  bedeutet Rauchrohr;  $St$  zentrale Zugstange als Anker. Für die Berechnung wurden angenommen:  $m = 10/3$ ,  $E = 2 \cdot 10^6$  kg pro cm<sup>2</sup>,  $\zeta = 0,5$ .

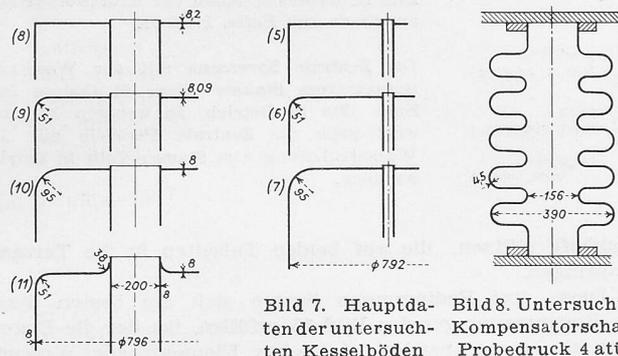


Bild 7. Hauptdaten der untersuchten Kesselböden  
Bild 8. Untersuchte Kompensatorschale. Probedruck 4 atü

Hieraus ist ohne weiteres ersichtlich, dass die grösste Radialspannung grösser ausfällt als nach Gleichung (19). In Bild 4c kommt die Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Kreppe dadurch zum Ausdruck, dass die Nulllinie höher hinauf rückt ( $0' - 0'$ ) und dass die Schnittpunkte der Spannungsparabel mit ihr, also die Stellen, da  $\sigma_{r, res} = 0$  wird, weiter auseinander rücken. Mit zunehmendem Kreppe radius nehmen die Spannungen in der Flachstrecke allerdings zu, diejenigen in der Kreppe aber ab, was die Hauptsache ist. Die Kreppe wirken also mit zunehmender Weite ausgleichend. Dass es sich so verhält, findet man zum mindesten qualitativ in allen Spannungsbildern bestätigt. Ausser dem auf Bild 1 dargestellten Boden standen die Messergebnisse von weiteren elf Böden zur Verfügung, deren Hauptdaten Bild 7 zeigt.

Es stellt sich hier die Frage nach dem geringsten zulässigen Kreppe radius. Bekanntlich wird wie beim krummen Stab theoretisch für  $\rho = 0$ ,  $\sigma = \infty$ . Praktisch tritt ein Abwälzen der Spannungen bei Ueberschreiten der Fließgrenze auf. Auch wirkt der Umstand mildernd, dass das Spannungs-Dehnungsdiagramm beim gebogenen Stab günstiger verläuft als beim geraden Zugprobekörper, worauf besonders Prof. Siebel aufmerksam gemacht hat. Erst bei einer Biegespannung, die 50 % über der Streckgrenze für reinen Zug liegt, breitet sich beim Vierkantstab der bildsame Zustand über den ganzen Querschnitt aus, bei dem sich der Stab ohne weiteren Lastanstieg zu verformen vermag. Diesen Sachverhalt kann man in der Rechnung nicht zum Ausdruck bringen, wohl aber lässt er sich bei der Beurteilung des Sicherheitsgrades berücksichtigen. Jedenfalls ist es vorsichtig, den Kreppe radius nicht zu klein zu wählen. Als minimaler Radius sei hier vorgeschlagen  $\rho_a = 3h$ ;  $\rho_i = 2,5h$ .

Der Vergleich der nach Gleichung (21) ermittelten maximalen Radialspannung mit den durchgeführten Spannungsmessungen an acht Böden gemäss den Bildern 1 bis 3 und 7 sowie einer Kompensatorschale nach Bild 8 zeigte, dass die Messwerte rd. 40 % über den Rechnungswerten lagen. Dieser Unterschied rührt nicht von einem Fehler im Rechnungsgang her, sondern ergibt sich ganz logisch aus dem Umstand, dass in der mathematischen Entwicklung zuerst nur der Flachring mit den Radien  $r_a$  und  $r_i$  betrachtet wurde, sodann der beidseitig um  $\rho/3$  erweiterte Flachring, während in Wirklichkeit der Druck die ganze Bodenfläche vom Anker bis zur Zylinderschale, also das Gebiet von  $r_i - \rho_i$  bis  $r_a + \rho_a$  erfasst. Die endgültige Gleichung für die grösste Radialspannung muss somit lauten

$$(22) \quad \max \sigma_{r, res} = 1,4 g \frac{(r_a + \rho_a/3)^2}{h^2} p$$

Die nach dieser Gleichung berechneten Spannungen sind auf Tabelle 3 den gemessenen gegenübergestellt. Die UeberEinstimmung ist befriedigend. Aus Gleichung (22) folgt die Wandstärke

$$(23) \quad h = 1,2 (r_a + \rho_a/3) \sqrt{\frac{gp}{\sigma_{zul}}}$$

Die Formel für  $h$  ist einfach; nur die Berechnung von  $g$  nach Gleichung (20) erfordert einige Aufmerksamkeit. Für  $\sigma_{zul}$  werden folgende Werte vorgeschlagen: für Stahl M I 1000 bis 1200 kg/cm<sup>2</sup>, für Stahl M II 1200 bis 1400 kg/cm<sup>2</sup>, bei Kompensatoren wird man bis an die Streckgrenze herangehen müssen.

## 6. Zusammenfassung

An sechs Flachböden mit Kreppe und Mittelanker, wie sie als Dampfkesselböden häufig Verwendung finden, sowie an zwei Flachböden ohne Kreppe wurde der Spannungszustand durch Messung festgestellt. Der Vergleich mit dem theoretischen Spannungszustand von eingespannten Kreisringplatten zeigt eine solche Aehnlichkeit, dass es nahe liegt, den theoretischen Spannungszustand zur Berechnung ebener Dampfkesselböden heranzuziehen. Durch Vornahme verschiedener Vereinfachungen lässt sich für die massgebende maximale Radialspannung eine einfache Formel ableiten. Die Einwirkung der Kreppe konnte nur empirisch erfasst werden. Der Vergleich zwischen den Messergebnissen und der vorgeschlagenen Rechnung befriedigt. Damit sollte sich der Gebrauch bisheriger Faustformeln erübrigen.

## Die Staumauern der Società Adriatica di Elettricità in Venetien

Von Dr. Ing. CARLO SEMENZA, Direktor der SADE, Venedig

DK 627.82 (45)

Fortsetzung von Seite 22

### C. Die Staumauer Pieve di Cadore am Piave

Dieses Bauwerk ist wohl das wichtigste der Kraftwerkgruppe Piave-Boite-Vajont, die aus einer Anzahl aufeinanderfolgender, am Piave und seinen Hauptzuflüssen gelegener Wasserfassungen mit den dazugehörigen Ausgleichbecken, Druckstollenverbindungen und Kraftwerken besteht (Bild 11<sup>1</sup>). Die grundlegende Aufgabe war die Errichtung eines so grossen Speicherbeckens im Piavetal, dass ein Ausgleich der Wasserdarbietung aus dem grössten Teil des Einzugsgebietes erreicht wird und der 24,6 km lange Zulaufstollen von der Sperrstelle bis zum Staubecken im Val Gallina, oberhalb der Zentrale von Soverzene, annähernd für die mittlere Wassermenge dimensioniert werden konnte.

Die Wahl der Sperrstelle war sehr schwierig, weil im Piavetal oberhalb Perarolo kein Ort wirtschaftlich und gleichzeitig technisch befriedigend erschien. Nach systematischen geologischen Erhebungen, Sondierungen und Untersuchungen in Kontrollstollen, die sich über zwei Jahre erstreckten, entschlossen wir uns schliesslich für das uns noch am günstigsten scheinende Gebiet von Pian delle Ere, unmittelbar unterhalb Pieve di Cadore.

Die Sperrstelle liegt im Dolomitenkalk des oberen Trias. Das Talprofil besteht aus einem Trapez mit einer mittleren Höhe von rd. 55 m und einer Basis von rd. 300 m, das durchwegs in einer felsigen Ebene — dem Pian delle Ere — verläuft. Auf der rechten Seite dieses Tales hat der Piave eine

enge, etwa 55 m tiefe, gegen die Talaxe stark konvergierende Schlucht ausgewaschen, Bilder 12 und 13.

Die Vermutung, es könnte sich auf der linken Talseite ein epigenetisches Flussbett vorfinden, erwies sich auf Grund geologischer Untersuchungen als unbegründet. Die stark unsymmetrische Form des Profils und die erwähnte Konvergenz der Schlucht bei der Sperrstelle erforderte eingehende Untersuchungen zur Abklärung des günstigsten Staumauertyps.

Die Breite des Talprofils liess anfangs den Gedanken aufkommen, ein gemischtes Bauwerk anzuwenden, bei dem die rechtsseitig liegende Schlucht durch eine dünne Bogenstaumauer abgeriegelt würde, während der übrige Teil die Form einer vollen oder aufgelösten Gewichtsmauer erhalten sollte. Dabei hätte ein grosses Widerlager die Bogenstaumauer stützen müssen. Die an der technischen Hochschule in Mailand durchgeführten Versuche ergaben für die Widerlagerbasis sehr hohe Zugspannungen, deren Beseitigung nur durch eine die Wirtschaftlichkeit der Lösung stark beeinträchtigende Mehrkubatur zu erreichen gewesen wäre.

Darauf wurde eine die Terrasse und die Schlucht durchquerende Schwergewichtsmauer erwogen; in der Schlucht selbst sah man dabei die Anordnung eines besondern Abschlussbauwerkes vor, das aber wegen der schiefen Stellung der Schlucht gegenüber der Talaxe eine sehr grosse Betonkubatur erfordern würde. Auch mussten die statischen Verhältnisse, die sich aus der gegenseitigen Neigung der Axen der unteren und der oberen Mauerpartie ergaben, eher als un-

<sup>1</sup>) Vgl. SBZ 1949, Nr. 14, S. 186\*.