

Zur Frage der Biegung

Autor(en): **Maillart, Rob.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **77/78 (1921)**

Heft 18

PDF erstellt am: **18.05.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-37252>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

INHALT: Zur Frage der Biegung. — Ein Holzhaus in Riehen bei Basel. — Zwei Räume der Schweizer Mustermesse. — Das automatische Blocksysteem der Untergrundbahn „Nord-Süd“ in Paris. — Miscellanea: Ueber die neuere Entwicklung der flammenlosen Oberflächenverbrennung. Automatische Vorrichtung zum Verhüten des Heisslaufens von Lagern. Steigerung der Werknutzung von Niederdruck-Wasserkraft-

anlagen. Neue Eisenbahn-Brücke über den Hoangho. — Konkurrenzen: Ausbau des Hafens von Trelleborg. — Nekrologie: P. Cuypers. — Literatur. — Vereinsnachrichten: Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein. Stellenvermittlung.

Tafel 17: Ein Holzhaus in Riehen bei Basel.

Tafel 18: Zwei Räume der Schweizer Mustermesse.

Band 77.

Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 18.

Zur Frage der Biegung.¹⁾

Von Ing. Rob. Maillart, Genf.

In der letzten Auflage von Bachs „Elastizität und Festigkeit“²⁾ sind auf Seite 267 Biegungsversuche mit einem $\square$ -Eisen erwähnt, die zu lebhaftem Meinungsaustausch führten, mit dem Resultat, dass man sich diese Versuchsergebnisse noch nicht recht erklären kann.³⁾

Bach stellt als Bedingungen zur Gültigkeit der Hauptgleichungen der Biegungslehre (Zl. 12, S. 236) fünf Bedingungen auf (S. 259). Die erste dieser Bedingungen lautet: „Die auf den geraden, stabförmigen Körper wirkenden äusseren Kräfte ergeben für jeden Querschnitt nur ein Kräftepaar“, während als vierte Bedingung ausgesprochen wird: „Der Stabquerschnitt ist symmetrisch, und die Ebene des Kräftepaares fällt mit der Symmetrie-Ebene des Stabes zusammen oder ist ihr parallel.“

Den Nachweis für die Berechtigung dieser vierten Bedingung (der Symmetrie) glaubt Bach durch die erwähnten Versuche mit dem (unsymmetrischen) $\square$ -Eisen erbracht und damit die „bisherige Annahme, die Symmetrie sei nicht nötig, es reiche aus, wenn die Ebene des Kräftepaares den Querschnitt in einer der beiden Hauptachsen schneide“ wiederlegt zu haben.

Bach belastete einen $\square$ -Balken Nr. 30 gemäss Abbildungen 1, 2 und 3. In Abb. 2 und 3 sind die gemessenen Spannungen eingeschrieben und aufgetragen, die Endpunkte zu Spannungsdiagrammen verbunden. Die normale, d. h. nach üblicher Methode berechnete Spannung von 272 kg/cm^2 wird bis um 53 und 90 % überschritten. Offenbar belastete Bach lediglich in der Stegmitte und im Schwerpunkt, weil er a priori annahm, es könne für die Möglichkeit einer normalen Spannungsverteilung nur einer dieser Punkte in Betracht fallen. Das Vorhandensein eines dritten charakteristischen Punktes zog er nicht in Erwägung; und doch liegt es gar nicht so fern

zu vermuten, dass, sofern die Verschiebung der Last von Stegmitte um $2,2 \text{ cm}$ nach links eine Mehrüberschreitung der normalen Spannungen von $90 - 53 = 37\%$ ergab, die Ueberschreitung verschwinden dürfte, wenn man die Belastungsebene um $2,2 \times \frac{53}{37} = 3,2 \text{ cm}$ von Stegmitte nach rechts verschiebt.

Abbildung 4 zeigt, eng schraffiert, die „normale“ Spannungsverteilung gemäss der Hauptgleichung der Biegungslehre. Die Resultierende der Biegungsspannungen jeder Schnitthälfte geht durch einen Druck- und Zugmittelpunkt S_d und S_z , deren Lage sich ermittelt zu:

$$y_0 = \frac{\sum (y^2 \Delta F)}{\sum (y \Delta F)} = \frac{J_x}{2 S_x} = 12,7$$

$$x_0 = \frac{\sum (xy \Delta F)}{\sum (y \Delta F)} = \frac{S_y (h-d)}{2 S_x} = \frac{S_y (h-d)}{J_x} y_0 = 3,0.$$

(Darin sind S_x und S_y sind die statischen Momente der Querschnittshälften; alle Werte sind stets in cm und kg verstanden).

¹⁾ Die Veröffentlichung dieser, schon Ende letzten Jahres eingereichten Arbeit hat sich lediglich durch ein Versehen unsererseits unliebsam verzögert.

Red.

²⁾ «Elastizität und Festigkeit», von Prof. Dr.-Ing. C. Bach, Vorstand des Ingenieur-Laboratoriums und der Materialprüfungsanstalt an der Technischen Hochschule Stuttgart. Unter Mitwirkung von Prof. R. Baumann. Berlin 1920. Verlag von Julius Springer. (Vergl. Besprechung auf S. 203)

³⁾ Vergl. «S. B. Z.» Bd. LXXVI, Seite 206 (Nov.—Dez. 1920).

Dass statt dieser Spannungsverteilung eine solche gemäss Abbildungen 2 und 3 beobachtet wurde, führt nun Bach ohne Weiteres auf die Asymmetrie des Querschnittes zurück. Dass dies ein Trugschluss ist, hätte sich sofort ergeben, wenn Bach einen symmetrischen Querschnitt in gleicher Weise belastet hätte. Denken wir uns nämlich den Steg des $\square$ -Eisens vom Querschnittsrand in die Mitte gerückt, sodass ein symmetrisches $\square$ -Profil entsteht, die Lasten aber in den gleichen Punkten wirkend, so hätten sich ebenfalls Abweichungen vom normalen Spannungsdiagramm gezeigt, trotzdem in der Mittelstrecke die erste Bedingung sowohl als die vierte restlos erfüllt erscheinen.

Es ist eben folgender Umstand in Betracht zu ziehen: In den Aussenstrecken, wo nicht nur ein Moment, sondern auch eine Querkraft wirkt, treten in der oberen und unteren Querschnittshälfte (gleiche und entgegengesetzte) Quermomente auf, die dann, gleich dem Vertikalmoment, auch in der Mittelstrecke vorhanden sind und die gleichmässige Spannungsverteilung stören.

Das nämliche würde der Fall sein bei folgender Versuchsanordnung, die ebenfalls der ersten und vierten Bedingung entspricht: Auf die beiden Enden eines $\square$ -Balkens wirke je ein gleiches und entgegengesetztes Kräftepaar, derart, dass zwei axial gegeneinandergerichtete gleiche Druckkräfte exzentrisch an einem Flansch und zwei ebenso gerichtete gleiche Zugkräfte bei gleicher Exzentrizität am andern Flansch angreifen. Trotz Erfüllung der Bedingungen wird die Spannungsverteilung in den Flanschen ungleichmässig sein. Die Einwirkungsart der Kräftepaare erzeugt eben wiederum störende Quermomente. Nur in einem Spezialfall, wenn nämlich die Kräfte in der Symmetrieaxe angreifen, wird die Spannungsverteilung gleichmässig.

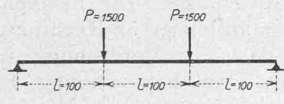


Abb. 1.

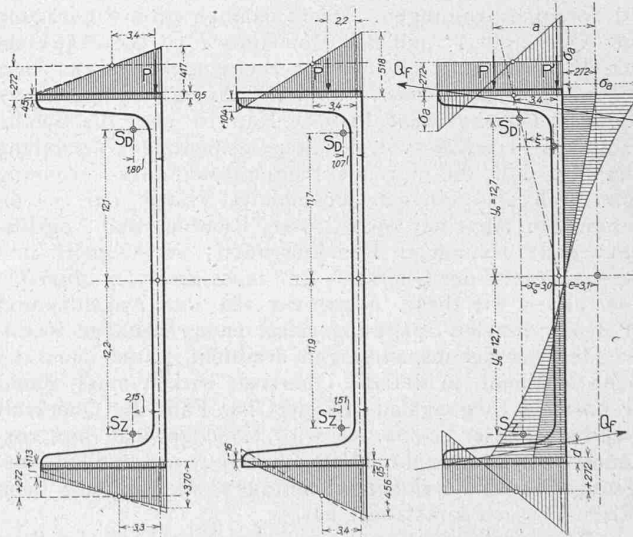


Abb. 2.

Abb. 3.

Abb. 4.

Gleiches wird aber auch eintreten, wenn der Versuch mit einem $\square$ -Eisen wiederholt wird, wobei eine Verdrehung nicht stattfinden wird, wenn die Kraftangriffspunkte in der Vertikalen durch Zug- und Druckmittelpunkt liegen. Ein prinzipieller Unterschied im Verhalten des symmetrischen und unsymmetrischen Querschnittes ist also nicht vorhanden. Beim symmetrischen Querschnitt haben wir lediglich den Spezialfall, dass Zug- und Druckmittelpunkt in die Symmetrieaxe fallen. Damit die Biegungsgleichung für eine beliebige Stellung der Kräftepaar-Ebene

gültig sei, ist die weitere Bedingung zu stellen, dass die Krafteinwirkung dem *ganzen* Querschnitt vermittelt werde. Denken wir uns den soeben erwähnten Versuch so durchgeführt, dass die Balkenenden von starren Köpfen umgossen sind, an denen die Kräfte angreifen, so wird die einfache Bieungsformel gültig sein für jedes Mass der Exzentrizität und zwar für alle symmetrischen und unsymmetrischen Querschnitte, wenn die Momentenebene parallel zur Verbindungslinie von Druckmittelpunkt und Zugmittelpunkt liegt.

Darin also, dass Bach die erste Bedingung nicht in strengem Sinne erfüllte (indem er die verdrehenden Quer-momente nicht ausschaltete), liegt der Grund der von ihm gefundenen Anomalien. Seine vierte Bedingung entbehrt deshalb der Begründung. Damit hat auch der Vorbehalt, den Bach eingangs des § 21 macht, dahinzufallen. Hier werden Querschnitte beliebiger Form behandelt. Bestünde die vierte Bedingung zu Recht, so wären alle in diesem Kapitel enthaltenen Ableitungen haltlos und konsequenterweise hätte sie Bach ganz weglassen müssen. Immerhin, wohl da etwas Besseres nicht an ihre Stelle zu setzen war, behält er sie, etwa als rohe Annäherung bei, bemerkend, diese Entwicklungen seien die „üblichen“, womit er sozusagen die Garantie dafür ablehnt und durchblicken lässt, man habe entsprechend dem [-Eisen-Versuch in gewissen Fällen Fehler bis 90 % zu erwarten. Dies ist nun nicht zutreffend, sobald nur die erste Bedingung streng erfüllt wird; dann können die Ergebnisse dieser Entwicklungen vertrauensvoll benützt werden. Wohl wird also bei unregelmässigem Querschnitt die Durchbiegung im allgemeinen nicht in der Kraftebene erfolgen und die neutrale Axe nicht zu ihr senkrecht stehen; aber das alte Bieungsprinzip bleibt gültig und Verdrehungen, wie sie beim [-Eisen-Versuch beobachtet wurden, sind ausgeschlossen.

All das Gesagte bewegt sich im Rahmen der ersten Bedingung, also der Beanspruchung des Stabes durch ein Kräftepaar allein, also mit Ausschluss einer Querkraft. In der Praxis ist eine solche aber fast immer vorhanden und ihre Berücksichtigung ist deshalb geboten, umsomehr als leicht einzusehen ist, dass ihr Hinzutreten nicht nur Schubspannungen erzeugt, sondern auch zusätzliche Bieungs- und Torsionsspannungen. Damit nämlich unter Einwirkung einer Querkraft P und des Momentes $P \cdot l$ Gleichgewicht herrscht, müssen nicht nur die Bieungsspannungen dem Bieungsmoment, sondern auch die Schubspannungen der Querkraft Gleichgewicht halten. Nun ist aber die Schubspannungs-Verteilung von der Bieungsspannungs-Verteilung abhängig. Für die normale Bieungsspannungs-Verteilung ergibt sich also ein ganz bestimmtes System der Schubspannungen mit einer nach Grösse, Richtung und Angriffspunkt ganz bestimmten Resultierenden; sie ist gleich und entgegengesetzt der Querkraft und muss denselben Angriffspunkt haben wie diese. Wenn wir also den Angriffspunkt der dem normalen Spannungssystem entsprechenden Resultierenden der Schubspannungen ermitteln, so ist damit die Ebene bestimmt, in der die Querkraft wirken muss, damit der normale Bieungsfall realisiert ist. Fällt die Querkraft ausserhalb dieser Ebene, so wird Gleichgewicht nur vorhanden sein können durch Hinzutreten von partiellen Ausbieungs- sowie Torsionserscheinungen, wie sie Bach beim [-Eisen-Versuch konstatiert hat.

Die Schubspannungen sind im Normalfall im Steg vertikal gerichtet, dagegen in den Flanschen fast horizontal und zwar die Horizontalkomponenten in den beiden Flanschen entgegengesetzt. Die Grösse der Resultierenden sowohl der Horizontal- als auch der Vertikalspannungs-Komponenten ist durch die statischen Momente S des Flansches in Bezug auf dessen rechten (mit der Stegaxe übereinstimmenden) und unteren Rand annähernd bestimmt, indem

$$H \text{ und } V = \frac{\sigma}{l} \cdot S = \frac{P \cdot (h-d)}{2 J_x} \cdot S$$

$$\left(\sigma = \text{mittlere Flansch-Spannung} = \frac{P \cdot l \cdot (h-d)}{2 J_x} \right).$$

So ergibt sich als Summe der Momente der Schubspannungen bezogen auf den Stegmittelpunkt

$$M = \frac{P (h-d)}{2 J_x} \left(2 F_f \cdot s \cdot \frac{(h-d)}{2} - 2 F_f \frac{d}{2} \cdot s \right)$$

$$= P \frac{S_y (h-d) (h-2d)}{2 J_x},$$

da das statische Moment der Flanschfläche $F_f \cdot s$ annähernd gleich ist dem statischen Moment des halben Querschnittes.

Also ist der Abstand der Resultierenden vom Stegmittelpunkt:

$$e = \frac{M}{P} = \frac{S_y (h-d) (h-2d)}{2 J_x} = 3,1.$$

Wir haben somit gefunden, dass wenn die Belastungsebene vertikal ist und durch einen 3,1 cm von der Stegaxe entfernten Punkt geht, den wir *Schubmittelpunkt* nennen wollen, die normale Spannungsverteilung stattfinden wird.¹⁾

Um nun zu ermitteln, wie sich die Spannungen ändern, wenn die Lastebene sich im Abstand a von diesem Punkt befindet (Abb. 4), zerlegen wir die Last in eine durch den Schubmittelpunkt und eine durch die Stegmitte gehende Vertikalkomponente. Letztgenannte hat die Grösse

$$P' = \frac{a}{e} \cdot P.$$

Die dieser Komponente entsprechenden Q_f sind nun die einzigen Kräfte, die auf den ganzen Querschnitt drehend und auf die beiden Querschnittshälften ausbiegend wirken, indem die Querkraft P' mit der Resultierenden der Schubspannungen des Steges zusammenfällt. Wir haben uns also zu beschränken, die Wirkung der Q_f zu untersuchen, wobei wiederum nur deren Horizontalkomponenten

$$H = P' \frac{S_y (h-d)}{2 J_x} = P' \frac{e}{h-2d} = P \frac{a}{(h-2d)}$$

in Betracht zu ziehen sind.

Die Ausbieungen der oberen und unteren Querschnittshälften sind gleich aber entgegengesetzt, sodass aus Symmetriegründen in Stegmitte keine Biegung wirken und sie weder längs noch seitlich ausweichen kann; die neutrale Axe für Ausbieung wird also den Stegmittelpunkt enthalten müssen und ergibt sich als dessen Verbindungslinie mit dem Druck- (oder Zug-) Mittelpunkt. Die Flächenelemente sind nämlich mit $y : y_0$ multipliziert in Rechnung zu führen, um der Bedingung, dass die Verdrehung in Stegmitte Null ist und gegen die Flanschen zunimmt, zu genügen. Statt des Trägheitsmomentes ist also ein Wert

$$T = \Sigma \left(\Delta F \cdot \xi^2 \cdot \frac{y}{y_0} \right)$$

zu nehmen und statt des Schwerpunktes der Druck- (oder Zug-) Mittelpunkt. Die Spannung in irgend einem Punkte der Mittelstrecke wäre dann:

$$\sigma = \frac{H \cdot l \cdot \xi \cdot y}{T \cdot y_0} = \frac{P \cdot a \cdot l \cdot \xi \cdot y}{(h-2d) T \cdot y_0}$$

und die entsprechende Ausbieung in der Mitte des Trägers:

$$f_b = \frac{23 \cdot \sigma \cdot l^2}{24 \cdot \xi \cdot E} = \frac{23}{24} \frac{l^3}{(h-2d) \cdot T \cdot E y_0} \cdot P \cdot a \cdot y.$$

Für $P = 1500$, $l = 100$, $h - 2d = 26,8$, $T = 188$ ergibt sich

$$f_b = 0,01065 a \cdot y.$$

Nun wirkt aber auch der Drehwiderstand dem Ausweichen entgegen. Wäre er *allein* vorhanden, so ergäbe sich die Verschiebung desselben Punktes für das Drehmoment $H (h - 2d) = P \cdot a$ zu:

$$f_d = \frac{\psi (J_x + J_y) l}{G \cdot F^4} \cdot P \cdot a \cdot y.$$

Für $P = 1500$, $l = 100$, $\psi = 40$, $J_x + J_y = 8521$, $G = 800000$, $F = 58,8$ ergibt sich

$$f_d = 0,00535 a \cdot y.$$

¹⁾ In Nr. 23 von Band LXXVI (Seite 166, 4. Dezember 1920) der S. B. Z. gibt A. Eggenschwyler ein ähnliches Resultat bekannt. Seine „Bieungsaxe“ hat den Abstand 3,25 cm von Stegmitte. Dieser Wert ergibt sich, wenn man Q_f in Flanschmitte horizontal angreifend denkt:

$$e = \frac{S_y (h-d)^2}{2 J_x}$$

Bei Vorhandensein beider Widerstände ergibt sich dann die Ausbiegung aus

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_b} + \frac{1}{f_d}$$

$$\text{zu: } f = \frac{f_b \cdot f_d}{f_b + f_d} = 0,00356 a \cdot y,$$

womit die Biegungsspannung sich berechnet zu:

$$\sigma = \frac{24 \cdot E}{23 \cdot l^2} \cdot f \cdot \varepsilon = 0,780 a \cdot y \cdot \xi.$$

Allerdings ist die hiermit gemachte Annahme, die Ausbiegungskurve sei nach dem gleichen Gesetz geformt, das ohne Vorhandensein des Drehwiderstandes gilt, nur eine Annäherung, die bei anderen Belastungsfällen nicht immer zulässig wäre. In Wirklichkeit ist das Biegemoment M in der Mittelstrecke nicht konstant, sondern nimmt von der Mitte gegen die Lastpunkte hin zu. Zur genauen Lösung des Problems der Beziehung zwischen M und M_d ist zu beachten, dass die Differenzialquotienten der durch M bestimmten Ausbiegungskurve die Drehwiderstände ergeben, die als Belastungen betrachtet die Momente M_d ergeben müssen. Man gelangt wohl am ehesten zum Ziel auf graphischem Wege durch sukzessive Annäherung; denn die Auflösung der sich ergebenden Differentialgleichung vierter Ordnung bietet Schwierigkeiten.

Die sich hiermit ergebende Spannungsverteilung ist für $y = 14,5$ und den äusseren Stegrand in Abbildung 4 ersichtlich gemacht.

Vergleichen wir Vorstehendes mit den Bach'schen Versuchsergebnissen, so sehen wir, dass in der Messlinie $y = \mp 14,5$ die Horizontal-Biegungsspannungen in einem von der Stegaxe um 3,3 bis 3,4 cm entfernten Punkt Null sind. Dies stimmt mit der Lage der von mir angenommenen neutralen Axe überein; denn es ergibt sich als entsprechende Grösse

$$\frac{x_0}{y_0} \cdot 14,5 = 3,4.$$

Die Spannungen ergeben sich in den Messpunkten Bachs gemäss Abb. 2 bei $a = 3,1$:

$$\begin{cases} \xi = -3,9; y = \pm 14,5; \\ \sigma_1 = -\sigma_3 = -137 - 272 = -409; \\ \xi = +6,1; y = \pm 14,5; \\ \sigma_2 = -\sigma_4 = +214 - 272 = -58; \end{cases}$$

Gemäss Abb. 3 bei $a = 5,3$:

$$\begin{cases} \xi = -3,9; y = \pm 14,5; \\ \sigma_1 = -\sigma_3 = -234 - 272 = -506; \\ \xi = +6,1; y = \pm 14,5; \\ \sigma_2 = -\sigma_4 = +366 - 272 = +94. \end{cases}$$

Die Rechnungsergebnisse sind in Abbildung 2 und 3 gestrichelt angegeben. Die Uebereinstimmung ist für den oberen Flansch sehr gut und im ganzen befriedigend mit Hinblick auf die Unvollkommenheiten der Rechnung einerseits und sekundäre Einwirkungen beim Versuch andererseits; letztgenannte sind durch das ungleiche Verhalten der Querschnittshälften charakterisiert. Bestimmt man aus den Spannungsdiagrammen Abbildung 2 und 3 die Druck- und Zugmittelpunkte, so findet man gegenwärtige Horizontal-Abweichungen von der Vertikalen von $2,15 - 1,80 = 0,35$ und $1,51 - 1,07 = 0,44$. Die Lastebene lag also nicht parallel zur Stegaxe. Diese Horizontalverschiebung, welche die beiden S-Punkte gegeneinander erfahren, berechnet sich nach obigem zu:

$$2f = 2 \cdot 0,00356 \cdot a \cdot y_0,$$

ergebend 0,26 und 0,44, d. h. gut übereinstimmend mit den aus dem Versuch erhaltenen Werten. Es ergibt sich also, dass die Lastebene vertikal geblieben ist und die Stegebene sich geneigt hat.

Trotz diesen guten Resultaten ist zu bedenken, dass die beiden ziemlich nahe gelegenen Laststellungen nicht gestatten, weitgehende Schlüsse mit genügender Sicherheit zu ziehen. Es wäre höchst erwünscht, die Versuche zu ergänzen durch Belastung im Schubmittelpunkt, sowie in

beidseitig bedeutenden Abständen unter Bestimmung der Ausbiegungen und Spannungen, wobei letztgenannte auch am Steg in den Vierteln ermittelt werden sollten. So wäre es leicht, sowohl die Lage des Schubmittelpunktes als auch die Grösse der Koeffizienten für f und σ experimentell zu ermitteln und damit die Rechnung zu korrigieren.

Bei symmetrisch angeordneten Flanschen fällt der Schubmittelpunkt mit dem Stegmittelpunkt zusammen und es findet natürlich keine Ausbiegung statt, wenn in der Stegaxe belastet wird. Bei einer Abweichung um a können gestützt auf obige Erwägungen die Spannungen ermittelt werden, indem auch die neutrale Axe mit der Stegaxe zusammenfallen wird ($\xi = x$) und man $T = J_h \cdot \frac{h-d}{2 \cdot y_0}$ setzen kann. Beispielsweise ergäbe sich für zwei mit den Stegen aneinander befestigte $\square$ -Profile N. P. 30 unter gleicher Belastungs-Anordnung mit $2 P$:

$$f_b = \frac{23 \cdot 2 \cdot l^3 \cdot 2 \cdot P \cdot a \cdot y}{24 \cdot (h-2d) \cdot J_h \cdot E \cdot (h-d)} = 0,00389 \cdot a \cdot y$$

$$f_d = \frac{\psi(2 J_h + 2 J_s) \cdot l \cdot 2 \cdot P \cdot a \cdot y}{G(2 F)^2} = 0,00140 \cdot a \cdot y$$

$$f = \frac{f_b \cdot f_d}{f_b + f_d} = 0,00103 \cdot a \cdot y$$

$$\sigma = \frac{24 \cdot E}{23 \cdot l^2} \cdot f \cdot x = 0,226 \cdot a \cdot y \cdot x.$$

So ergibt sich beispielsweise für Belastung in 0,5 vom Querschnittsrand die Spannung in Ausserkante Flansch:

$$\sigma = 0,226 \cdot 9,5 \cdot 14,5 \cdot 10,0 = 311;$$

also ist die Gesamtspannung mit $272 + 311 = 583$ schon mehr als doppelt so gross, als für zentrische Belastung. Hierbei ist immer im Auge zu behalten, dass noch Torsionsspannungen auftreten, die, mit den normalen Biegungsspannungen kombiniert, noch grössere Hauptspannungen ergeben, sowie oft lokale Spannungen aus dem Lastangriff.

Es muss deshalb nachdrücklich als ein Irrtum bezeichnet werden, wenn symmetrische Querschnitte (z. B. das $\square$ -Profil) gegenüber dem $\square$ -Profil für besser geeignet gehalten werden. Denn in der Praxis spielen Exzentrizitäten von einigen Zentimetern eine geringe Rolle und gerade die Belastung auf dem Querschnittsrand ist keine seltene. Es zeigt sich sogar, dass in gewissen Fällen das $\square$ -Profil vorzuziehen ist, z. B. bei einem aus zwei Balken mit aufliegendem Belag bestehenden Steg, wo infolge der Durchbiegung des Belages die Belastung die Querschnittsränder trifft. Es ist dann gemäss obigen Resultaten die Beanspruchungs-Ueberschreitung beim $\square$ -Querschnitt grösser (114%) als beim einfachen (53%), sofern die Balken mit den Stegseiten nach innen verlegt werden, wie das ja allgemein geschieht.

Bach trifft also nicht das Richtige, wenn er bemerkt, die angeblich in der Asymmetrie des Querschnittes liegende Gefahr (der Ueberschätzung von dessen Tragfähigkeit) könne beispielsweise beim $\square$ -Eisen vermieden werden durch paarweises Aneinandernieten. Vielmehr muss man zum Schlusse kommen, dass ein Balken *irgendwelchen Profils stets durch die Möglichkeit exzentrischer Belastung stark gefährdet ist*. Die Gefahr wird vermindert oder beseitigt, wenn Konstruktionsteile vorhanden sind, welche die quergerichteten Kräftepaare, denen der Balken nun eben einmal nicht gewachsen ist, aufnehmen. Oder: der Balken muss durch *ausser ihm* liegende Mittel an der Verdrehung gehindert werden. Schon ein lose aufgelegter Belag hat eine günstige Wirkung; aufgeschraubt oder angenietet wird er zwar bei ungleichseitigen Belastungen selbst verdrehend wirken, setzt aber den Verdrehungen, besonders indem er das seitliche Ausweichen erschwert, enge Grenzen. In idealer Weise wird die Gefahr aber erst beseitigt durch gute, womöglich in den Lastpunkten angeordnete Querversteifungen, die sowohl Verdrehung wie Ausweichen verhindern. Dann können die Balken in üblicher Weise berechnet werden, ob sie nun symmetrischen oder unsymmetrischen Querschnitt haben.