**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung

**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

**Band:** 63/64 (1914)

**Heft:** 15

**Artikel:** Neue Versuche über die Unterkühlung beim Ausfluss gesättigten Dampfes

**Autor:** Stodola, A.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-31536

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 15.07.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

## Der Neubau der Universität Zürich.

Architekten *Curjel & Moser.*
(Mit Tafeln 22 bis 25.)

Als wir im letzten Bande anlässlich der Universitäts-Einweihung den Bau in seiner Gesamtanlage und Wirkung im Stadtbilde (Seite 221) und späterhin in seiner innern Gliederung und Durchbildung (Seite 357) zur Darstellung brachten, war sein Aeusseres noch nicht in allen seinen Schmuckteilen fertig. Unsere damalige Veröffentlichung vervollständigen wir heute durch die beigegebenen Bilder, die wir wie die frühern dem freundlichen Entgegenkommen des Herrn Kantonsbaumeister H. Fietz verdanken. Die figürlichen Reliefs über dem östlichen und nördlichen Eingang stammen von P. Osswald, die ornamentale Einfassuug zu letzterem sowie andere Einzelheiten von W. Schwerzmann. Doch haben auch O. Kappeler und Andere in dieser ihnen eigenen Ornamentik dekorative Beiträge geliefert an Fassaden, Brüstungen, Kandelabern und Gesimsen. Mehr klassischer Geist spricht aus den beiden Skulpturen des Schweizers H. Haller in Paris.

## Neue Versuche über die Unterkühlung beim Ausfluss gesättigten Dampfes.

Von Prof. Dr. *A. Stodola*, Zürich.

Anfänglich gesättigter Dampf bleibt beim Ausströmen, wie ich in der Schweiz. Bauzeitung, Bd. LXI, Seite 229, berichtet habe, während der Expansion bis zum engsten Querschnitt der Ausströmungsvorrichtung fast vollständig unterkühlt. Bei einer Düse setzt unmittelbar hinter dem engsten Querschnitt, wenn die Uebersättigung den 3,3 bis 4-fachen Betrag erreicht hat, eine plötzliche stärkere Kondensation ein, durch welche, wie ich in der „Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure", J. 1913, Seite 1776, nachgewiesen habe, die Unterkühlung rasch sinkt.

Seither war ich in der Lage[1]), zwei weitere Versuche zu veranstalten, welche zur Aufklärung dieses eigentümlichen Sachverhaltes beitragen dürften. Wie ich in jener Abhandlung erläutert habe, ist zur Bestimmung des Unterkühlungszustandes in irgend einem Querschnitt die Kenntnis des sekundlichen Dampfgewichtes $G$, des absoluten Druckes $p$, des Querschnittes $f$ und der Strömungsgeschwindigkeit $w$ erforderlich. Beschränken wir uns auf die Untersuchung des Zustandes im *End*querschnitt einer Düse, so kann die Dampfgeschwindigkeit am besten durch Messung der Strahlreaktion bestimmt werden. Wir benutzten hierzu einen, der Vorrichtung von Frederic und Kembel bezw. Christlein nachgebildeten Apparat, bei welchem die Reaktion bei rund 10 *kg* Gesamtbetrag auf 5 *gr* genau bestimmt werden konnte. Am Düsenende könnte aber Ueberdruck herrschen, über den die Reaktionsmessung nichts aussagt. Die Aufgabe war daher, die Reaktion ganz besonders bei demjenigen Druckverhältnis zu messen, wo der Dampf im Endquerschnitt genau auf den Gegendruck der Umgebung expandiert. Zu diesem Zwecke wurde 3 *mm* vom Düsenende eine nach innen gut abgerundete Messbohrung von 1 *mm* lichte Weite angebracht und durch geeigneten Rohranschluss der dort herrschende Druck beobachtet. Auf theoretischem Wege konnte hieraus genügend genau der Druck am Düsenende abgeleitet werden. Stellt man während des Versuchs diesen Druck als Gegendruck ein, so liefert die Reaktionsmessung die gewünschte Endgeschwindigkeit. Die untersuchten Düsen besassen Kegelgestalt und waren am Einlauf mit einem Halbmesser gleich dem Durchmesser des engsten Querschnittes abgerundet. Abmessungen und Versuchsergebnisse sind nebenstehend zusammengestellt.

In der zitierten Abhandlung wurde auseinandergesetzt, dass die Kontinuitätsgleichung einen um so kleineren Endquerschnitt ergibt, je grösser die Unterkühlung war. Hiernach hat es keinen Sinn, Beispiele mit noch grösseren Unterkühlungsbeträgen zu rechnen. Aber wie soll erklärt werden, dass selbst bei Annahme vollkommener Kondensation der tatsächlich vorhandene Endquerschnitt, wie die Zusammenstellung unter *A* lehrt, nicht ganz ausgefüllt wird? Der Fehlbetrag ist zwar klein, nämlich rund 1,8 % bei Düse 1 und 2,3 % bei Düse 2, oder im Durchmesser ausgedrückt 0,16 *mm* bei Düse 1, 0,29 *mm* bei Düse 2. Diese Abweichungen könnte man als Ausdruck der Beobachtungsfehler hinstellen; doch würde dies mit der Sorgfalt der Messungen schlecht übereinstimmen. Ferner ist die Vermutung zulässig, dass der Dampf zwar gesättigt, statt dessen aber die *Wassertropfen überhitzt* sind, sodass im Endquerschnitt keine gleichmässige Temperatur herrscht. Doch zeigt es sich, dass die Tropfentemperatur $T'$ umgekehrt negativ werden müsste, wenn die Stetigkeit erfüllt sein soll. Im andern Fall kann der Endquerschnitt wieder nicht ausgefüllt werden. Noch grösser wird die Abweichung, falls man den Dampf obendrein, wenn auch noch so wenig, unterkühlt annimmt. Es muss also nach einer andern Erklärung gesucht werden, und diese ergibt sich aus nachfolgender Betrachtung.

*Zusammenstellung der Versuchsergebnisse.*

| | | Düse 1 | Düse 2 |
|---|---|---|---|
| Engster Durchmesser | *mm* | 12,06 | 12,07 |
| Enddurchmesser | *mm* | 18,00 | 25,12 |
| Länge zwischen dem engsten und Enddurchschnitt | *mm* | 150 | 150 |
| Absoluter Anfangsdruck $p_1$ | $kg/cm^2$ | 8,15 | 11,15 |
| Anfangstemperatur | °C | 174 | 197,5 |
| Absolute Anfangstemperatur | °C | 447 | 470.5 |
| Absoluter Enddruck der Expansion $p_2$ | $kg/cm^2$ | 1,082 | 0.571 |
| Expansionsverhältnis | $p_1/p_2$ | 7,53 | 19,52 |
| Spezifisches Anfangsvolumen $v_1$ | $m^3/kg$ | 0,2440 | 0,1872 |
| Sekundliche Dampfmenge $G$ | *kg* | 0,1351 | 0,1809 |
| Ausflusszahl $\chi$ in Formel $G = \chi f m \sqrt{\frac{p_1}{v_1}}$ | | 2,044 | 2,046 |
| Strahlreaktion $P$ | *kg* | 10,85 | 17,60 |
| Mittl. Dampfgeschwindigk. am Düsenende $\overline{w} = \frac{P \cdot g}{G}$ | *m/sek* | 787,8 | 954,5 |
| Anfänglicher Wärmeinhalt $i_1$ | *WE* | 665,9 | 675,5 |
| Anfängliche Entropie $s_1$ | | 1,6046 | 1.5929 |

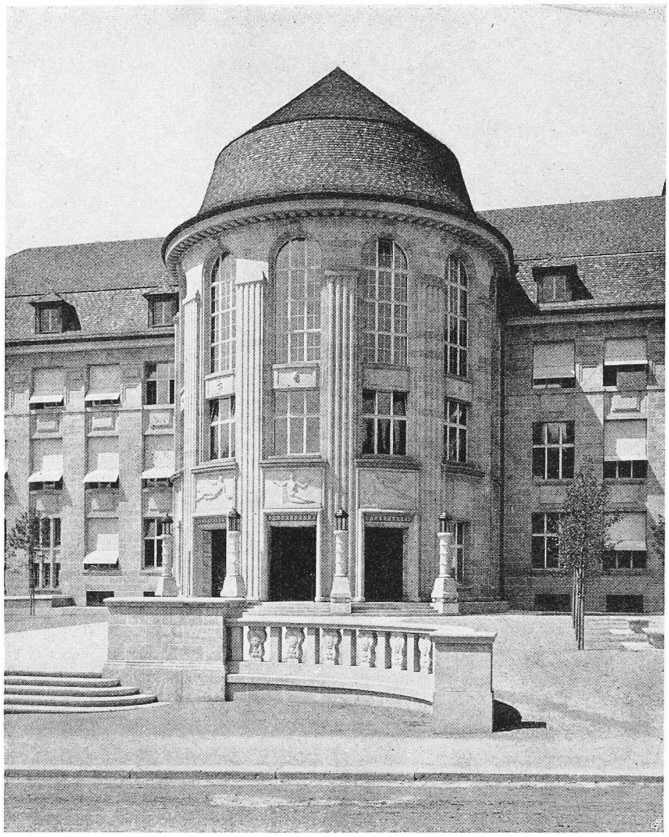
*A. Endzustand bei normaler Expansion und theoretischer Kondensation.*

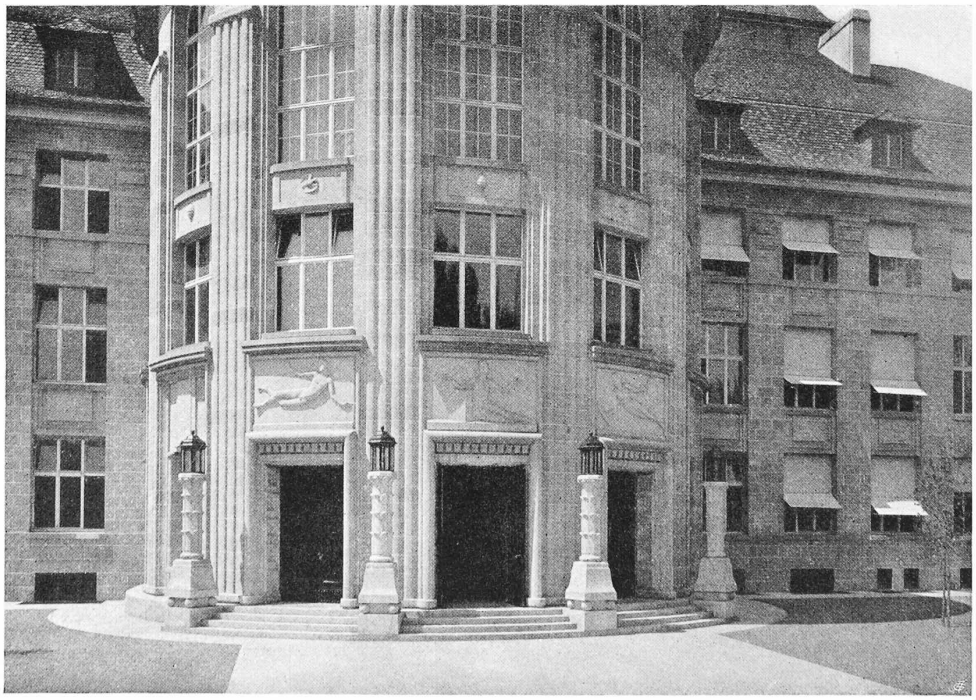
| | | Düse 1 | Düse 2 |
|---|---|---|---|
| Absoluter Druck $p_2$ | $kg/cm^2$ | 1,082 | 0,571 |
| Adiabatischer Wärmeinhalt $i_2$ | *WE* | 582,6 | 550,72 |
| Adiabatische spezifische Dampfmenge $X_2$ | | 0,8930 | 0,8615 |
| Adiabatisches Wärmegefälle $H_0$ | *WE* | 83,28 | 118,3 |
| Effektives Wärmegefälle $H_e = A \frac{w^2}{2g}$ | *WE* | 74,08 | 108,9 |
| Verlust in Prozenten des adiabatischen Gefälles | % | 11,05 | 8,00 |
| Wärmeinhalt des effektiven Endzustandes bei theoretischer Kondensation $i$ | *WE* | 591,8 | 566,5 |
| Entsprechende spezifische Dampfmenge | | 0,9101 | 0,8782 |
| Zugehörige spezifische Volumen $v$ | $m^3/kg$ | 1,458 | 2,553 |
| Endquerschnitt nach der Kontiunitätsgleichung $\overline{f} = \frac{G v}{\overline{w}}$ | $cm^2$ | 2,498 | 4,842 |
| Tatsächlicher Endquerschnitt (kalt) $f$ | $cm^2$ | 2,545 | 4,955 |
| Unterschied $f - \overline{f}$ in Prozenten von $f$ | % | 1,84 | 2,28 |

*B. Endzustand bei Annahme von Unterkühlung.*

| | | Düse 1 | Düse 2 |
|---|---|---|---|
| Absoluter Druck | $kg/cm^2$ | 1,082 | 0,571 |
| Zugehörige Sättigungstemperatur $t_s$ | °C | 101,3 | 84,2 |
| Angenommene Unterkühlungstemperatur $t_u$ | °C | 90,0 | 75,0 |
| Zugehöriger Sättigungsdruck | $kg/cm^2$ | 0,715 | 0,392 |
| Tropfenhalbmesser $r$ bei thermischem Gleichgewicht der Kapillarkräfte | *m* | $1,79 \cdot 10^{-9}$ | $2,13 \cdot 10^{-9}$ |
| Spezifische Dampfmenge bei reibungsfreier adiab. Expansion, aber mit Unterkühlung | | 0,9018 | 0,8658 |
| Spezifisches Volumen | $m^3/kg$ | 1,396 | 2,451 |
| Effektives spezifisches Volumen | $m^3/kg$ | 1,416 | 2,518 |
| Endquerschnitt nach der Kontinuitätsgleichung $\overline{f} = \frac{G v}{\overline{w}}$ | $cm^2$ | 2,428 | 4,775 |
| Unterschied $f - \overline{f}$ in Prozenten von $f$ | % | 4,60 | 3,63 |

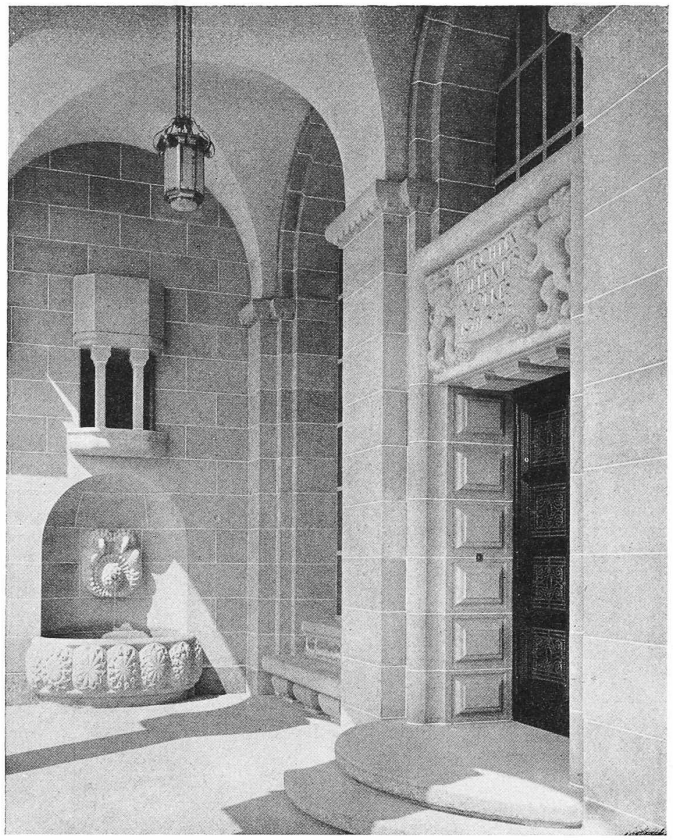
[1]) Unter dankenswerter Unterstützung unseres Laboratoriums durch Herrn Ing. Turovetz.



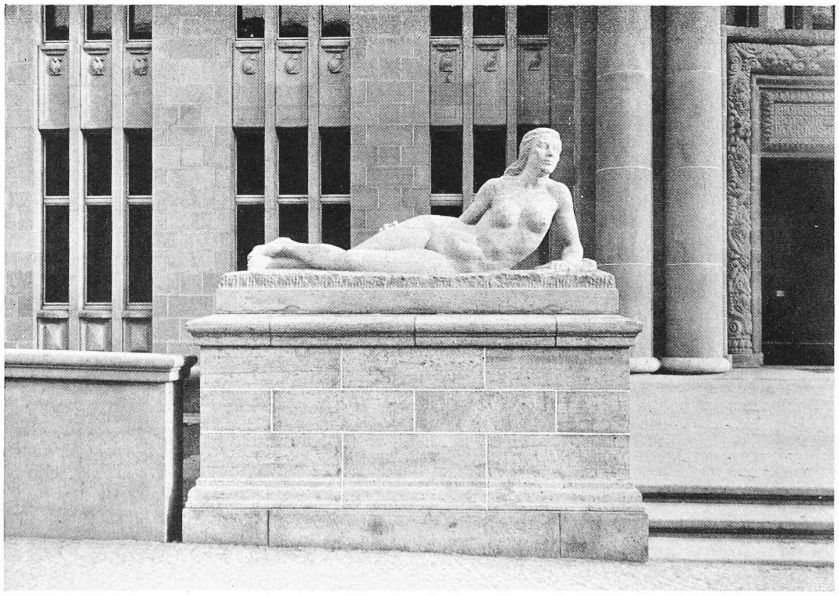


UNIVERSITÄT ZÜRICH — OSTFRONT MIT HAUPTEINGANG

ARCHITEKTEN CURJEL & MOSER, KARLSRUHE



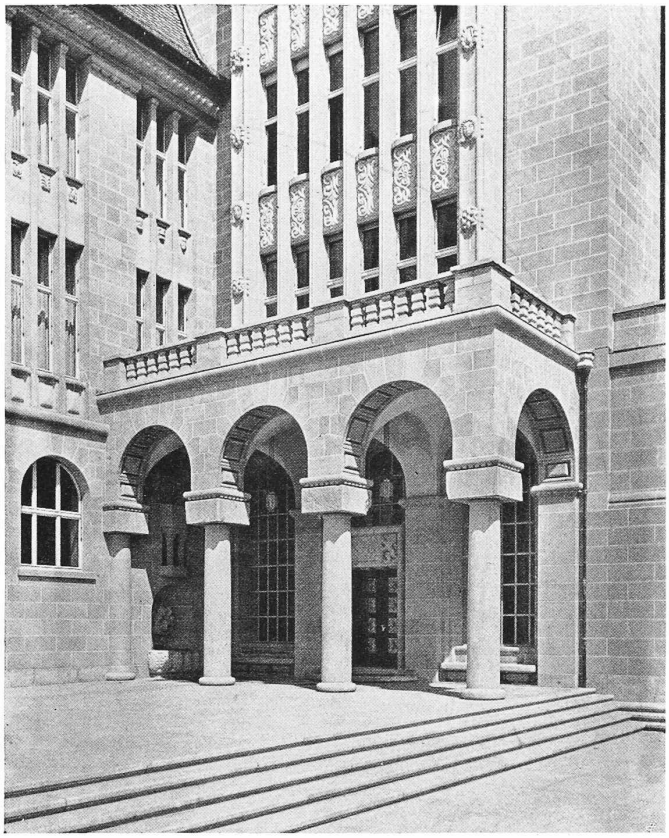
VOM WESTLICHEN EINGANG AN DER KÜNSTLERGASSE



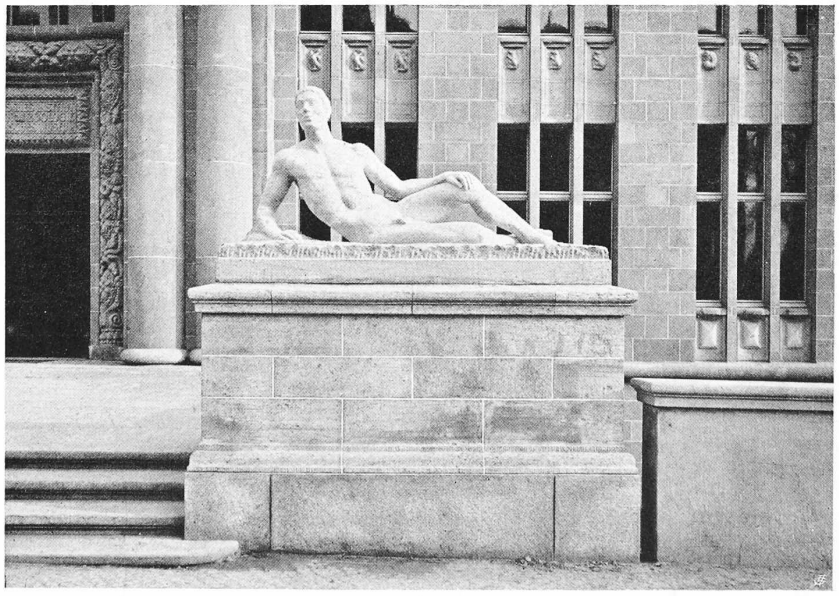
VOM NÖRDLICHEN EINGANG ZUM BIOLOGISCHEN INSTITUT

FIGUR VON BILDHAUER H. HALLER IN PARIS

Phot. Kant. Hochbauamt (E. Guyer)



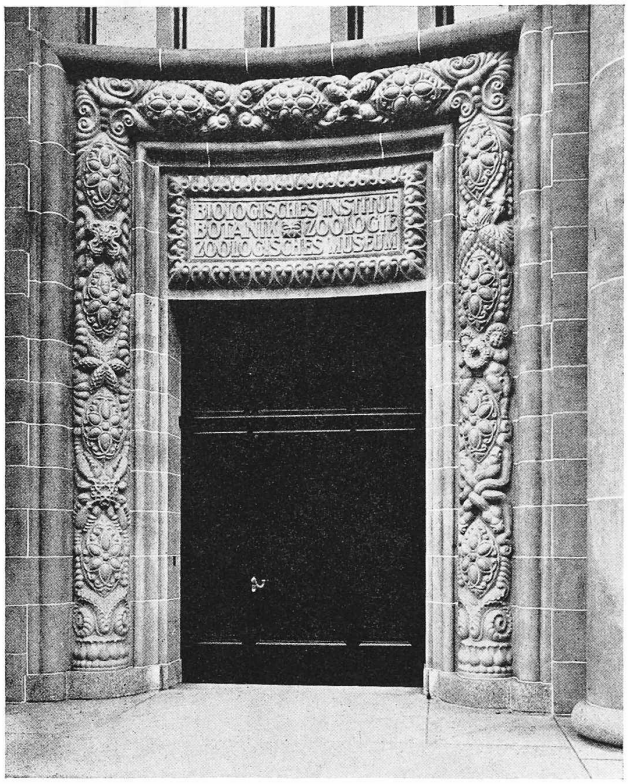
WESTLICHE EINGANGSHALLE AN DER KÜNSTLERGASSE



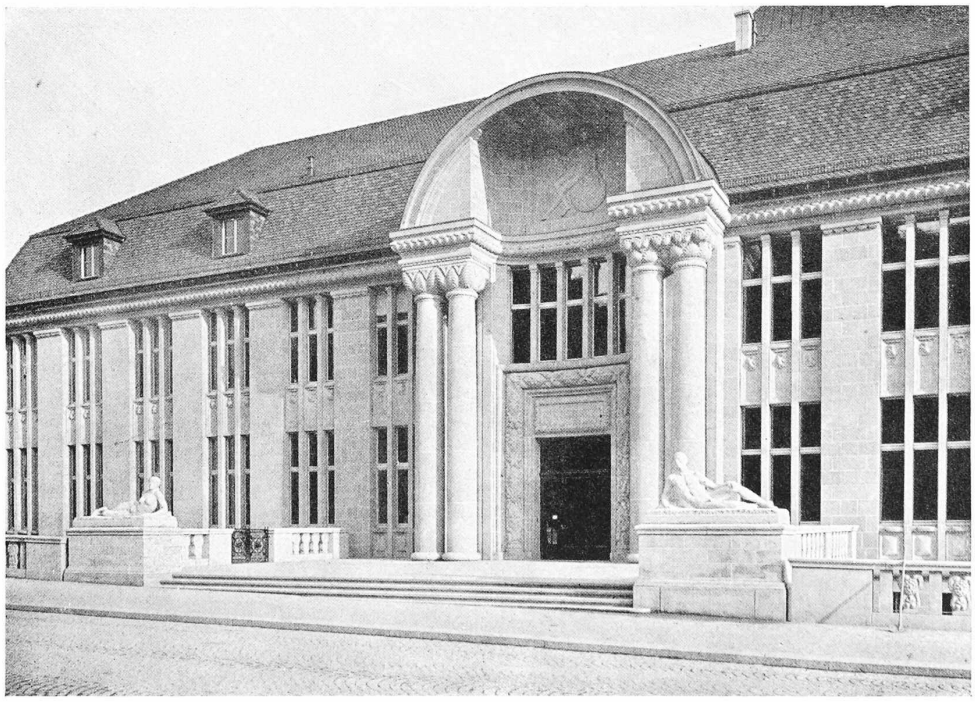
VOM NÖRDLICHEN HAUPTEINGANG ZUM BIOLOGISCHEN INSTITUT

FIGUR VON BILDHAUER H. HALLER IN PARIS

Aetzungen von C. Angerer & Göschl, Wien




HAUPTEINGANG ZUM BIOLOGISCHEN INSTITUT



UNIVERSITÄT ZÜRICH — BIOLOGISCHES INSTITUT, NORDFRONT

ARCHITEKTEN CURJEL & MOSER, KARLSRUHE

Phot. Kant. Hochbauamt (E. Guyer)

Kunstdruck von Jean Frey, Zürich

*Die genaue Kontinuitätsgleichung.*

In technischen Untersuchungen wird in der Regel mit einem gleichmässigen mittlern Zustand in einem Querschnitt und mit der mittlern Geschwindigkeit gerechnet. In Wahrheit kann selbst bei geradliniger Strömung nur der Druck als hinlänglich gleichmässig angesehen werden; die Geschwindigkeit hingegen nimmt von der Mitte aus gegen die Wand hin ab, während das spezifische Volumen infolge der grössern Reibungswärme in der Nähe der Wand wächst. Obwohl der Hauptteil der Reibungsarbeit nach den Anschauungen Prandtls in einer dünnen Grenzschicht entwickelt wird, während für den Rest fast adiabatische Strömung angenommen werden kann, beeinflusst, wie wir sehen werden, schon die kleinste Ungleichmässigkeit die Kontinuitätsgleichung und mittelbar den Dampfzustand in sehr merklicher Weise.

Bezeichnet

$\varrho$ den Abstand eines Punktes von der Düsenaxe,
$w$ die dort herrschende Geschwindigkeit,
$\gamma$ das dort vorhandene spezifische Gewicht,
$r$ den äussersten Halbmesser des Querschnittes,
$\overline{w}$ die mittlere Geschwindigkeit,
$\overline{\overline{w}}^2$ das mittlere Geschwindigkeitsquadrat,

so gelten folgende Gleichungen, durch welche zugleich $\overline{w}$ und $\overline{\overline{w}}$ definiert werden:

$$G = \int_0^r 2\pi\varrho\, d\varrho\, \gamma\, w; \quad G\overline{w} = \int_0^r 2\pi\varrho\, d\varrho\, \gamma\, w^2;$$

$$G\overline{\overline{w}}^2 = \int_0^r 2\pi\varrho\, d\varrho\, \gamma\, w^3 \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

Der einfachste Ansatz für $w$, der den spärlichen bekannten Beobachtungen entspricht, ist

$$w = w_0 \left[1 - \left(\frac{\varrho}{r}\right)^n\right] \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

wo $w_0$ die Geschwindigkeit in der Axe, $n$ eine Konstante bedeuten, und die Geschwindigkeit an der Wand $= 0$ vorausgesetzt wird.

Für $\gamma$ einen hierzu passenden strengen Ausdruck aufzustellen wäre zu schwierig; jedenfalls hängt $\gamma$ von $w$ ab, und wir begnügen uns mit dem Ansatz

$$\gamma = \gamma_1 + (\gamma_0 - \gamma_1)\frac{w}{w_0} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

wo $\gamma_0$ das spezifische Gewicht in der Axe, $\gamma_1$ das spezifische Gewicht an der Wand ist, welches aus der Bedingung $w = 0$ als der *reinen Drosselung* des Dampfes entsprechend ermittelt werden kann.

Führt man die Integrationen aus, so erhält man

$$G = \beta_0 f_0 w_0 \gamma_0; \quad G\overline{w} = \beta_1 f_0 w_0^2 \gamma_0; \quad G\overline{\overline{w}}^2 = \beta_2 f_0 w_0^3 \gamma_0 \quad \ldots (4)$$

worin $f_0 = \pi r^2$ der tatsächliche Querschnitt ist und die Beizahlen folgende Werte haben:

$$\left.\begin{aligned}
\beta_0 &= \alpha_0 \frac{\gamma_1}{\gamma_0} + \alpha_1 \frac{\gamma_2}{\gamma_0}; \quad \alpha_0 = 1 - \frac{2}{2+n} \\
\beta_1 &= \alpha_1 \frac{\gamma_1}{\gamma_0} + \alpha_2 \frac{\gamma_2}{\gamma_0}; \quad \alpha_1 = 1 - \frac{4}{2+n} + \frac{1}{1+n} \\
\beta_2 &= \alpha_2 \frac{\gamma_1}{\gamma_0} + \alpha_3 \frac{\gamma_2}{\gamma_0}; \quad \alpha_2 = 1 - \frac{6}{2+n} + \frac{3}{1+n} - \frac{2}{2+3n} \\
\alpha_3 &= 1 - \frac{8}{2+n} + \frac{6}{1+n} - \frac{8}{2+3n} + \frac{1}{1+2n} \\
\gamma_2 &= \gamma_0 - \gamma_1
\end{aligned}\right\} \ldots (5)$$

Aus diesen Gleichungen folgt zunächst, dass bei „zweidimensionaler" Strömung der lineare Mittelwert der Geschwindigkeit $\overline{w}$ nicht mit dem quadratischen Mittelwert $\overline{\overline{w}}$ übereinstimmt. Die Reaktionsmessung liefert $\overline{w}$, für die kinetische Energie ist $\overline{\overline{w}}$ massgebend, also ist es unrichtig, die Strömungsverluste mit $\overline{w}$ zu rechnen. Dieser bis jetzt unbeachtet gebliebene Unterschied erreicht zum Glück selten 1 % von $\overline{w}$.

Im übrigen sind durch die Beobachtung gegeben $G$, $\overline{w}$, $f_0$, unbekannt $w_0$, $\overline{\overline{w}}$, $n$, $t_u$. Wir haben in den Gleichungen (4) nur drei Beziehungen zwischen vier Unbekannten und müssen eine weitere suchen. Als solche bietet sich die Annahme dar, dass $w_0$ mit der reibungsfrei adiabatischen Geschwindigkeit $w_a$ übereinstimmt oder von ihr nur wenig verschieden, natürlich kleiner ist. In der Tat kann eine Lösung der Gleichung (4), wie die Rechnung zeigt, nur bei einem sehr grossen Wert von $n$ (20 und mehr) bestehen, so dass die Geschwindigkeit sich in der Mitte des Stroms nur wenig ändert, somit dort auch keine grossen Reibungsverluste auftreten können. Die Unmöglichkeit, die Kontinuitätsgleichung anders als mit einem grossen $n$ zu erfüllen, führt so von selbst zwangsweise auf die Theorie der Prandtlschen Grenzschichten.

Durch umständliche Proberechnungen kann nun die strittige Hauptfrage nach dem *Dampfzustand am Düsenende* mit ziemlicher Wahrscheinlichkeit endgültig beantwortet werden. Es stellt sich heraus, dass am Düsenende die *Kondensation den theoretischen Betrag nicht erreicht, dass aber die Unterkühlung unbedeutend und um so geringer ist, je tiefer man expandiert.*

Für Düse 1 mit rund 7,5-facher Expansion kommt eine Unterkühlung, d. h. ein Unterschied zwischen der Sättigungs- und der wahren Dampftemperatur von etwa 8° C heraus mit $n \cong 22$; bei Düse 2 mit rund 20-facher Expansion aber nur noch 3° C und $n = 25$. Dementsprechend sind auch die Verluste aus der unvollständigen Kondensation weit geringer, als bei vollkommener Unterkühlung der Fall wäre; man kann sie für das kleinere Wärmegefälle der Düse 1 auf rund 2 1/2 %, für das grössere Gefälle der Düse 2 auf 3/4 % einschätzen.

Durch stufenweises Kürzen und Wiederholung der Messungen wird sich das Gesetz, nach welchem die im engsten Querschnitt fast vollkommene Unterkühlung längs der Düsenaxe abnimmt, genauer feststellen lassen. Die Absicht, dies zu tun, wurde durch den Kriegsausbruch vorläufig vereitelt. Auf alle Fälle ist durch das Vorhergehende bestätigt, dass in einer Dampfturbine mit noch grösseren Expansionsgrenzen als die angegebenen die anfänglich sich einstellende Unterkühlung am Ende so gut wie vollständig verschwindet.

*Die molekularen Vorgänge während der Kondensation mit Rücksicht auf die Arbeiten von Marcelin und Knudsen.*

In einer neuern Arbeit von Marcelin[1]) wird die Geschwindigkeit bestimmt, mit welcher eine überhitzte Flüssigkeit verdampft oder ein fester Körper sublimiert. Die Zahl der von einer siedenden Wasseroberfläche abgeschleuderten Moleküle und die Zahl, welche sie von der Summe der aufprallenden Moleküle verschlucken kann, sind im thermischen Gleichgewicht gleich gross. Marcelin lässt die Verdampfung in ein fast absolutes Vakuum erfolgen und bestimmt so unmittelbar die Zahl der abgeschleuderten Moleküle für die Flächen- und Zeiteinheit. Er vergleicht deren Betrag mit der Zahl der Moleküle, die aus einer mit der Wasseroberfläche im thermischen Gleichgewicht stehenden Dampfatmosphäre auf die Oberfläche im Ganzen aufprallen, welch letztere Zahl die obere Grenze der Verdampfungsgeschwindigkeit bilden würde, wenn alle Moleküle an der Flüssigkeit haften blieben. Marcelin findet, dass dieses Verhältnis mit wachsender Temperatur zunimmt, und für Naphtalin bei 72 1/2 ° C den Wert 1 : 6,6, für Quecksilber bei 140° Temperatur den Wert 1 : 7,3, für Nitrobenzin bei 62 1/2 ° Temperatur 1 : 4,2 und für Jod bei 67 1/2 ° Temperatur 1 : 4,7 besitzt (Seite 103 bis 106). Hiernach würden im günstigsten Falle im thermischen Gleichgewicht rund 1/4 der auf eine Flüssigkeit auftreffenden Moleküle zurückbehalten werden. Die Interpretation von Marcelin scheint mir nicht einwandfrei zu sein; ich glaube vielmehr, dass bei den fraglichen Versuchen letzten Endes für die Verdampfungsgeschwindigkeit immer nur die Geschwindigkeit der Wärmezufuhr massgebend war, was sich durch eine eingehende Kritik und Vergleich der in Kapitel 1 seiner Arbeit mit stärker überhitzten Flüssigkeiten gewonnenen Ergebnisse, wie ich glaube, zwingend nachweisen liesse.

[1]) Thèses, présentées à la Faculté des Sciences à Paris par M. R. Marcelin. Paris 1914.

Nichtsdestoweniger hat es ein Interesse, die molekularen Vorgänge während der Kondensation unter dem Gesichtspunkt zu untersuchen, dass nicht, wie wir ursprünglich im Einverständnis mit Einstein voraussetzten, alle auf einen Tropfen treffende Moleküle von diesem verschluckt werden. Dabei kommt für den Energieaustausch derjenigen Moleküle, die zurückprallen, die sehr interessante Arbeit von Knudsen[1]) in Betracht. Ein Molekül mit einer gegebenen Geschwindigkeit, die einer bestimmten Temperatur der Dampfatmosphäre entspricht, prallt von einer wärmeleitenden Oberfläche (hier derjenigen des Tropfens) nicht mit derjenigen Geschwindigkeit zurück, die der Temperatur der Oberfläche entspricht, sondern mit einer geringern. Ist seine innere Energie, auf 1 *kg* Gewicht bezogen, vor dem Anprall $u''$ und ist die theoretische Energie, die der Flüssigkeitstemperatur entspricht $u''^*$, so ist die Energie des zurückprallenden Moleküls nicht $u''^*$, sondern

$$(u''^* - u'')\,\varepsilon + u''$$

worin $\varepsilon$ kleiner als 1 ist und der „Akkomodationskoeffizient" heisst. Knudsen findet bei Stoss gegen blankes oder stark platiniertes Platinband für $H_2$: $\varepsilon = 0{,}32$ und $0{,}59$, für $O_2$: $\varepsilon = 0{,}81$ und $0{,}93$, für $CO_2$: $\varepsilon = 0{,}84$ und $0{,}96$. Die Einführung dieser neuen Betrachtungsweise bedingt folgende Aenderungen an meiner in der zitierten Abhandlung entwickelten Theorie der Kondensation. Das Gewicht der im Zeitelement $dz$ auf einen Tropfen treffenden Dampfmoleküle bleibt unverändert[2]) und ist in der dort benutzten Bezeichnungsweise

$$d\,G' = \pi\, r^2 \beta \frac{p}{\sqrt{T}}\, dz \quad \text{mit } \beta = \sqrt{\frac{3\,g}{R}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (6)$$

Im thermischen Gleichgewicht wird bloss der Teilbetrag $\lambda\, d\,G'$ verschluckt; ein ebenso grosser Betrag muss dann durch die innere Bewegung vom Tropfen abgeschleudert werden. Ist aber die Temperatur des Tropfens $T'$ grösser als die Gleichgewichtstemperatur $T$, dann ist der zu $T'$ und dem Tropfenhalbmesser $r$ gehörende Gleichgewichtsdruck $p'_{sr}$ zu ermitteln und die vom Tropfen abgeschleuderte Menge ist gleich

$$d\,G'' = \lambda\, \pi\, r^2 \beta \frac{p'_{sr}}{\sqrt{T'}}\, dz \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (7)$$

Die Zunahme des Tropfengewichtes während des Zeitelementes $dz$ ist

$$d\,G_0 = \lambda\, d\,G' - d\,G'' = \lambda\, \pi\, r^2 \beta \left[\frac{p}{\sqrt{T}} - \frac{p'_{sr}}{\sqrt{T'}}\right] dz \quad . \; . \; . \; (8)$$

Diese Beziehung nannten wir die Stetigkeitsgleichung. Für die Energiegleichung des Tropfens gilt sinngemäss die Formel

$$d\,G'\,u'' = (1 - \lambda)\, d\,G' \left((u''^* - u'')\,\varepsilon + u''\right) + d\,G''\,u''^* + \\ + d\,(G_0\, u'^*) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (9)$$

Aehnlich wäre die Gleichung der Gesamtenergie zu bilden.

Wir behalten uns die Diskussion dieser Gleichungen für eine andere Gelegenheit vor und beschränken uns auf folgende Bemerkungen. Die zweckmässigste Vergleichsgrundlage ist, wie wir a. a. O. ausführten, die zum gegebenen Druck $p$ und dem Halbmesser des Tropfens $r$ gehörende Gleichgewichtstemperatur, die wir mit $T_{spr}$ bezeichnet haben. Für die Unterschiede der Dampf- und der Tropfentemperatur gegenüber $T_{spr}$ führen wir hier die Zeichen

$$\tau = T - T_{spr}\,; \quad \tau' = T' - T_{spr}$$

ein, sodass hiernach verglichen mit der alten Bezeichnung $\Delta T = -\tau$; $\delta T' = \tau'$ ist. Nach den kleinen Differenzen $\tau$, $\tau'$ können die Grundgleichungen entwickelt werden und wir erhalten

$$\left.\begin{aligned} \frac{dr}{dz} &= -\lambda\, C\,(\varphi\,\tau + \tau') \\ r\,\frac{dT'}{dz} &= -\lambda\, C'\,(\psi\,\tau + \tau') \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (10)$$

wobei $C$, $C'$ die gleichen Werte bedeuten, wie in der Abhandlung[1]), hingegen $\psi$ angenähert durch den Ausdruck

$$\psi = \left[\frac{1}{2\,T_{spr}} - \left\{1 + \varepsilon\left(\frac{1}{\lambda} - 1\right)\frac{C_v}{\Delta u_s}\right\}\right]\frac{p}{\alpha} \quad . \; . \; . \; (11)$$

dargestellt wird. Je nach der verhältnismässigen Grösse von $\varepsilon$ und $\lambda$ kann mithin $\psi$ Null oder auch negativ werden. Ersteres würde eine Unempfindlichkeit der Tropfentemperatur von derjenigen der Dampfumgebung bedeuten; es bliebe aber die äusserst energische Reaktion auf jede Abweichung von der zu $r$ und $p$ gehörenden Gleichgewichtstemperatur $T_{spr}$ bestehen. Der Tropfen würde praktisch stets diese Temperatur haben. Ein Negativwerden von $\psi$ führt auf keine physikalischen Widersprüche, und beeinflusst in interessanter Weise den Temperaturausgleich nach einer eingetretenen Störung. Ist nämlich $\psi$ positiv, so wird bei positivem $\tau$, d. h. zu heisser Dampfatmosphäre, $T'$ anfänglich sinken — ist $\psi$ negativ, steigen. Das letztere ist der Anschauung eigentlich genehmer, und die Werte der $\lambda$ und $\varepsilon$ nach Marcelin und Knudsen lassen diese Möglichkeit zu. Ob es sich so oder so verhält, die Zahl $\lambda$, d. h. das Verhältnis der eindringenden Moleküle zur Gesamtzahl der aufprallenden, kann kaum unter den Wert $^1/_{10}$ sinken (der kleinste Wert, den Marcelin fand, den wir aber, wie erwähnt, nicht anerkennen, ist $^1/_{26}$) und so wird die Raschheit des Temperaturausgleiches am Tropfen, wie wir in der Abhandlung auseinandersetzten, nach wie vor eine ausserordentlich grosse bleiben gegenüber der Expansionsgeschwindigkeit des Dampfes.

Bei diesem Anlass sei noch auf den grossen Gegensatz zwischen der *gewöhnlichen* und der *molekularen Wärmeleitung* hingewiesen. Letztere wird wirksam, wenn die Tropfengrösse klein ist gegenüber der mittleren Weglänge der Moleküle. Da unsere Versuche selbst bei kleineren Unterkühlungen auf Tropfenhalbmesser von der Grössenanordnung $10^{-9}$ bis $10^{-8}$ *m* führen, so dürfte diese Voraussetzung nahe erfüllt sein. Sobald grosse Tropfen auftauchen, hat man mit dem gewöhnlichen „Leitungsvermögen" des Dampfes und den bekannten Wärmeleitungsgleichungen zu operieren. Der Wärmeaustausch ist dann ein *unendlich viel langsamerer*. Insbesondere bei Verdampfungsvorgängen bildet der neu entstehende Dampf eine schwer durchdringliche Isolationshülle, da doch beispielweise bei 1 *at* Druck die Verdampfung einer Wasserlamelle von 1 *mm* Dicke über ebenem Wasserspiegel eine Schichte von 1,7 *m* Mächtigkeit erzeugt. Dies erklärt, warum trotz kräftiger mechanischer Mischung kalte Tropfen in überhitztem Dampf lange bestehen können, wie beispielsweise von Knoblauch und Jakob bei ihrer Bestimmung der spezifischen Wärmen beobachtet worden ist.

Die Versuche gestatten endlich die Zahl der gebildeten Tropfen zu berechnen. Man findet, dass ein Tropfen auf etwa 30 000 Moleküle des trockenen Dampfes entfällt. Sollte jeder Tropfen einen festen Kern besitzen, so müssten bei Atmosphärendruck in 1 $cm^3$ trockenen Dampfes mehr als $10^{14}$ Kerne enthalten sein, was ausgeschlossen ist. Auch in dieser Hinsicht bilden also die neuen Versuche eine Bestätigung meiner frühern Folgerungen.

[1]) Ann. d. Physik 4 F. 34. 1911. S. 608.

[2]) Wollte man die Maxwellsche Verteilung der Geschwindigkeiten berücksichtigen, so wäre nur die Beizahl 0,92 vorzusetzen und $C$ müsste die Wurzel ' aus dem quadratischen Mittel der Geschwindigkeiten bedeuten.

[1]) Hinsichtlich $\alpha$ ist zu bemerken, dass in der Abhandlung auf der linken Seite der Gleichung (35) die Ableitung $+\frac{\partial p_{sr}}{\partial T'}$ vergessen worden ist, dass deren Grösse neben dem ersten Glied indessen praktisch vernachlässigt werden kann.

## Fahrbare Kälteerzeugungsanlage für Versuchszwecke.

Gestützt auf die guten Erfahrungen, die in den Vereinigten Staaten von Nordamerika seit vielen Jahren in Bezug auf die Verbreitung der Gefrier- bezw. Kühlmethode zur Frischhaltung von leicht verderblichen Lebensmitteln durch entsprechende Vorführungen in den interessierten Kreisen gemacht worden sind, hat sich die „Association française du Froid" entschlossen, ihrerseits durch ähnliche Vorführungen zu einer möglichst allgemeinen Einführung dieses Verfahrens in Frankreich beizutragen. Sie hat zu diesem Zweck in