Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 41/42 (1903)
Heft: 19

Artikel: Ueber Flüssigkeitsbewegungen in Rotationshohlräumen
Autor: Prášil, Franz
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-23987

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT: Ueber Flüssigkeitsbewegungen in Rotationshohlräumen. — Die Vesuvbahn. III. — Alte Baudenkmäler aus dem Seelande. (Schluss.) — Simplon-Tunnel. — Miscellanea: Von den Ausgrabungen zu Orchomenos in Böotien. Eine internationale Ausstellung für Wohnungs- und Baugewerbe sowie für staatliche und kommunale Unternehmungen. Monatsausweis über die Arbeiten am Simplontunnel. Der Weinmarktbrunnen in Luzern. Das Schloss Velthurns. Albula-Bahn. Wasserversorgung der Gemeinde Grenchen (Solothurn). — Konkurrenzen: Aufnahmegebäude im Bahnhof Basel. Entwürfe für Gasbeleuchtungskörper. — Vereinsnachrichten: Gesellschaft ehemaliger Studierender: Stellen-Vermittlung.

Ueber Flüssigkeitsbewegungen in Rotationshohlräumen.

Von Prof. Dr. *F. Prášil* in Zürich.

Die Behandlung hydrotechnischer Probleme auf Grundlage der Fundamentalgleichungen der Hydrodynamik von Lagrange oder Euler stösst bekanntlich deshalb auf Schwierigkeiten, weil die Integration der hierbei in Frage kommenden partiellen Differentialgleichungen vielfach mit den bisher bekannten Methoden nicht durchführbar ist.

Die Untersuchungen, welche für inkompressible Flüssigkeiten bereits bestehen, beziehen sich einerseits auf Bewegungen, bei denen die Geschwindigkeiten durch das Vorhandensein eines Geschwindigkeitspotentials bestimmt sind und anderseits auf die Theorie der Wirbelbewegungen. Dieselben sind zum grössten Teil auf Grundlage eines räumlichen, geradlinigen und orthogonalen Koordinatensystems durchgeführt; Grashof hat in seiner theoretischen Maschinenlehre (1. Band Seite 398 u. ff.) für die allgemeine Untersuchung strömender Bewegung längst gegebener Bahnen krummlinige, orthogonale Koordinaten angewendet; mit zylindrischen Koordinaten sind bisher nur einige Spezialfälle behandelt worden. Die Untersuchung ebener Strömungen hat zur Lösung der sogenannten zweidimensionalen Probleme und darunter zur Bestimmung der Form von Flüssigkeitsstrahlen geführt. So sehr diese Untersuchungen geeignet sind, eine Reihe von Flüssigkeitsbewegungen exakt zu beschreiben, so sind dieselben doch in den wenigsten Fällen unmittelbar an aktuelle Vorgänge anschliessbar; sie geben im allgemeinen nur Vergleichsgrundlagen.

Zu den hydrotechnischen Problemen, die namentlich im Maschinenbau von aktueller Bedeutung sind, gehören unter andern auch jene, welche sich auf die Bewegung von Flüssigkeiten durch Hohlräume beziehen, die entweder direkt als Rotationshohlräume geometrisch charakterisiert (Röhren, Düsen), oder in solchen Räumen gesetzmässig gruppiert sind (Leit- und Laufräder von Turbinen und Zentrifugalpumpen).

Es ist nun naheliegend in der Transformation der anfangs genannten, auf ein räumliches, orthogonales Koordinatensystem bezogenen Fundamental-Gleichungen auf ein zylindrisches Koordinatensystem mit der Raumachse als Hauptachse ein Mittel zur eventuellen Vereinfachung der analytischen Ableitungen für die Untersuchung von Flüssigkeitsbewegungen in Rotationshohlräumen zu suchen. Die Resultate eines solchen Versuches bilden das Thema der folgenden Abhandlung; derselbe wurde in erster Linie zu dem Zwecke unternommen, Methoden zur Bestimmung der Meridianlinien von Saugröhren für Turbinen zu finden.

Es wird hiebei an die Erörterungen angeschlossen, die Grashof in seiner theoretischen Maschinenlehre (I. Band Seite 386 u. ff.) hinsichtlich der Fundamentalgleichungen für inkompressible und reibungslose Flüssigkeiten gegeben hat.

I. Die transformierten Fundamentalgleichungen.

Die beabsichtigte Transformation könnte auf analytischem Wege erfolgen, indem man unter Belassung der Z Achse als Hauptachse, die Koordinaten x und y und deren Ableitungen durch Einführung der Polarkoordinaten r und φ ersetzen würde.

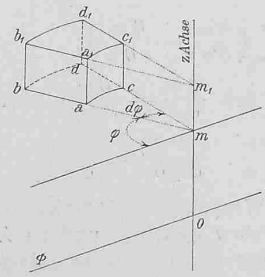

Abbildung 1.

Es erscheint jedoch einfacher, die Gleichungen direkt abzuleiten.

Es sei in Abb. 1 im Ringstück $a\,b\,c\,d\;a_1\,b_1\,c_1\,d_1$ ein Volumelement dargestellt, dessen Eckpunkt a die zylindrischen Koordinaten: $\overline{Om} = z$; $ma = r$ und φ habe; die Seitenlängen des Volumelementes seien:

$$\overline{ab} = \overline{a_1 b_1} = \overline{cd} = \overline{c_1 d_1} = dr$$
$$\widehat{ac} = \widehat{a_1 c_1} = \qquad = r\,d\varphi$$
$$\widehat{bd} = \widehat{b_1 d_1} = \qquad = (r + dr)\,d\varphi$$
$$\overline{aa_1} = \overline{bb_1} = \overline{cc_1} = \overline{dd_1} = \overline{mm_1} = dz.$$

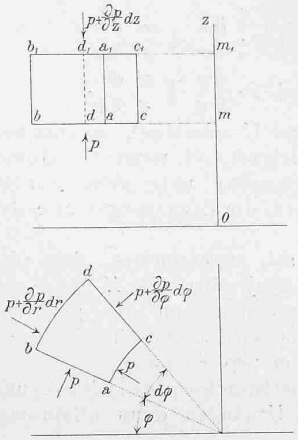

Abb. 2 und 3.

Auf Ebenen senkrecht zur Z Achse projiziert sich das Volumelement hiemit nach Abb. 3; einen Aufriss gibt Abb. 2.

Die Masse Flüssigkeit, welche das Volumelement ausfüllt, ist bestimmt durch

$$dM = \frac{\gamma}{g}\,r\,d\varphi \cdot dr \cdot dz,$$

wobei γ das Gewicht der Volumeinheit der Flüssigkeit, g die Beschleunigung der Schwere bedeuten.

Die pro Masseneinheit wirksamen Massenkräfte seien bezeichnet mit R in der Richtung r, radial nach auswärts positiv; Z in der Richtung der Z Achse, positiv im Sinne der Abbildungen 1 und 2; U senkrecht zu R und Z und positiv im Sinne der Drehung des Uhrzeigers. Die Geschwindigkeitskomponenten seien bezeichnet

mit v in radialer (R) Richtung
„ w „ achsialer (Z) „
„ u „ tangentialer (U) „

} positiv im selben Sinne wie die Kraftkomponenten;

p bezeichnet die Pressung an den Seitenflächen $abcd$, aba_1b_1, aca_1c_1.

Setzt man die Summe der Kraftkomponenten nach jeder der drei Richtungen gleich der Masse des Elementes multipliziert mit der betreffenden Beschleunigungskomponente, so erhält man

A) für die Z Richtung:

$$\frac{\gamma}{g}\,r\,d\varphi\,dr\,dz \cdot Z + \left[p - \left(p + \frac{\partial p}{\partial z}\,dz\right)\right] r\,d\varphi \cdot dr = \frac{\gamma}{g}\,r\,d\varphi \cdot dr \cdot dz \cdot \frac{dw}{dt}$$

$$Z - \frac{g}{\gamma}\,\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{dw}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I}$$

B) für die R Richtung:

$$\frac{\gamma}{g}\,r\,d\varphi\,dr\,dz \cdot R + \left[p \cdot r \cdot d\varphi \cdot dr - \left(p + \frac{\partial p}{\partial r}\,dr\right)(r + dr)\,d\varphi\right] + p\,dr\,dz\,d\varphi = \frac{\gamma}{g}\left[\frac{dv}{dt} - \frac{u^2}{r}\right]$$

$$R - \frac{g}{\gamma}\,\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{dv}{dt} - \frac{u^2}{r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{II}$$

Das Glied $p\,dr\,dz\,d\varphi$ rührt von den Pressungen auf die Seitenflächen $a\,b\,a_1\,b_1$ und $c\,d\,c_1\,d_1$ her, die unter dem Winkel $d\varphi$ wirkend, unter Vernachlässigung unendlich kleiner Grössen höherer Ordnung, in der r Richtung eine Kraft von der angegebenen Grösse ergeben.

Das Glied $-\frac{u^2}{r}$ entspricht der Zentripetalbeschleunigung des Massenelementes.

C) für die U Richtung:

$$\frac{\gamma}{g}\,r\,d\varphi\,dr\,dz \cdot U + \left[p - \left(p + \frac{\partial p}{\partial \varphi}\,d\varphi\right)\right] dr\,dz = \frac{\gamma}{g}\,(r\,d\varphi\,dr\,dz) \cdot \left(\frac{du}{dt} + \frac{uv}{r}\right)$$

$$U - \frac{g}{\gamma}\,\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial p}{\partial \varphi} = \frac{du}{dt} + \frac{uv}{r} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{III}$$

Das Glied $\frac{uv}{r}$ entspricht dem Beschleunigungszuschuss in der U Richtung, der durch die Bogenkoordinate bedingt

ist, wie sich dies aus den Bewegungsgleichungen für Polarkoordinaten ergibt.

Die Geschwindigkeiten w, v, u sind im allgemeinen Funktionen der Zeit und der Koordinaten z, r und φ und es wird daher

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dt} + \frac{\partial w}{\partial r} \cdot \frac{dr}{dt} + \frac{\partial w}{\partial \varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt}$$

und da $\frac{dz}{dt} = w$, $\frac{dr}{dt} = v$, $\frac{d\varphi}{dt} = \frac{u}{r}$

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\partial w}{\partial t} + w \cdot \frac{\partial w}{\partial z} + v \cdot \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial w}{\partial \varphi}$$

und ebenso

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + w \cdot \frac{\partial v}{\partial z} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi}$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi}$$

Was die Grössen Z, R und U anbelangt, so kommen als äussere Kraft nur die Schwerkraft und, wenn die Räume, für welche die Flüssigkeitsbewegung untersucht werden soll, selbst eine Bewegung haben, die Ergänzungskräfte der Relativbewegung in Betracht.

Der Einfachheit halber sei angenommen, dass die Richtung der Schwerkraft mit derjenigen der Z Achse zusammenfällt und im entgegengesetzten Sinn der positiven Richtung dieser Achse wirkt; es wird demnach

$$Z = -g; \; g = 9{,}81 \; m \text{ pro Sekunde,}$$

wenn die Z Achse zugleich Rotationsachse der in Bewegung befindlichen Räume ist; R und U hängen dann allein von der Relativbewegung ab.

Die auf die Masseneinheit bezogene erste Ergänzungskraft, d. i. die der Beschleunigung des mit dem betrachteten Flüssigkeitselement zusammenfallenden Systemelementes entsprechende Kraft ist $= r\,\omega^2$, wenn ω die Winkelgeschwindigkeit des rotierenden Systems bedeutet und konstant angenommen wird; sie fällt hiebei total in die Richtung des zum Flüssigkeitselemente gehörigen Radius und wirkt zentrifugal.

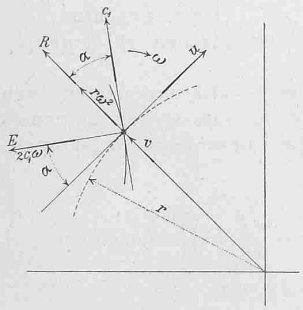

Abbildung 4.

Die zweite Ergänzungskraft hat pro Masseneinheit den Wert $2\,c_1\,\omega$, wobei $c_1 = \sqrt{u^2 + v^2}$ die Projektion der totalen Geschwindigkeit des Flüssigkeitselementes auf eine Ebene senkrecht zur Z (Rotations) Achse bedeutet; sie ist bei den angedeuteten Bewegungsrichtungen als in der Richtung E (entsprechend einer Drehung der Richtung von c_1 um 90^0 im entgegengesetzten Sinn von ω) wirkend anzunehmen und ergibt in die Richtung R eine Komponente

$$+ 2\,c_1\,\omega \cdot \sin\alpha = \left| : \sin\alpha = \frac{u}{c_1} : \right| = 2\,u\,\omega$$

in die U Richtung

$$- 2\,c_1\,\omega \cdot \cos\alpha = \left| : \cos\alpha = \frac{v}{c_1} : \right| = - 2\,v\,\omega$$

Es werden somit

$$R = r\,\omega^2 + 2\,u\,\omega$$

$$U = - 2\,v\,\omega$$

Die Kontinuitätsgleichung ergibt sich bei Annahme der Unzusammendrückbarkeit der Flüssigkeit aus:

$$\left[w - \left(w + \frac{\partial w}{\partial z} dz\right)\right] r \cdot d\varphi \cdot dr + \left[v \cdot r\,d\varphi \cdot dz - \left(v + \frac{\partial v}{\partial r} dr\right)(r + dr) \cdot d\varphi \cdot dz\right] + \left[u - \left(u + \frac{\partial u}{\partial \varphi} d\varphi\right)\right] dr \cdot dz = 0$$

durch Vernachlässigung des unendlich kleinen Gliedes höherer Ordnung $\frac{\partial v}{\partial r}\, dr \cdot dr \cdot d\varphi \cdot dz$, sowie durch Division mit $- r \cdot d\varphi \cdot dr \cdot dz$

$$\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi} = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{IV}$$

Unter Berücksichtigung der für $\frac{dw}{dt}$, $\frac{dv}{dt}$, $\frac{du}{dt}$, Z, R und U gefundenen Werte ergeben sich die Schlussformen der Fundamentalgleichungen folgendermassen:

$$-g - \frac{g}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial t} + w \cdot \frac{\partial w}{\partial z} + v \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial w}{\partial \varphi} \quad . \; . \quad \text{(A}$$

$$+ r\,\omega^2 + 2\,u\,\omega + \frac{u^2}{r} - \frac{g}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial v}{\partial t} + w \cdot \frac{\partial v}{\partial z} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi} \quad . \; . \; . \quad \text{(B}$$

$$- 2\,v\,\omega - \frac{u\,v}{r} - \frac{g}{\gamma} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} = \frac{\partial u}{\partial t} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \quad . \; . \; . \; . \quad \text{(C}$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi} = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(D}$$

Im folgenden werden im allgemeinen Bewegungen bei Beharrungszustand in Betracht gezogen werden; ist derselbe ein vollkommener, so werden die partiellen Ableitungen nach der Zeit = Null; w, v und u sowie p sind dann nur abhängig von den Koordinaten. Der Beharrungszustand kann aber auch ein periodischer sein, wie dies z. B. bei Turbinen und Zentrifugalpumpen der Fall ist, dann werden diese Grössen auch periodische Funktionen der Zeit.

Bestehen für die Grössen w, v und u die Beziehungen:

$$w = \frac{\partial F}{\partial z}; \; v = \frac{\partial F}{\partial r}; \; u = \frac{\partial F}{r\,\partial \varphi},$$

wobei F eine Funktion von z, r und φ ist, so bedeutet dies die Existenz eines Geschwindigkeitspotentials; die Flüssigkeitsbewegung ist hiebei wirbelfrei, wie sich aus folgender Untersuchung ergibt:

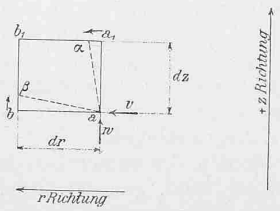

Abbildung 5.

Der Eckpunkt b hat in der Z Richtung die Geschwindigkeit:

$$w_1 = w + \frac{\partial w}{\partial r} dr.$$

$w_1 - w = \frac{\partial w}{\partial r} dr$ ist daher die Relativgeschwindigkeit, mit der sich b nach β bewegt und es wird in der Zeit dt der Weg

$$\overline{b\beta} = \frac{\partial w}{\partial r} dr\,dt \text{ durchlaufen.}$$

$\frac{w_1 - w}{dr} = \frac{\partial w}{\partial r}$ ist daher die Winkelgeschwindigkeit von b gegen a um eine Achse, die durch a geht und senkrecht auf die Fläche $a\,b\,a_1\,b_1$ steht: ebenso ist

$\frac{\partial v}{\partial z}$ die Winkelgeschwindigkeit von a_1 gegen a um dieselbe Achse; mit Rücksicht auf die durch die kleinen Pfeile angedeuteten Richtungen ergibt sich für die mittlere Winkelgeschwindigkeit der Endpunkte des Elementes um die angegebene durch a gehende Achse

$$\lambda = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial r} - \frac{\partial v}{\partial z}\right).$$

λ wird daher Null, wenn

$$\frac{\partial w}{\partial r} = \frac{\partial v}{\partial z} \text{ also } \frac{\partial^2 F}{\partial z\,\partial r} = \frac{\partial^2 F}{\partial r\,\partial z} \text{ ist.}$$

In gleicher Weise lässt sich für die Seitenfläche $a\,a_1\,c\,c_1$ des Elementes mit den Seitenlängen $\overline{a\,a_1} = dz$ und $\overline{a\,c} = r\,d\varphi$ die mittlere Winkelgeschwindigkeit um den durch a gehenden Radius bestimmen mit

$$\mu = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{r\,\partial \varphi}\right);$$

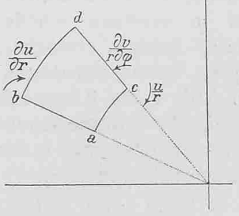

Abbildung 6.

μ wird Null mit $\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{r\,\partial \varphi}$ oder

$$\frac{\partial r\,u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial \varphi}; \quad \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi\,\partial z} = \frac{\partial^2 F}{\partial z\,\partial \varphi}$$

Für die Winkelgeschwindigkeiten um eine durch a gehende und zu Z parallele Achse ist zu bemerken, dass die Winkelgeschwindigkeit von b

gegen a gleich $\frac{\partial u}{\partial r}$; jene von c gegen a jedoch $\frac{\partial v}{r \partial \varphi} - \frac{u}{r}$ in dem durch die kleinen Pfeile angegebenen Sinn ist. (Abbildung 6)

Es wird somit die mittlere Winkelgeschwindigkeit der Punkte des Elementes um die bezeichnete Achse

$$\nu = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{r \partial \varphi} - \frac{u}{r} - \frac{\partial u}{\partial r}\right) = \frac{1}{2r}\left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{\partial r u}{\partial r}\right);$$

ν wird Null mit $\frac{\partial v}{\partial \varphi} = \frac{\partial r u}{\partial r}$ oder

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r \partial \varphi} = \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi \partial r}$$

Flüssigkeitsbewegungen ohne Rotationsgeschwindigkeit d. h. bei welchen $\lambda = 0$, $\mu = 0$ und $\nu = 0$ sind, werden nach den Definitionen von Helmholtz als wirbelfrei bezeichnet. Solche Bewegungen treten bekanntlich bei Existenz eines Geschwindigkeitspotentials ein; es ist hiemit die Funktion F als solches zu bezeichnen.

Ersetzt man in Gleichung D die Geschwindigkeiten durch $\frac{\partial F}{\partial z}$, $\frac{\partial F}{\partial r}$ und $\frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial \varphi}$ so erhält dieselbe die Form

$$\frac{\partial^2 F}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 F}{r^2 \partial \varphi^2} = 0;$$

die Bestimmung der Funktionen F, welche dieser Differentialgleichung entsprechen, bildet eine Grundaufgabe für die in Frage stehenden Probleme.

Es sollen nun diese allgemeinen Theorien für einfache Fälle spezialisiert und deren Bedeutung an denselben erläutert werden. (Forts. folgt.)

Die Vesuvbahn.

Von *E. Strub*, Ingenieur in Zürich.

III.

Fahrzeuge. Auf den Adhäsionsstrecken verkehren einzelne Automobil-Personenwagen für 30 Reisende. Die Wagen werden auf der Zahnstangenstrecke durch eine eigene **Zahnradlokomotive** (Abb. 15, S. 210) bewegt. Um nötigenfalls die Zugfolge bis zu 35 Minuten erhöhen zu können, sind Kreuzungen an den Stationen Observatorium und Zentrale, also an den Enden der Zahnstangenstrecke erforderlich und es sind zur Ausführung eines solchen Fahrplanes nur drei Automobilwagen und eine Zahnradlokomotive notwendig. Auf der Linie können sich gleichzeitig höchstens zwei bergwärts fahrende Wagen auf den Adhäsionsstrecken und ein talwärts fahrender auf der Zahnstrecke befinden, oder dann zwei talwärtsfahrende Züge auf den Adhäsionsstrecken und ein bergwärts fahrender auf der Zahnstrecke. Der auf der Zahnstrecke talwärts fahrende Zug beansprucht ausser zum Anfahren keine Energie aus der Zentrale; er bewirkt sogar eine Entlastung derselben, indem die bei der Talfahrt frei werdende elektrische Energie direkt für den bergwärts fahrenden Zug nützlich verwendet wird.

Nach den bereits erwähnten Zahlen der Vesuvfrequenz werden in den ersten Betriebsjahren für 1. Juni bis 1. September und 1. Dezember bis 1. März drei Züge täglich nach jeder Richtung genügen, wozu nebst der Lokomotive für die Zahntrecke nur ein Automobilwagen notwendig sein wird. Es sind vorläufig drei Automobilwagen und zwei Lokomotiven geliefert worden, erstere von der schweiz. Wagonfabrik in Schlieren, letztere von der schweiz. Lokomotivfabrik in Winterthur; die elektrische Ausrüstung lieferten für sämtliche Fahrzeuge die Werkstätten von Brown, Boveri & Cie. in Baden.

Die **Personen-Automobilwagen** (Abb. 16, S. 211) von 8400 *kg* Wagengewicht sind zweiachsig mit 2,1 *m* Radstand und drei Abteilen zu je 8 Sitzplätzen. Die Abteile haben Seiteneingang und die Sitze erhielten mit Rücksicht auf die einseitige Steigung des Längenprofils ein entsprechend geneigtes Profil. Auf den Plattformen ist Platz für 6 Personen.

Die Wagenuntergestelle haben gepresste Längsträger, welche unter Zwischenschaltung von Spiralfedern auf den Achsbüchsen ruhen. Der Wagenkasten ist auf ein besonderes Zwischengestell gesetzt, das mittels Spiral- und Blattfedern mit dem Untergestell verbunden ist. Die Seitenwände aus Ulmenholz sind auf halbe Höhe geführt und die bis zum Dach verbleibenden Oeffnungen können durch wasserdichte und gut schliessende Vorhänge gegen Wind und Regen geschützt werden. Die Puffer der im ganzen 2,5 *m* breiten Wagen wurden als Holzpuffer mit Eisenbeschlag ausgeführt, wie sie sich für Stosswagen bewährt haben. Einer der Endabteile hat aufklappbare Sitze, damit derselbe zum Gepäcktransport verwendet werden kann; die Seitenwände dieses Abteiles sind hiefür derart angeordnet, dass sie in der ganzen Abteilbreite geöffnet werden können, um die Einladung auch grösserer Gepäck- und Warenstücke zu ermöglichen.

Für die Adhäsionsstrecken von 8% erforderte die Wahl und Ausbildung der Bremsen besondere Sorgfalt. Es erhielten die Wagen folgende zwei, von einander unabhängige Brems-Ausrüstungen:

1. Eine achtklötzige, kräftige *Spindelbremse*, die von beiden Plattformen aus bedient werden kann. Um bei ungünstigem Schienenzustand ein Gleiten der Räder zu verhindern, sind vier Sandstreuapparate bester Konstruktion angebracht, wovon je zwei von einer Plattform aus bedient werden können.

2. Eine *elektrische Kurzschlussbremse* in Verbindung *mit einer elektromagnetischen Schienenbremse.* Am Kontroller befinden sich 7 Bremskontakte. Steht der Kontrollerhebel auf Kontakt 1, so werden die Motoren von der Kontaktleitung und von Erde abgeschaltet. Sie erzeugen infolge der ihnen durch den abwärts gehenden Wagen erteilten Geschwindigkeit Strom, welcher durch den Anlasswiderstand und gleichzeitig durch die Spuhlen der elektromagnetischen Schienenbremse geleitet wird. Dadurch werden zwei Wirkungen erzielt: einerseits werden die Motoren belastet und mithin abgebremst, anderseits wird die elektromagnetische Schienenbremse erregt; sie saugt sich an die Schienen an und ruft so ebenfalls eine Bremswirkung hervor. Auf den Kontakten 2, 3 und 4 bleibt die Schaltung die gleiche, es wird aber immer mehr Widerstand ausgeschaltet und dadurch die Bremswirkung der Motoren, sowie die ansaugende Kraft der elektromagnetischen Schienenbremse immer mehr vergrössert. In der Stellung 4 sind die Motoren nahezu kurz geschlossen. Sie erzeugen je nach der Geschwindigkeit einen starken Strom, der einerseits ein bremsendes Drehmoment in den Motoren erzeugt, anderseits die elektromagnetische Bremse sehr stark erregt. Die Kontakte 5 und 6 sind Leerstellungen. Auf Kontakt 7 erhalten die elektromagnetischen Bremsen Strom aus der Arbeitsleitung. Die Bremse kann sonach auch bei allfälligen Motordefekten betätigt werden. Da es unnütz wäre, stets mit der elektromagnetischen Schienenbremse zu fahren, so wird ein besonderer Umschalter angebracht, der erlaubt, an Stelle der elektromagnetischen Schienenbremse einen indifferenten Widerstand einzuschalten. Es kann also die bequeme Kurzschlussbremse benutzt werden, ohne dass die Schienenbremse gleichzeitig betätigt werden muss.

Mit dem für die Spindelbremse berechneten Bremsdruck wird eine Bremskraft am Radumfang von $6464 \times 0{,}2 = 1290$ *kg* ausgeübt. Diese Kraft muss ausreichen, um den vollbelasteten Wagen von 10 500 *kg* auf dem Höchstgefälle von 8% in gleichförmiger Bewegung zu erhalten mit einer Geschwindigkeit von 11,3 *km*/Std. und um die lebendige Kraft des mit dieser Geschwindigkeit fahrenden Wagens zu zerstören und denselben anzuhalten. Erstere Forderung entspricht einer Zugkraft von $10{,}5\,(80-12) = 710$ *kg*, mithin bleiben $1290 - 710 = 580$ *kg* zur Zerstörung der lebendigen Kraft. Diese ist gleich $\frac{10\,500 \cdot 3{,}15^2}{9{,}81 \cdot 2} = 5300$ *kg*. Bei der noch verfügbaren Kraft wird der Wagen in nicht schleifendem Zustande einen Bremsweg zurücklegen von $\frac{5300}{580} = 9$ *m*.