

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 29/30 (1897)
Heft: 9

Artikel: Der Uebergang der Wärme zwischen dem Dampf und den Wandungen der Dampcyylinder
Autor: Fliegner, A.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-82444>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 09.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Der Uebergang der Wärme zwischen dem Dampf und den Wandungen der Dampfzylinder. I. — Das neue Vereinshaus der «Société des ingénieurs civils de France» in Paris. — Berechnungen der

Monier-Träger (System Hennebique). — Miscellanea: Gemischter Betrieb der elektr. Strassenbahnen in Berlin. — Konkurrenzen: Kornhauskeller in Bern. — Vereinsnachrichten: Zürcher Ing.- und Arch.-Verein. Stellenvermittlung.

Der Uebergang der Wärme zwischen dem Dampf und den Wandungen der Dampfzylinder.

Von Prof. A. Fliegner.

I.

Der Wärmeaustausch zwischen Dampf und Cylinderwandungen ist zuerst von *Grashof* in der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, 1884, Seite 293, analytisch untersucht worden, aber nur für einen besonders einfachen Fall. Ausführlicher und allgemeiner findet sich die Frage von *Kirsch* in einem besonderen Buche behandelt, das unter dem Titel „Die Bewegung der Wärme in den Cylinderwandungen der Dampfmaschine“ 1886 bei *Arthur Felix* in *Leipzig* erschienen ist. Eine spätere Veröffentlichung desselben Verfassers in der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, 1891, Seite 957, bringt verbesserte analytische Methoden zur Berechnung der übergegangenen Wärmemengen.

In allen diesen Untersuchungen wird von der Temperatur der innersten Schicht der Wandungen ausgegangen und diese je gleich der augenblicklichen Temperatur des Dampfes oder des Wasserbelages der Wandungen gesetzt. Diese Annahme wird allerdings nur als vereinfachende Annäherung anerkannt und ihr Einfluss auf die Ergebnisse besprochen, aber ohne weitere Rechnungen in dieser Richtung anzustellen.

In den folgenden Entwicklungen soll nun versucht werden, die Temperatur der Innenschicht der Wandung in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur des Dampfes analytisch und numerisch zu berechnen, das letzte allerdings nur unter angenäherter Schätzung der in den Gleichungen auftretenden, noch nicht bestimmten Konstanten. Dazu ist es zunächst nötig, den bekannten Ausdruck für die Aenderung der Temperatur an einer beliebigen Stelle der Wanddicke kurz zu entwickeln.

Es sei in Fig. 1 aus einer ebenen Wand ein Stück vom Querschnitte von einem Quadratmeter herausgeschnitten gedacht. Im Abstände x^{mm} von der Innenseite herrsche zur Zeit t die Temperatur T und das Temperaturgefälle $-\partial T/\partial x$, negativ, weil die Wärmebewegung von innen nach aussen als positiv eingeführt werden soll, wozu die Temperatur im gleichen Sinne abnehmen muss. Durch den Querschnitt im Abstände x von der Innenseite strömt dann in der unendlich kurzen Zeit dt eine Wärmemenge dQ' , die man bei diesen Untersuchungen allgemein dem Temperaturgefälle proportional setzt. Ist noch λ der durch Versuche zu bestimmende Wärmeleitungskoeffizient der Wandung, so wird:

$$dQ' = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} dt. \quad (1)$$

Bis zu dem um dx weiter aussen liegenden Querschnitte hat sich das Temperaturgefälle von $-\partial T/\partial x$ auf $-\partial T/\partial x + (\partial^2 T/\partial x^2) dx$ geändert. Daher wird die dort in dt nach aussen abströmende Wärmemenge:

$$dQ'' = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx \right) dt. \quad (2)$$

In der unendlich dünnen Schicht dx bleibt daher die Wärmemenge $dQ = dQ' - dQ''$ zurück, oder mit (1) und (2):

$$dQ = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx dt. \quad (3)$$

Der Querschnitt der Schicht war der Einheit gleich gesetzt worden, daher ist ihr Volumen dx und, wenn γ das spezifische Gewicht des Materials bezeichnet, ihr Gewicht γdx . Sie erwärmt sich durch dQ in dt um

$$(\partial T/\partial t) dt.$$

Daher ist mit der spezifischen Wärme c des Materials auch:

$$dQ = c\gamma dx \frac{\partial T}{\partial t} dt. \quad (4)$$

Setzt man die beiden Werte für dQ aus (4) und (3) einander gleich, so hebt sich das Produkt $dx dt$ weg, und es bleibt:

$$c\gamma \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \quad (5)$$

Die weiteren Formeln schreiben sich bequemer, wenn man mit *Kirsch* statt t und x andere Veränderliche einführt. Gleichförmige Drehung der Welle vorausgesetzt hängen ihr Drehwinkel φ und ihre Winkelgeschwindigkeit ω so mit der Zeit zusammen, dass

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \text{const.} \quad (6)$$

ist. Damit schreibt sich der partielle Differentialquotient:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial \varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{\partial T}{\partial \varphi}. \quad (7)$$

Führt man ferner statt x eine Grösse

$$\xi \equiv x \sqrt{\frac{\omega c\gamma}{2\lambda}} \quad (8)$$

ein, so wird $\partial T/\partial x = (\partial T/\partial \xi) (d\xi/dx)$ und

$$\partial^2 T/\partial x^2 = (\partial^2 T/\partial \xi^2) (d\xi/dx)^2.$$

Der Quotient $d\xi/dx$ ist gleich der Wurzel in (8), daher folgt:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \sqrt{\frac{\omega c\gamma}{2\lambda}} \frac{\partial T}{\partial \xi} \quad \text{und} \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\omega c\gamma}{2\lambda} \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2}. \quad (9)$$

(7) und (9) in (5) eingesetzt giebt

$$c\gamma\omega \left(\frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) = \lambda \left(\frac{\omega c\gamma}{2\lambda} \right) \left(\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} \right),$$

und daraus folgt als Differentialgleichung zur Berechnung von $T = f(\xi, \varphi)$:

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2}. \quad (10)$$

Da sich die Temperatur T im Beharrungszustande der Dampfmaschine mit der Zeit oder dem Drehwinkel der Kurbel *periodisch* ändern muss, so wird diese Differentialgleichung befriedigt durch eine *Fourier'sche* Reihe von der Gestalt:

$$T = a + b\xi + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\xi\sqrt{n}} \left[a_n \cos(n\varphi - \xi\sqrt{n}) + b_n \sin(n\varphi - \xi\sqrt{n}) \right], \quad (11)$$

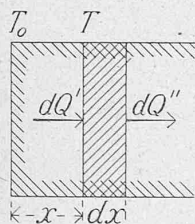
worin n alle ganzen Zahlen von 1 bis ∞ bedeutet. Das ist die von *Kirsch* und im wesentlichen auch von *Grashof* benutzte Lösung.

Der weiterhin nötige erste partielle Differentialquotient von T nach ξ wird, wenn die selbstverständlichen Grenzen für n bei der Summation weggelassen werden:

$$\frac{\partial T}{\partial \xi} = b - \sum \sqrt{n} e^{-\xi\sqrt{n}} \left[(a_n + b_n) \cos(n\varphi - \xi\sqrt{n}) + (b_n - a_n) \sin(n\varphi - \xi\sqrt{n}) \right]. \quad (12)$$

Alle bisher entwickelten Gleichungen gelten für die ganze Dicke der Wand mit Einschluss der *inneren Schicht*, nur muss man voraussetzen, dass durch eine geeignete Anordnung an der Innenfläche der Wand wirklich diejenige Wärmemenge, $\equiv dQ'$, zugeführt wird, die mit dem Differentialquotienten $\partial T/\partial x$ für diese Stelle nach (1) zusammenhängt. Für die innerste unendlich dünne Schicht ist $x = 0$

Fig. 1.



einzuführen, also nach (8) auch $\xi = 0$. Dann folgt zunächst aus (11) und (12), wenn man die Werte an der Innenfläche mit T_o und $\partial T_o / \partial \xi$ bezeichnet:

$$\left. \begin{aligned} T_o &= a + \sum [a_n \cos n\varphi + b_n \sin n\varphi], \\ \frac{\partial T_o}{\partial \xi} &= b - \sum [\sqrt{n} (a_n + b_n) \cos n\varphi + \sqrt{n} (b_n - a_n) \sin n\varphi]. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Die Zuführung der Wärmemenge dQ'_o an der Innenseite der Wandung wird in Wirklichkeit dadurch erreicht, dass der Dampf im Cylinder eine Temperatur T_d besitzt, die um einen endlichen Betrag grösser ist, als die Temperatur T_o der Wand an der Innenfläche. Bei Wärmeentziehung ist sie umgekehrt endlich kleiner. Da die Wärmeleitung im Inneren der Wanddicke der ersten Potenz des Temperaturgefälles proportional eingeführt wurde, so wird man auch den Wärmeübergang zwischen Dampf und Wandung der ersten Potenz der Temperaturdifferenz $T_d - T_o$ proportional setzen dürfen. Mit einem Wärmeübergangskoeffizienten α , gewöhnlich *äusserer Leitungskoeffizient* genannt, und nach (1) wird dann:

$$dQ'_o = \alpha (T_d - T_o) dt = -\lambda \frac{\partial T_o}{\partial x} dt. \quad (14)$$

In den beiden letzten Ausdrücken fällt dt weg. Setzt man noch den Quotienten $\partial T_o / \partial x$ nach der ersten der beiden Gleichungen (9) ein, so folgt:

$$\alpha (T_d - T_o) = -\lambda \sqrt{\frac{\omega c \gamma}{2\lambda}} \frac{\partial T_o}{\partial \xi} = -\sqrt{\frac{1}{2} \lambda \omega c \gamma} \frac{\partial T_o}{\partial \xi}.$$

Dividiert man hier mit α weg und führt die kürzere Bezeichnung:

$$\frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{1}{2} \lambda \omega c \gamma} \equiv \mu \quad (15)$$

ein, so erhält man zur Berechnung von T_o die weitere Gleichung:

$$T_d - T_o + \mu \frac{\partial T_o}{\partial \xi} = 0. \quad (16)$$

Bei den Anwendungen ist die Dampftemperatur als gegeben anzusehen. Da sie sich im Beharrungszustande auch periodisch ändert, so geht sie gleichfalls durch eine *Fourier'sche Reihe* von der Gestalt

$$T_d = A + \sum [A_n \cos n\varphi + B_n \sin n\varphi] \quad (17)$$

darzustellen, worin A , A_n und B_n aus dem gegebenen Verlaufe der Dampftemperatur zu bestimmen sind. Die Koeffizienten a , b , a_n , b_n in den Reihen (13) für T_o und $\partial T_o / \partial \xi$ sind dagegen unbekannt. Setzt man nun (17) und (13) in (16) ein, so erhält man zu ihrer Berechnung die Bedingungs-

$$\begin{aligned} A + \sum [A_n \cos n\varphi + B_n \sin n\varphi] - a - \sum [a_n \cos n\varphi + \\ + b_n \sin n\varphi] + \mu \sum [\sqrt{n} (a_n + b_n) \cos n\varphi + \\ + \sqrt{n} (b_n - a_n) \sin n\varphi] = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Die weitere Behandlung dieser Gleichung hängt wesentlich davon ab, ob μ oder α als konstant angesehen werden dürfen, oder ob beide Grössen als veränderlich eingeführt werden müssen.

Wenn der Dampf während seines ganzen Aufenthaltes im Cylinder *ununterbrochen* im gesättigten oder *ununterbrochen* im überhitzten Zustande bleibt, so wird man α und μ unbedingt *konstant* annehmen dürfen. Dann geht (18) unmittelbar zur Berechnung der unbekannten Koeffizienten auszunutzen. Diese Gleichung wird nämlich nur dann für alle beliebigen Werte von φ identisch erfüllt sein, wenn die konstanten Glieder und die Faktoren der $\cos$ und $\sin$ je für sich verschwinden, wenn also ist:

$$A - a + \mu b = 0, \quad (19)$$

$$A_n - a_n - \mu \sqrt{n} (a_n + b_n) = 0, \quad (20)$$

$$B_n - b_n - \mu \sqrt{n} (b_n - a_n) = 0. \quad (21)$$

Zu diesen drei Gleichungen tritt noch eine vierte. Aus (11) folgt, dass der Mittelwert T_m der Temperatur an irgend

einer Stelle der Wanddicke $a + b\xi$ ist, oder, wenn ξ nach (8) durch x ausgedrückt wird:

$$T_m = a + bx \sqrt{\frac{\omega c \gamma}{2\lambda}}. \quad (22)$$

An der *Aussenfläche* der Wand, für $x = \delta$, ist die Temperatur T_a zunächst als *konstant* und bekannt anzusehen. Die verschiedenen Teile der Wandungen besitzen aber im allgemeinen verschiedene Werte von T_a , die davon abhängen, ob und wie die Teile ummantelt sind. Nur der Kolben würde anders zu behandeln sein, worauf später noch kurz eingegangen werden soll. Die Rechnung müsste also eigentlich für die einzelnen Teile der Wandungen getrennt durchgeführt werden, ähnlich, wie auch die Koeffizienten der *Fourier'schen Reihe* für die Dampftemperatur T_d nicht für die ganze Cylinderoberfläche gleich gross sind. Setzt man $T_m = T_a$ und $x = \delta$ in (22) ein und berücksichtigt (15), so wird an der Aussenfläche:

$$T_a = a + \frac{\alpha \delta}{\lambda} b. \quad (23)$$

Die Gleichungen (19) bis (21) und (23) gestatten nun die Berechnung der Koeffizienten der *Fourier'schen Reihe* für die Temperatur T_o an der Innenfläche der Wandungen. Es findet sich:

$$a = \frac{\alpha \delta A + \lambda T_a}{\alpha \delta + \lambda}, \quad (24)$$

$$b = \frac{\lambda}{\mu} \frac{T_a - A}{\alpha \delta + \lambda}, \quad (25)$$

$$a_n = \frac{(1 + \mu \sqrt{n}) A_n - \mu \sqrt{n} B_n}{(1 + \mu \sqrt{n})^2 + \mu^2 n}, \quad (26)$$

$$b_n = \frac{(1 + \mu \sqrt{n}) B_n + \mu \sqrt{n} A_n}{(1 + \mu \sqrt{n})^2 + \mu^2 n}. \quad (27)$$

Aus diesen Gleichungen folgt, dass die Koeffizienten der Reihe für T_o *verschieden* sind von denen der Reihe für T_d , dass also im allgemeinen $T_o \neq T_d$ sein muss. Ununterbrochene Gleichheit könnte nur eintreten für $\mu = 0$ und $\alpha = \infty$. Wie sich dabei die *mittlere Temperatur* an der Innenfläche der Wandung, a , gegenüber der mittleren Dampftemperatur, A , stellt, hängt von der Grösse von T_a gegenüber A ab, und zwar wird für

$$T_a \leq A: b \leq 0 \text{ und } a \leq A.$$

Die *Schwankungen* beider Temperaturen lassen sich dagegen allgemein vergleichen. Die *Grösse der Schwankungen* ist proportional mit dem absoluten Werte von:

$$\sqrt{a_n^2 + b_n^2} \text{ und } \sqrt{A_n^2 + B_n^2}.$$

Nun folgt für das Verhältnis dieser beiden Wurzeln aus (26) und (27):

$$\sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \sqrt{\frac{A_n^2 + B_n^2}{(1 + \mu \sqrt{n})^2 + \mu^2 n}}, \quad (28)$$

und da μ und n wesentlich positive Grössen sind, so muss stets

$$\sqrt{a_n^2 + b_n^2} < \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \quad (29)$$

bleiben. Die Temperatur der Innenfläche der Wand schwankt also weniger, als die Temperatur des Dampfes und zwar um so weniger, je grösser μ und je kleiner α ist; ebenso werden die Wellen mit wachsendem Werte von n verhältnismässig immer kleiner.

Der *eminente Wert der Schwankung* tritt bei einem Winkel $n\varphi$ auf, dessen trigonometrische Tangente b_n/a_n oder B_n/A_n ist. Für das Verhältnis dieser beiden Tangenten folgt aus der Division von (27) durch (26) nach leichter Umformung:

$$\frac{b_n}{a_n} = \frac{(1 + \mu \sqrt{n}) A_n B_n + \mu \sqrt{n} A_n^2}{(1 + \mu \sqrt{n}) A_n B_n - \mu \sqrt{n} B_n^2} \cdot \frac{B_n}{A_n}. \quad (30)$$

Es ist also stets $\frac{b_n}{a_n} > \frac{B_n}{A_n}$, (31)

d. h. die Schwankungen der Temperatur an der Innenfläche der Wand treten später auf, als die Schwankungen der Dampftemperatur. Der Unterschied wächst auch gleichzeitig mit μ und mit n .

Die *Wärmemenge*, welche in dt vom Dampfe an die Wand übergeht, berechnet sich nach (14), wenn man T_d nach (17), T_o nach (13) und dt nach (6) einführt, zu:

$$dQ_o' \equiv w_o d\varphi = \frac{z}{\omega} \left\{ A - a + \sum \left[(A_n - a_n) \cos n\varphi + (B_n - b_n) \sin n\varphi \right] \right\} d\varphi. \quad (32)$$

Hierin bedeutet dann w_o die Ordinate einer Wärmekurve $w_o = f(\varphi)$, deren Fläche zwischen irgend zwei Grenzordinaten, als Arbeit gemessen gedacht, der dabei übergegangenen Wärmemenge äquivalent ist. Die Differenzen in (32) lassen sich nun noch umformen. Aus (24) folgt sofort:

$$A - a = \lambda \frac{A - T_a}{z\delta + \lambda}. \quad (33)$$

Ferner ergeben (20) und (21):

$$A_n - a_n = \mu \sqrt{n} (a_n + b_n), \quad (34)$$

$$B_n - b_n = \mu \sqrt{n} (b_n - a_n). \quad (35)$$

Setzt man (33) bis (35) in (32) ein und beachtet, dass nach (15) der Faktor der Reihe

$$z\mu/\omega = \sqrt{\lambda c \gamma / 2\omega}$$

wird, so erhält man für die Ordinate der Wärmekurve:

$$w_o = \frac{z\lambda}{\omega} \frac{A - T_a}{z\delta + \lambda} + \sqrt{\frac{\lambda c \gamma}{2\omega}} \sum \left[\sqrt{n} (a_n + b_n) \cos n\varphi + \sqrt{n} (b_n - a_n) \sin n\varphi \right]. \quad (36)$$

Das erste Glied stellt die sogenannte *transitierende*, die Reihe die *fluktuierende* Wärmemenge dar.

Um hieraus die *Wärmekurve* für den Fall zu erhalten, dass die *Temperatur der Innenfläche der Wand stets der Dampftemperatur gleich bleibt*, muss man $z = \infty$, $a_n = A_n$, $b_n = B_n$ einführen. Das giebt für die Ordinate w_d dieser Kurve:

$$w_d = \frac{\lambda}{\delta\omega} (A - T_a) + \sqrt{\frac{\lambda c \gamma}{2\omega}} \sum \left[\sqrt{n} (A_n + B_n) \cos n\varphi + \sqrt{n} (B_n - A_n) \sin n\varphi \right]. \quad (37)$$

In (36) wächst das erste Glied gleichzeitig mit z . Daraus folgt, dass die *transitierenden* Wärmemengen, $\equiv w_t$, in (36) und (37) in dem gegenseitigen Verhältnisse:

$$w_{o,t} < w_{d,t} \quad (38)$$

stehen. Für die *fluktuierenden*, $\equiv w_f$, folgt mit (29):

$$\sqrt{(a_n + b_n)^2 + (b_n - a_n)^2} = \sqrt{2(a_n^2 + b_n^2)} < \sqrt{2(A_n^2 + B_n^2)} = \sqrt{(A_n + B_n)^2 + (B_n - A_n)^2}. \quad (39)$$

Es ist also auch für die fluktuierenden Wärmemengen:

$$w_{o,f} < w_{d,f}. \quad (40)$$

Die trigonometrischen Tangenten der Winkel $n\varphi$, bei denen der erste eminente Wert der Ordinaten der Wärmekurven auftritt, sind:

$$(b_n - a_n)/(a_n + b_n) \text{ und } (B_n - A_n)/(A_n + B_n).$$

Setzt man in den ersten Quotienten a_n und b_n aus (26) und (27) ein, so fallen zunächst die Nenner dieser Gleichungen weg, und man kann den Quotienten auf die Gestalt bringen:

$$\frac{b_n - a_n}{a_n + b_n} = \frac{(1 + \mu \sqrt{n})(B_n^2 - A_n^2) + \mu \sqrt{n}(A_n + B_n)^2}{(1 + \mu \sqrt{n})(B_n^2 - A_n^2) - \mu \sqrt{n}(B_n - A_n)^2} \cdot \frac{B_n - A_n}{A_n + B_n}. \quad (41)$$

Hieraus folgt aber, dass

$$\frac{b_n - a_n}{a_n + b_n} > \frac{B_n - A_n}{A_n + B_n} \quad (42)$$

sein muss. Wenn also ein Temperaturunterschied zwischen dem Dampf und der Innenfläche der Wand vorhanden ist, so ist die *fluktuierende Wärmemenge auch kleiner und ihre Aenderung tritt später auf*, als bei Temperaturgleichheit.

Die vorstehenden Untersuchungen zeigen, dass und wie sich der Einfluss eines Widerstandes für den Wärmeaustausch zwischen Dampf und Cylinderwandungen analytisch verfolgen lässt. Wie gross aber dieser Einfluss wird, geht nur durch eine Zahlenrechnung festzustellen.

Bei einer solchen Rechnung ist es zunächst nötig, aus dem als bekannt anzusehenden Verlaufe der Dampftemperatur die Koeffizienten A , A_n , B_n der *Fourier'schen* Reihe (17) zu bestimmen. Schon *Fourier* hat gezeigt ¹⁾, dass die Reihe dann am besten mit der darzustellenden Funktion $f(\varphi)$ übereinstimmt, wenn man setzt:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\varphi) d\varphi, \\ A_n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\varphi) \cos n\varphi d\varphi, \quad B_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\varphi) \sin n\varphi d\varphi. \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

Nur nimmt *Fourier* als Grenzen $-\pi$ und $+\pi$ an. Von den in diesen Ausdrücken auftretenden Integralen liessen sich das erste jedenfalls, die beiden letzten wenigstens für kleine Werte von n auf graphischem Wege mit Hilfe des Planimeters bestimmen. Für grössere Werte von n würden aber die Kurven bald zu zackig werden. Daher zerlegt *Kirsch* ²⁾ die Kurve durch eine Anzahl von unter sich gleich weit abstehenden Vertikalen und ersetzt die Kurvenstücke zwischen diesen je durch die *Sehnen*. Man kann aber auch einen anderen Weg zur Berechnung der Integrale einschlagen und zwar wesentlich den gleichen, wie bei der Ausmessung der Indikatordiagramme, wenn man zu dieser kein Planimeter zur Verfügung hat. Man teilt nämlich die ganze Periode von 2π in eine Anzahl von m unter sich gleichen Teilen und denkt sich dann jedes so entstehende Flächenelement in ein gleich breites flächengleiches *Rechteck* verwandelt. Es sei $f_i(\varphi)$ die *Höhe* eines solchen Rechteckes zwischen dem $(i-1)^{\text{ten}}$ und i^{ten} Teilstrich. Dann tritt auf jeder solchen Strecke der konstante Wert von $f_i(\varphi)$ vor das Integral, und es bleibt nur noch zu integrieren:

$$\begin{aligned} \int_{(i-1)\frac{2\pi}{m}}^{i\frac{2\pi}{m}} d\varphi &= \frac{2\pi}{m}, \\ \int_{(i-1)\frac{2\pi}{m}}^{i\frac{2\pi}{m}} \cos n\varphi d\varphi &= \frac{1}{n} \left[\sin n i \frac{2\pi}{m} - \sin n (i-1) \frac{2\pi}{m} \right] \quad \text{und} \\ \int_{(i-1)\frac{2\pi}{m}}^{i\frac{2\pi}{m}} \sin n\varphi d\varphi &= \frac{1}{n} \left[\cos n (i-1) \frac{2\pi}{m} - \cos n i \frac{2\pi}{m} \right]. \end{aligned}$$

Damit ergeben sich die gesuchten Koeffizienten als Summenausdrücke, bei denen die Summation über die ganze Periode, also über das Gebiet $i = 1$ bis $i = m$, auszudehnen ist, und zwar erhält man:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{1}{m} \sum [f_i(\varphi)] \\ A_n &= \frac{1}{n\pi} \sum \left\{ f_i(\varphi) \left[\sin n i \frac{2\pi}{m} - \sin n (i-1) \frac{2\pi}{m} \right] \right\} \\ B_n &= \frac{1}{n\pi} \sum \left\{ f_i(\varphi) \left[\cos n (i-1) \frac{2\pi}{m} - \cos n i \frac{2\pi}{m} \right] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

Hat man für einen bestimmten Wert von m die durch $n\pi$ dividierten Differenzen der goniometrischen Funktionen ein für allemal berechnet, so lassen sich die Koeffizienten verhältnismässig leicht finden, namentlich wenn man dazu eine Rechenmaschine zur Verfügung hat. Dieser Weg zur Berechnung der Koeffizienten einer *Fourier'schen* Reihe ist in seiner Anwendung, namentlich aber auch in der Entwicklung, einfacher, als der von *Kirsch* angegebene. Ausserdem

¹⁾ *Fourier*, J. J. Analytische Theorie der Wärme, deutsch von B. Weinstein, Berlin, 1884, Seite 165, Glgh. C₁.

²⁾ In seinem Buche «Die Bewegung der Wärme in den Cylinderwandungen der Dampfmaschine» Seite 26 bis 29. Dem gleichen Wege bin ich in der Abhandlung über die dynamische Theorie des Indikators, Schweiz. Bauzeitung 1891, Bd. 18, Seite 34, auch gefolgt.

hat er aber auch den Vorzug, dass er grundsätzlich genauer ist, weil man bei der Einschätzung der mittleren Höhe $f_i(\varphi)$ der einzelnen Flächenstreifen auf die Krümmungen der Kurve besser Rücksicht nehmen kann. Dagegen teilt er mit dem anderen den Uebelstand, dass für $n = m/2 : A_n$, für $n = m : A_n$ und B_n verschwinden.

(Fortsetzung folgt.)

Das neue Vereinshaus der „Société des ingénieurs civils de France“ in Paris.

Architekt: Prof. F. Delmas in Paris.

Eine der grössten und angesehensten Fachvereinigungen des Kontinents ist die in Paris residierende Gesellschaft der französischen Civilingenieure, deren Bestrebungen für die Pflege und Förderung der Ingenieurwissenschaft auch im Auslande gebührende Beachtung finden. Im Jahre 1848 mit einem Stamm von 134 Mitgliedern begründet, zählt sie heute deren 2724. Ueber die wissenschaftlichen Arbeiten der Gesellschaft berichtet ein monatlich erscheinendes Bulletin (*Mémoires et compte-rendu des travaux de la Société des ingénieurs civils de France*), worin neben den Sitzungsprotokollen auch längere wertvolle Abhandlungen aus allen Arbeitsgebieten des Ingenieurwesens zur Veröffentlichung gelangen.

Seit 1872 verfügte dieser Verein über ein eignes Hôtel in der Cité Rougemont, das vor zwei Jahren in den Besitz der „Société des Gens de lettres“ überging. Angesichts der ständigen Ausdehnung und wachsenden Bedeutung des Vereins hatte sich schon längere Zeit das Bedürfnis nach umfangreicheren und zweckmässiger eingerichteten Lokalitäten geltend gemacht und Ende 1895 wurde nun der Architekt des Vereins, Herr F. Delmas, Professor an der Ecole centrale in Paris, nach Ankauf eines geeigneten Terrains in der Rue Blanche 19 mit der Ausführung des neuen Vereinshauses beauftragt.

Der Ende März 1896 in Angriff genommene Bau ist — eine bemerkenswerte Parforce-Leistung des Architekten — innerhalb eines Zeitraums von 262 Tagen vollendet worden, sodass schon am 17. Dezember vorigen Jahres die erste Vereinssitzung im neuen Hause stattfinden konnte. Am 14. Januar wurde sodann, wie bereits kurz berichtet, die Weihe des Hauses in Gegenwart des Präsidenten der Republik festlich begangen.

Das gegenwärtige Vereinshôtel bietet gegenüber dem früheren, abgesehen von dem grösseren Komfort seiner Einrichtungen, bedeutende Vorzüge mit Rücksicht auf die wesentlich günstigeren Raumverhältnisse. Mit 707 m² bedeckt es den dreifachen Flächenraum des Hôtels in der Cité Rougemont und an Stelle des dort auf 150 Sitzplätze beschränkten Sitzungssaals von 120 m² ist nunmehr ein solcher von 350 m² Fläche getreten, in dem 500 Personen bequem Platz finden. Für die Bibliothek und das Bücherdepôt konnten gleichfalls erheblich grössere Räume reserviert werden, anstatt 310 m², 600 m², wovon 200 m² den Zwecken der eigentlichen Bibliothek und 400 m² jenen des Bücherdepôts dienen. Ausserdem hat der Architekt etwa 200 m für die Anordnung eines im alten Hôtel nicht vorhandenen, sogenannten „Cercle“ vorgesehen, in dessen Bereich sich ein Konversationszimmer, Lesesäle und ein Rauchzimmer befinden. Aussenarchitektur und innere Anlage des Gebäudes veranschaulichen die nebenstehenden Abbildungen, welche wir der Freundlichkeit der Herausgeber der Pariser Fachblätter „Le Génie Civil“ und „La Construction Moderne“ verdanken. Die in unserer Abbildung dargestellte 30 m lange Hauptfassade ist der Rue Blanche zugewendet.

Das aus Untergeschoss, Erdgeschoss und drei Stockwerken bestehende Gebäude zeigt folgende Anordnung und Bestimmung der Innenräume:

Das sich unter dem ganzen Hause hinziehende, vom Erdgeschoss durch mehrere Treppen und einen Aufzug zu-

gängliche Untergeschoss umfasst die zur Installation der verschiedenen maschinellen Einrichtungen erforderlichen Räumlichkeiten, ferner solche für eine Küche des Portiers, Vorratskeller und die Archive. Geschosshöhe: 3,20 m.

Im Erdgeschoss befinden sich das nach der Rue Blanche durch ein dreiteiliges Portal weit geöffnete Vestibül mit seinen aus dem bezüglichen Grundriss ersichtlichen Annexräumen; im Hintergrunde desselben der durch sechs Thüren bequem zugängliche grosse Sitzungssaal, ein durch einen eisernen Vorhang von letzterem getrennter kleiner Annexaal, an welchem ein zum Aufenthalt für Vortragende bestimmter Wartesaal anschliesst. Vom Hintergrunde des Vestibüls

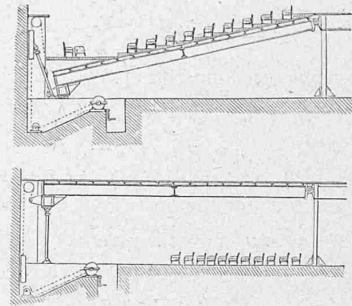


Fig. 1. Beweglicher Fussboden des Sitzungssaals.

führt rechts eine breite Haupttreppe zu den Räumen im Zwischengeschoss, ersten und zweiten Stock, während links eine mächtige Spiegelscheibe die Illusion einer zweiten, gleichen Treppe hervorruft. Diese in den Abmessungen 5,10 . 4,30 dimensionierte Spiegelscheibe ist insofern bemerkenswert, als sie zu den grössten gehört, welche bisher aus einem Stück ausgeführt wurden. Eine zweite mit der Strasse in Verbindung stehende Treppe, welche hinter der Portierloge durch sämtliche Stockwerke bis zur Wohnung des Generalsekretärs im dritten Stock hinaufführt, vermittelt ausschliesslich den Verkehr der Verwaltung. Licht von der Strasse erhalten die Loge des Portiers und der Garderobenraum, in welchem sich der Personenaufzug befindet. Geschosshöhe: 5 m. Das Zwischengeschoss enthält die für den obenerwähnten „Cercle“ reservierten, an der Strassenfront liegenden Zimmer, nebst den erforderlichen Dependenzen; Geschosshöhe 3,25 m.

Der erste Stock ist dem Vereinskomitee und der Verwaltung eingeräumt; dort befinden sich das auf den Hof hinausgehende Komiteezimmer, je ein Zimmer für den Präsidenten und den Generalsekretär der Gesellschaft, ein Wartezimmer mit Telephon und das Bureau des Sekretariats, welch letztere Räume längs der Strassenfront untergebracht sind. Geschosshöhe: 3,75 m.

Den zweiten Stock beanspruchen vollständig die der Bibliothek dienenden Räume; der sowohl von der Strasse als vom Hof aus Tageslicht empfangende Lesesaal geht durch die ganze Höhe des Geschosses, wogegen der übrige Teil des Stockwerkes mittelst einer Decke zweigeschossig ausgebildet ist, um mehr Platz für das Bücherdepôt zu gewinnen und die Handhabung der Bücher zu erleichtern. Geschosshöhe: 4,70 m.

Der dritte Stock endlich enthält die aus zehn Zimmern nebst Dependenzen, einem Laboratorium und photographischem Atelier (Hofseite) bestehende Wohnung des Generalsekretärs, von welcher die oben erwähnte besondere Treppe für den Verwaltungsdienst zur Strasse hinabführt. Geschosshöhe: 3,25 m. Darüber liegt der Dachraum.

Die architektonische und konstruktive Ausbildung des Hauses ergab dessen Bestimmung als Versammlungs- und Versammlungshaus für Ingenieure. Diesem Charakter entspricht der Stil der Fassadenarchitektur, bei deren Gestaltung der Architekt bemüht war, die hervorragenden Innenräume auch im äusseren Aufbau zum Ausdruck zu bringen.

Vom Zwischengeschoss bis zum obersten Stockwerk reichend ist in der Mitte der Fassade ein breites Bogen-