Ueber Bergbahnsysteme,

vom Standpunkte der theoretischen Maschinenlehre.

Von Prof. **A. Fliegner** in Zürich.

(Fortsetzung.)

III. Das Zahnradsystem (Rigibahn).

Dieses System benutzt zur Fortbewegung des Zuges eine auf der ganzen Länge der Bahn liegende Zahnstange, in welche ein an der Locomotive angebrachtes, vom Dampf gedrehtes Zahnrad eingreift. Steigt die Bahn continuirlich, so werden, wie an der Rigi die Laufräder lose aufgesteckt, die Adhäsion auf den gewöhnlichen Schienen wird also nicht ausgenutzt. Ist dagegen die stärkere Steigung nur auf kurzen Strecken concentrirt, so benutzt man auf den weniger steilen Stellen die Adhäsion allein; die Zahnstange fehlt dann ganz. Auf den steileren Strecken dagegen wird die Adhäsion ausser Thätigkeit gesetzt und wieder, wie vorhin, das Zahnrad allein benutzt, oder es wirken Adhäsion und Zahnrad gemeinschaftlich. Nur der erste und letzte Fall sind wesentlich verschieden, und es ist daher das Güteverhältniss auch nur für diese beiden Arten zu berechnen.

Beim reinen Zahnradsystem, das die Adhäsion nicht ausnutzt, sind ausser dem Nutzwiderstande noch folgende im System liegende Widerstände zu überwinden:

1. Der gewöhnliche Bahn- und Steigungswiderstand der Locomotive mit

$$[(a + b\,w) \cos \alpha + \sin \alpha]\, Q.$$

2. Die Zahnreibung an der Zahnstange. Bezeichnet

ϱ den Halbmesser des Zahnrades,
t die Theilung von Rad und Stange,
f den Zahnreibungscoefficienten,
P den Zahndruck, tangential zum Theilkreise gemessen,

so ist nach Redtenbacher der tangential zum Theilkreise reducirte Zahnreibungswiderstand

$$F = {}^1/_2\, f \frac{t}{\varrho}\, P.$$

Der tangentiale Zahndruck P ist hier gleich dem gesammten Bahn- und Steigungswiderstande von Zug und Locomotive, d. h.

$$P = [(a + b\,w) \cos \alpha + \sin \alpha]\,(T + Q), \tag{36}$$

und daher wird:

$$F = {}^1/_2\, f \frac{t}{\varrho}\, [(a + b\,w) \cos \alpha + \sin \alpha]\,(T + Q). \tag{37}$$

3. Bei den bis jetzt ausgeführten Locomotiven wirkt die Dampfkraft nicht unmittelbar auf die Zahnradachse ein, es ist vielmehr, um leichtere Cylinder zu erhalten, eine schneller gehende Vorgelegewelle eingeschaltet, die auch Zahn- und Zapfenreibungen hervorruft. Eine solche Uebersetzung liegt aber durchaus nicht im Wesen des Systems begründet, sie soll also hier nicht berücksichtigt werden. So werden allerdings die Resultate der Rechnung gegenüber den Ausführungen etwas zu günstig sein.

An der als Hauptwelle anzusehenden Zahnradachse muss dann eine disponibele Arbeit verrichtet werden von:

$$L_0 = (P + F)\, w,$$

da ausser dem gesammten Bahn- und Steigungswiderstande von Zug und Locomotive auch die Zahnreibung überwunden werden muss. Setzt man P und F aus Gl. 36 und 37 ein und zieht gleich zusammen, so wird

$$L_0 = \left(1 + {}^1/_2 f \frac{t}{\varrho}\right) [(a + b\,w) \cos \alpha + \sin \alpha]\,(T + Q)\, w. \tag{38}$$

Dividirt man damit in die Nutzleistung, Gl. 7, so findet man das Güteverhältniss zu:

$$\eta = \frac{1}{1 + {}^1/_2 f \dfrac{t}{\varrho}} \left(1 - \frac{Q}{T + Q}\right). \tag{39}$$

Da die Adhäsion bei diesem System gar nicht mit ins Spiel kommt, so wird sich ein Zusammenhang zwischen T und Q nur mit Rücksicht auf die Dampfproduction angeben lassen. Und zwar besteht, wenn man von der geringen Vergrösserung des Locomotivgewichtes durch das Zahnrad absieht, auch hier die alte Beziehung der Gleichung 14:

$$Q \geqq \frac{L_0}{2{,}7},$$

oder mit L_0 aus Gleichung 38 für das Gleichheitszeichen:

$$\frac{Q}{T + Q} = \left(1 + {}^1/_2 f \frac{t}{\varrho}\right) [(a + b\,w) \cos \alpha + \sin \alpha]\, \frac{w}{2{,}7}. \tag{40}$$

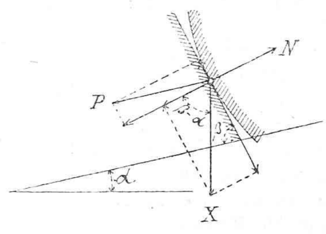
Wenn man diesen Werth in Gl. 39 einsetzt, so ergibt sich für das Güteverhältniss:

$$\eta = \frac{1}{1 + {}^1/_2 f \dfrac{t}{\varrho}} - [(a + b\,w) \cos \alpha + \sin \alpha]\, \frac{w}{2{,}7}. \tag{41}$$

Der Betrieb wird wieder unmöglich, wenn $\eta \leqq 0$ wird; die Grenzen der Steigung lassen sich also leicht berechnen.

Es ist allerdings noch eine andere Grenze für die Anwendbarkeit dieses Systems denkbar. Da nämlich die Tangentialebene an der Berührungsstelle von Zahnflanke und Zahnstange nach hinten oben geneigt ist, so wäre es bei zu geringer Belastung der Zahnradachse möglich, dass das Rad durch die auf dasselbe wirkenden Kräfte aus dem Eingriff herausgehoben wird; dann wäre natürlich ein weiterer Betrieb unmöglich. Ob dieser Fall eintreten kann, lässt sich durch eine kurze Rechnung leicht entscheiden. Dabei ist, wie bei der Rigibahn, Evolventenverzahnung vorausgesetzt, bei welcher die Zähne der Zahnstange bekanntlich ebene Seitenflächen erhalten. Es sei:

Fig. 3.



α der Neigungswinkel der Bahn gegen den Horizont (siehe Fig. 3),

β der Neigungswinkel der Flanke des Zahnes gegen die Neigung der Bahn.

Die Kräfte, welche dann im Berührungspunkte der Zahnflanken auf das Zahnrad wirken, (da es sich hier nur um fortschreitende Bewegung handelt, kann man sie sämmtlich dorthin transportirt annehmen) sind folgende:

X Belastung durch das Locomotivgewicht,
P Zugwiderstand parallel zur Bahn (Gl. 36),
N Normaldruck des Zahnes der Stange gegen das Zahnrad.

Die Gleichgewichtsbedingung gegen ein Gleiten parallel zur Zahnflanke ist nun

$$X \sin(\beta - \alpha) - P \cos\beta \mp f N = 0, \tag{42}$$

wobei das obere Vorzeichen des letzten Gliedes links für Bewegung nach abwärts, das untere für Bewegung nach aufwärts gilt. Aus der Gleichung folgt, dass die Achsbelastung X für das obere Vorzeichen grösser wird, als für das untere; die Gefahr beruht also darin, dass der Zahn nicht in die richtige Eingriffstiefe hinab kommt (bei Eingriff über dem Theilkreise muss bekanntlich der Zahn des Rades gegenüber dem Zahne der Stange nach a b w ä r t s g l e i t e n). Will man noch Sicherheit haben, so muss also

$$X \sin(\beta - \alpha) - P \cos\beta - f N > 0 \tag{42a}$$

sein.

Gleichzeitig gilt aber auch die zweite Gleichgewichtsbedingung gegen Bewegung normal zur Zahnflanke

$$N = P \sin\beta + X \cos(\beta - \alpha). \tag{43}$$

Führt man noch den R e i b u n g s w i n k e l, $\tan\mu = f$, ein, so findet man aus Gl. 42a und 43 als Zusammenhang zwischen P und X:

$$X \sin(\beta - \alpha - \mu) \geqq P \cos(\beta - \mu). \tag{44}$$

Wollte man also o h n e j e d e B e l a s t u n g d e r A c h s e auskommen, d. h. $X \leqq 0$ machen, so müsste, damit P endlich und positiv bleiben kann,

$$\cos(\beta - \mu) \leqq 0$$

oder

$$\beta - \mu \geqq 90^0$$

sein. Da für Zahnreibung bei genügender Schmierung $f = 0{,}15$ gesetzt werden darf, so folgt $\mu = 8\,{}^1/_2{}^0$ und also

$$\beta \geqq 81\,{}^1/_2{}^0.$$

Mit diesem Winkel könnte man jede überhaupt mögliche Steigung o h n e Belastung der Zahnradaxe befahren. Für eine gute Evolventenverzahnung ist derselbe aber zu gross, man muss also die Zahnradachse jedenfalls einigermassen belasten.

Diese Belastung lässt sich nun leicht als Theil des Locomotivgewichtes berechnen, β als anderweitig gegeben angenommen. Wenn man zu diesem Zwecke zunächst P aus Gl. 36 in 44 einsetzt, so findet man:

$$\frac{X}{T+Q} \geqq \frac{\cos(\beta - \mu)}{\sin(\beta - \alpha - \mu)} [(a + b\,w) \cos\alpha + \sin\alpha]. \tag{45}$$

Um X mit Q in Beziehung zu bringen dividirt man mit Gl. 40 in Gl. 45 und erhält sofort:

$$\frac{X}{Q} \geqq \frac{\cos(\beta - \mu)}{\sin(\beta - \alpha - \mu)} \, \frac{2{,}7}{w\left(1 + {}^1/_2\, f \dfrac{t}{\varrho}\right)}. \tag{46}$$

Aus dieser Gleichung folgt, dass $X : Q$ mit a wächst, und bei einer bestimmten Geschwindigkeit wird man also nur für die grösste dabei mögliche Steigung, i_{max} oder α_{max}, zu rechnen haben. Kann man die Zahnradachse bei dieser grössten Steigung genügend belasten, so ist das bei einer kleineren erst recht der Fall. Die betreffenden Werthe sind in der letzten Zeile der folgenden Tabelle enthalten. Dabei ist wie bei der Rigibahn gesetzt:

$$t = 0{,}1 \text{ m/}, \quad \varrho = 0{,}3183 \text{ m/}, \quad f = 0{,}15, \quad \mu = 8\,{}^1/_2{}^0, \quad \beta = 75^0.$$

Damit wird der später noch nöthige Werth

$$ {}^1/_2\, f \frac{t}{\varrho} = 0{,}02356. \tag{47}$$

Tabelle über das Güteverhältniss des r e i n e n Z a h n r a d s y s t e m s.

$w =$	5	10	15	20	25	30
$i = 0$	97,32	96,85	96,28	95,63	94,88	94,23
25	92,69	87,59	82,40	77,11	71,74	66,27
50	88,07	78,35	68,54	58,61	48,64	38,55
100	78,90	60,00	41,01	21,93	2,76	—
150	69,85	41,92	13,89	—	—	—
200	61,01	24,23	—	—	—	—
250	52,42	7,05	—	—	—	—
300	44,12	—	—	—	—	—
400	28,57	—	—	—	—	—
500	14,54	—	—	—	—	—
i_{max}	618,2	271,0	176,0	130,2	103,0	85,0
$\frac{X}{Q}$	0,366	0,135	0,084	0,061	0,048	0,040

Aus dieser Tabelle ist zunächst ersichtlich, dass das Z a h n r a d s y s t e m f ü r s e h r b e t r ä c h t l i c h e S t e i g u n g e n noch mit Vortheil zu benutzen geht, nur muss man dabei g a n z k l e i n e G e s c h w i n d i g k e i t e n anwenden. Bei der Rigibahn, deren Maximalsteigung 250 ⁰/₀₀, die mittlere 190 ⁰/₀₀ beträgt, erreicht die mittlere Geschwindigkeit sogar noch nicht 5 Kilometer, d. h. die Bahn fährt langsamer, als ein gewöhnlicher Fussgänger in der Ebene gehen kann (5,4 Kilometer). Diese geringe Fahrgeschwindigkeit ist also nicht nur wegen der Sicherheit des Betriebes angewendet, sondern sie hat ihren wesentlichen Grund mit in der Unmöglichkeit, leichtere Locomotiven zu construiren, als von etwa 0,1 Tonnen pro Pferdestärke.

Aber auch mit geringerer Steigung lässt das Zahnradsystem k e i n e b e d e u t e n d e n G e s c h w i n d i g k e i t e n zu. Die Zahnstange ist natürlich aus einzelnen kurzen Stücken zusammengesetzt, welche unter dem Einflusse der Temperaturschwankungen steten Längenänderungen unterworfen sind. An der Stossstelle ist daher eine Discontinuität in der Theilung unvermeidlich, und man müsste bei zu grossen Geschwindigkeiten in Folge der dann vergrösserten Massenwirkungen häufige Brüche der Zähne befürchten. Bei kleineren Geschwindigkeiten dagegen äussert sich dieser Fehler in der Theilung nur durch eine Verringerung des Güteverhältnisses.

Das letztere wird auch vielleicht noch dadurch heruntergezogen, dass der Zahnreibungscoefficient für Zahnrad und Zahnstange in Wirklichkeit grösser ist als er in die Rechnung eingeführt wurde. Die Zähne der Zahnstange sind nämlich nicht abgearbeitet, sondern bestehen einfach aus Walzeisen. Dann sind sie auch dem Staube vollkommen frei ausgesetzt. Versuche über den Einfluss dieser Umstände liegen aber nicht vor.

Was ein etwa denkbares A u f s t e i g e n des Zahnrades auf die Zähne der Stange anbetrifft, so zeigt die letzte Zeile der Tabelle, dass nur ein ganz geringer Theil des Maschinengewichtes ausreicht, um es zu verhindern, und zwar sogar bei den stärksten noch in jedem Falle möglichen Steigungen. Solche Belastung kann man aber stets leicht auf die Zahnradachse bringen, und es muss also das A u f s t e i g e n bei diesem System als u n m ö g l i c h bezeichnet werden.

Zur Vergleichung der Tabellenwerthe mit den Ausführungen, soll noch das Güteverhältniss für die mittleren Werthe der V i t z n a u - R i g i bahn berechnet werden.

Die i n d i c i r t e L e i s t u n g des Dampfes im Cylinder ist auch, wie bei F e l l, nach Gl. 35:

$$N_i = 0{,}65 \frac{p\, d^2\, s}{75\, D}$$

zu bestimmen. Dabei ist hier $p = 9{,}3$ Atmosphären (neu), $d = 0{,}270$ m/, $s = 0{,}400$ m/. Für D ist der Theilkreis-Durchmesser des an der Vorgelegewelle befindlichen Räderpaares zu setzen. Da der Durchmesser des Zahnrades 0,6366 m/ beträgt und die Vorgelegewelle $\frac{43}{14}$ mal schneller geht, so ist

$$D = \frac{14}{43} \cdot 0{,}6366 \text{ m/}.$$

Mit diesen Grössen berechnet sich:

$$N_i = 113{,}4 \text{ Pferdestärken}.$$

Die an die Zahnradwelle effectiv abgegebene Arbeit möge mit Rücksicht auf das Vorgelege zu nur $0{,}7\, N_i$ angenommen werden, dann folgt die disponibele Arbeit

$$N_0 = 79{,}4 \text{ Pferdestärken}.$$

Das Gewicht eines vollen Wagens beträgt $T = 12$ Tonnen, die mittlere Geschwindigkeit 4,8 Kilometer, die mittlere Steigung 190 ⁰/₀₀. Damit berechnet sich die Nutzleistung zu

$$N = 40{,}2 \text{ Pferdestärken}.$$

Endlich wird das Güteverhältniss

$$\eta = 50{,}7\,\%,$$

während die Tabelle etwa 63 % hätte erwarten lassen, eine mit Rücksicht auf die mehrfachen nicht berücksichtigten und gar nicht genau zu berücksichtigenden Arbeitsverluste nicht unbefriedigende Uebereinstimmung.

Die zweite Hauptart der Zahnradbahnen, diejenige sogenannten gemischten Systems, unterscheidet sich von der eben untersuchten dadurch, dass bei ihr neben dem Zahnrade auch noch die Adhäsion ausgenutzt wird. Die disponibele Arbeit berechnet sich dann einigermassen abweichend.

Der Zahnreibungswiderstand, reducirt auf eine zur Neigung der Bahn parallele Kraft, ist zwar auch, wie oben

$$F = {}^1\!/_2\, f \frac{t}{\varrho}\, P, \qquad (48)$$

P ist aber hier nicht gleich dem gesammten Zugwiderstande, sondern um denjenigen Theil kleiner, welchen die Adhäsion übernimmt. Auf Adhäsion wirkt dabei aber nicht das ganze Locomotivgewicht Q, da ein Theil desselben, im Mittel X_m, durch das Zahnrad aufgenommen wird, sondern nur $Q - X_m$. Die durch die Adhäsion ausgeübte Zugkraft ist dann einfach

$$R = \varphi\,(Q - X_m) \cos\alpha.$$

Hier ist nämlich nicht nach Gl. 12 zu rechnen, da in Folge des gleichzeitigen Zahneingriffes ein Schleudern nicht eintreten kann. Der noch übrig bleibende tangentiale Zahndruck ist daher:

$$P = [(a + b\,w) \cos\alpha + \sin\alpha]\,(T + Q) - \varphi\,(Q - X_m) \cos\alpha. \qquad (49)$$

Die disponibele Arbeit hat ausser dem gesammten Zugwiderstande (gleich dem ersten Gliede der Gl. 49) noch den Zahnreibungswiderstand zu überwinden, es ist also nach Gl. 48 und 49

$$L_0 = \left(1 + {}^1\!/_2\, f \frac{t}{\varrho}\right) [(a + b\,w) \cos\alpha + \sin\alpha]\,(T + Q)\, w - {}^1\!/_2\, f \frac{t}{\varrho}\, \varphi\,(Q - X_m) \cos\alpha\, w. \qquad (50)$$

Zur Berechnung des Güteverhältnisses muss nun der Zusammenhang von T, Q und auch X_m ermittelt werden. Auf Q ist hier, wie beim reinen Zahnradsystem, auch nur die nöthige Dampfproduction von Einfluss, da eine ungenügende Adhäsion durch das Zahnrad ergänzt wird. Es bleibt also die Beziehung Gl. 14 bestehen, wonach

$$L_0 \overline{\overline{<}}\, 2{,}7\, Q \qquad (51)$$

ist. Die Bestimmung von X_m ist nicht so sicher, da man es dabei eigentlich mit der Zerlegung einer Kraft in mehr als zwei parallele Componenten zu thun hat. Da das Locomotivgewicht aber stets durch Federn auf die unterstützenden Theile übertragen wird, so wird man annehmen dürfen, X_m erreiche stets den Betrag, welcher in Gleichung 42 und 43 für das reine Zahnradsystem dem Gleichgewichte entspricht. Da aber die Zahnreibung, je nachdem der Eingriff über oder unter dem Theilkreise stattfindet, nach aufwärts oder abwärts wirkt, so wird X_m zwischen gewissen engen Grenzen schwanken, und man wird unbedenklich als constanten Mittelwerth denjenigen einführen dürfen, der aus der Vernachlässigung der Reibung folgt. Man hat dann nur in Gl. 44 $\mu = 0$ zu setzen und erhält

$$X_m \sin(\beta - \alpha) = P \cos\beta. \qquad (52)$$

Jetzt lässt sich das Güteverhältniss berechnen. Dividirt man zunächst mit L_0, Gl. 51, in die Nutzleistung, Gl. 7, so wird es in einfachster Gestalt:

$$\eta = [(a + b\,w) \cos\alpha + \sin\alpha]\, \frac{T}{Q}\, \frac{w}{2{,}7}. \qquad (53)$$

Setzt man nun die beiden Werthe von L_0 aus Gl. 50 und 51 einander gleich und führt X_m, unter Mitbenutzung von Gleichung 49 für P, aus Gl. 52 ein, so erhält man den Zusammenhang von T und Q. Damit wird dann:

$$\eta = \frac{1 - \dfrac{\varphi \cos\beta \cos\alpha}{\cos(\beta - \alpha)} + {}^1\!/_2\, f \dfrac{t}{\varrho}\, \varphi \cos\alpha\, \dfrac{w}{2{,}7}}{1 - \dfrac{\varphi \cos\beta \cos\alpha}{\cos(\beta - \alpha)} + {}^1\!/_2\, f \dfrac{t}{\varrho}} - [(a + b\,w) \cos\alpha + \sin\alpha]\, \frac{w}{2{,}7}. \qquad (53a)$$

Die Giltigkeit dieser Formeln setzt allerdings voraus, dass die Adhäsion wirklich in dem angenommenen Betrage thätig ist. Das ist angezweifelt worden, weil die Durchmesser von Triebrädern und Theilkreis des Zahnrades schon wegen der unvermeidlichen Abnutzung der ersteren unmöglich stets mathematisch genau übereinstimmen können. Ich halte diesen Einwand nicht für begründet. Bei gewöhnlichen Locomotiven sind nämlich Differenzen in den Durchmessern der Triebräder bis zu 10 m/m beobachtet worden, ohne dass die Zugkraft wesentlich beeinträchtigt worden wäre; es ziehen also auch gleitende Räder mit nahezu voller Intensität.

Allerdings wird durch ein solches Gleiten ein Arbeitsverlust hervorgebracht, der eigentlich auch hätte berücksichtigt werden sollen; er möge daher hier noch nachträglich wenigstens angenähert berechnet werden.

Sei D der Theilkreisdurchmesser des Zahnrades, so wird die Locomotive bei einer Umdrehung um genau $\pi\, D$ vorrücken. Die Triebräder mögen einen um $\delta\, D$ grösseren Durchmesser haben (bei kleinerem wäre δ negativ, am absoluten Werthe des Arbeitsverlustes ändert das aber nichts). Dann würden die Triebräder um $\pi\, D\,(1 + \delta)$ vorrücken wollen, sie müssen also um $D\pi\delta$ schleifen.

Die effective mittlere Belastung der Triebräder ist $Q - X_m$, also die pro Umdrehung auf das Schleifen zu verwendende Arbeit $\varphi\,(Q - X_m)\,\pi\,\delta\,D$, d. h. jedenfalls kleiner, als der Verlust $\varphi\, Q\,\pi\,\delta\, D$ ohne Entlastung durch X_m. Der gesammte Zugwiderstand muss aber, damit das System überhaupt berechtigt ist, angenähert mindestens $\varphi\, Q$ sein, anderenfalls würde die Adhäsion allein genügen und das Zahnrad also gar nicht nöthig sein. Die effective Arbeit pro Umdrehung ist dann mindestens $\varphi\, Q\,\pi\, D$. Das Verhältniss beider Arbeiten wird also jedenfalls

$$\zeta < \frac{\varphi\, Q\,\pi\,\delta\, D}{\varphi\, Q\,\pi\, D}, \text{ d. h.}$$

$$\zeta < \delta.$$

Bei den Ausführungen ist nun im Maximum etwa $\delta = 0{,}004$. Die Räder werden anfangs um so viel zu gross gemacht und sollen sich auf so viel zu klein abnutzen, der mittlere Werth von δ und daher auch von ξ ist also nur etwa halb so gross. Und selbst wenn man den Reibungscoefficienten für das Schleifen bedeutend grösser annimmt, als den bei der Adhäsion benutzten, so steigt doch der mittlere Arbeitsverlust jedenfalls nicht über $^1/_2\,^0/_0$, kann also unbedenklich vernachlässigt werden.

Die vorhin benutzte Belastung des Zahnrades ist, wie schon angedeutet, nur ein für normalen Gang geltender constanter Mittelwerth. Damit der Betrieb auch in Ausnahmefällen gesichert sei, muss sie bedeutend grösser werden können. Ist nämlich in Folge ungenauer Theilung, oder aus anderen Gründen, der Berührungspunkt der Zähne an der Stange zu weit hinaufgerückt, so muss X auch genügen, das Rad wieder in seine normale Lage hinunter zu bringen. In diesem Falle muss aber die Locomotive auf den Schienen vorwärts geschoben werden, und der Zahndruck P parallel zur Richtung der Bahn setzt sich zusammen aus:

1. dem Widerstande des Zuges allein mit
$$[(a + b\,w)\cos\alpha + \sin\alpha]\;T,$$
2. der Componente des Locomotivgewichtes parallel zur Bahn mit $Q\sin\alpha$,
3. dem Reibungswiderstande des noch auf die Schienen drückenden Theiles des Locomotivgewichtes mit
$$\varphi\,(Q - X)\cos\alpha.$$

Es ist daher im ungünstigsten Falle:

$$P = [(a + b\,w)\cos\alpha + \sin\alpha]\;T + Q\sin\alpha + \varphi\,(Q - X)\cos\alpha. \qquad (54)$$

Der Zusammenhang zwischen P und X ist natürlich auch der in Gl. 44 entwickelte. Setzt man P aus Gl. 54 in Gl. 44 ein, so findet man nach leichter Umformung

$$X \underset{>}{=} \frac{[(a + b\,w)\cos\alpha + \sin\alpha]\;T + (\varphi\cos\alpha + \sin\alpha)\,Q}{[\text{tang}\,(\beta - \mu) + \varphi]\cos\alpha - \sin\alpha}. \qquad (55)$$

Will man wieder das Verhältniss von X zum ganzen Locomotivgewicht, Q, bestimmen, so braucht man Gl. 55 nur mit Q zu dividiren und den Quotienten $T : Q$ nach Gl. 53 durch η auszudrücken. Das gibt:

$$\frac{X}{Q} \underset{>}{=} \frac{\frac{2{,}7}{w}\,\eta + \varphi\cos\alpha + \sin\alpha}{[\text{tang}\,(\beta - \mu) + \varphi]\cos\alpha - \sin\alpha}. \qquad (56)$$

Ein Einsetzen von η aus Gl. 53a macht die Formel sehr complicirt. Es fällt dabei aber $\sin\alpha$ fort und im Zähler bleibt nur $\cos\alpha$ stehen; dort ist es jedoch von geringerem Einflusse als im Nenner. Daher muss $X : Q$ mit zunehmendem α auch zunehmen und es wird genügen, bei jeder Geschwindigkeit für die grösste noch mögliche Steigung, α_m, zu rechnen. Für diese ist aber $\eta = 0$, und Gl. 56 vereinfacht sich in:

$$\left(\frac{X}{Q}\right)_m = \frac{\varphi + \text{tang}\,\alpha_m}{\text{tang}\,(\beta - \mu) + \varphi - \text{tang}\,\alpha_m}. \qquad (57)$$

Die Geschwindigkeit ist scheinbar ganz fortgefallen, sie ist aber in Wirklichkeit in dem von w abhängigen α_m enthalten. Die nach Gl. 57 berechneten Werthe von $(Q : X)_m$ sind in der letzten Zeile der folgenden Tabelle angegeben. Dabei war für den Reibungscoefficienten φ der grösste noch vorkommende Werth, also etwa $^1/_3$, einzusetzen.

Die Gl. 53 für das Güteverhältniss gilt also unter der ausdrücklichen Voraussetzung, dass die Adhäsion voll wirke, und ausserdem noch das Zahnrad. Sowie aber das Locomotivgewicht mit Rücksicht auf die Dampfproduction, durch welche es hier einzig bestimmt wird, so gross ausfällt, dass die Adhäsion allein vollkommen zur Ueberwindung des Zugwiderstandes ausreicht, so wird das Zahnrad ganz ausser Thätigkeit treten, und das System in das gewöhnliche Adhäsionssystem übergehen. Das würde eintreten, sowie η aus Gl. 53a gleich wird η aus Gl. 18. Hieraus würde sich für den Uebergang das einen Systems in das andere die Grenzbedingung:

$$\varphi\cos\alpha\,\frac{w}{2{,}7} = 1$$

finden. Dieser Grenzwerth ist aber doch nicht der richtige. Zur Berechnung der Gl. 18 wurde nämlich als Zugkraft der Locomotive nach Gleichung 12 der Werth

$$R_0 \underset{<}{=} \frac{4}{\pi\left(\sqrt{2} + \frac{r}{l}\right)}\,\varphi\,Q\cos\alpha$$

benutzt. Der Factor von $\varphi\,Q\cos\alpha$ enthält den Einfluss der Veränderlichkeit der Zugkraft in Folge der todten Punkte der Kurbeln. Da er stets kleiner als die Einheit ist, so ist auch stets erst recht

$$R < \varphi\,Q\cos\alpha.$$

Der Gl. 53a liegt dagegen die Beziehung

$$R = \varphi\,Q\cos\alpha$$

zu Grunde. Es dürfen also die beiden Gl. 53a und 18 nicht mit einander in Verbindung gebracht werden. Den Uebergang zwischen beiden Systemen muss man vielmehr in folgender Weise suchen.

Vom Adhäsionssystem ausgehend wird zunächst bei kleinen Zuglasten und grossen Geschwindigkeiten die Locomotive wegen der Dampfproduction so schwer, dass gar nicht ihr ganzes Gewicht auf Adhäsion ausgenutzt zu werden braucht; die Zugkraft wird nie so gross, dass ein Schleudern eintreten könnte. Mit abnehmender Geschwindigkeit dagegen und auch abnehmendem Locomotivgewichte, wird das letztere einmal so klein werden, dass zunächst beim Maximum der Zugkraft die Adhäsion nicht mehr ausreichen würde, während die Minima der Zugkraft noch kein Schleudern hervorzubringen im Stande sind. Von diesem Augenblicke an würde beim reinen Adhäsionssystem das Locomotivgewicht nicht mehr durch die Dampfproduction, sondern durch die Adhäsion bestimmt werden. Beim gemischten Zahnradsystem dagegen beginnt dann das Zahnrad in Thätigkeit zu treten, anfangs allerdings nur während der Maxima der Zugkraft, bis es bei noch weiter abnehmendem Locomotivgewichte schliesslich ununterbrochen arbeitet. Für das Intervall, während dessen periodisch abwechselnd bald nur die Adhäsion, bald das gemischte Zahnradsystem thätig ist, gelten die für das letztere entwickelten Formeln nicht mehr unbedingt, weil der in ihnen enthaltene Werth von X_m sich discontinuirlich ändert. Man wird aber doch den Uebergang zwischen beiden Systemen hiernach richtiger nach Gl. 16 da suchen, wo beim gewöhnlichen Adhäsions-System das Locomotivgewicht durch die Adhäsion bestimmt zu werden anfängt. Es würde also bei den grösseren Geschwindigkeiten von 25 und 30 Kilometern das Locomotivgewicht ausreichen, um mit Adhäsion allein zu fahren, und nur bei Geschwindigkeiten kleiner als $20{,}538$ Kilometer würde das gemischte Zahnradsystem zur Geltung kommen.

Die grösste bei jeder Geschwindigkeit noch zulässige Steigung bestimmt sich aus Gl. 53a für $\eta = 0$. Da die Rechnung aber auf eine unreine quadratische Gleichung führt, so wurde i_{max} nur auf graphischem Wege interpolirt.

Tabelle über das Güteverhältniss des gemischten Zahnradsystems.

$w =$	5	10	15	20	25	30
$i = 0$	97,72	98,10	98,38	98,57		
25	93,12	88,86	84,50	80,05		
50	88,53	79,63	70,64	61,56	Für diese beiden Geschwindigkeiten geht das System in das gewöhnliche Adhäsions-System über.	
100	79,39	61,29	43,24	24,83		
150	70,37	43,22	15,97	—		
200	61,54	25,86	—	—		
250	52,96	8,34	—	—		
300	44,67	—	—	—		
400	29,11	—	—	—		
500	15,08	—	—	—		
i_{max}	619,6	274,5	180,0	134,2		
$\left(\frac{X}{Q}\right)_m$	0,473	0,258	0,209	0,187		

Nach dieser Tabelle ist auch das gemischte Zahnradsystem für sehr starke Steigungen brauchbar, wenn die Geschwindigkeit genügend klein gehalten wird. Die nöthige Belastung der Zahnradachse lässt sich im Allgemeinen auch noch erreichen.

Einen eigenthümlichen Verlauf zeigt das Güteverhältniss für $i = 0$, indem es mit zunehmender Geschwindigkeit gleichfalls wächst. Der Grund ist darin zu suchen, dass die Entlastung des Zahnrades mit wegen der gesteigerten Dampfproduction zunehmendem Locomotivgewichte rascher zunimmt, als der Zugwiderstand. Dadurch wird der Zahnreibungswiderstand so vermindert, dass das Güteverhältniss zunehmen kann.

(Fortsetzung folgt).

* * *

Fragen des Eisenbahnrechtes.

*II. Einzahlung der letzten Serie von Obligationen der Gotthardbahn *).*

Das Handelsblatt der „Frankfurter Zeitung“ brachte am 17. September d. J. folgende Nachricht:

Heute Vormittag fand dahier eine Besprechung der an dem Gotthardunternehmen betheiligten Häuser und Finanzinstitute statt. Es nahmen daran Theil die Herren Feer-Herzog, Dr. Stähelin, Haberstich, Director Zingg, Zahn und Gysin aus Basel, Baron Eduard v. Opheim aus Köln, Geheimrath Ad. v. Hansemann und Geheimrath Dülberg aus Berlin etc. etc. In der Besprechung wurde die allgemeine Lage des Gotthardunternehmens eingehend discutirt. Soviel wir vernehmen, verhielt sich das Banquier-Syndicat gegen die Uebernahme weiterer Prioritäten ablehnend und gab darüber eine schriftliche Erklärung den anwesenden Mitgliedern der Eisenbahnverwaltung.

Am folgenden Tage wurde die Nachricht vervollständigt:

In Bezug auf die gestern hier stattgehabte Conferenz des Finanzirungs-Consortiums und der Verwaltung der Gotthardbahn erfahren wir noch, dass die Meinung der Betheiligten allgemein dahin ging, es sei zunächst die Entschliessung der Subventionsstaaten bezüglich der ihnen angesonnenen neuen Zuschüsse abzuwarten, ehe für das Finanz-Consortium ein Anlass gegeben sei, der Uebernahme der noch restlich vorgesehenen Serie von 20 Millionen Obligationen näher zu treten. Eine rechtliche Verpflichtung zur Uebernahme dieser Obligationen liegt nach der Meinung der betreffenden Bankhäuser nicht vor. Es wurde in dieser Beziehung das Rechtsgutachten eines bedeutenden preussischen Juristen vorgelegt, welches sich dahin ausspricht, dass das Consortium nicht gezwungen werden könne, unter den so sehr veränderten Verhältnissen an der nur bedingt eingegangenen früheren Abmachung festzuhalten. Wir sind ohne Kenntniss des ganzen Materials nicht in der Lage zu prüfen, inwieweit diese Ansicht berechtigt ist oder nicht. Eine andere Frage ist, ob es, ganz vom Rechtsstandpunkte abgesehen, opportun sein möchte, gegen diejenigen Häuser und Institute, welche dem Unternehmen bisher mit ihrem Namen und Capital gedient haben, auf dem Wege der Klage vorzugehen, oder ob es rathsamer wäre, zuerst die neuen Subventionen durch die betheiligten Staaten votiren zu lassen und dann einen neuen Apell an das Finanz-Consortium zu richten. Die Verwaltungsmitglieder der Bahn nahmen gestern die ablehnende Erklärung des Consortiums einfach ad referendum, und behielten sich weitere Erklärungen vor.

Wir haben keinen Grund an der Richtigkeit dieser Mittheilungen zu zweifeln. Dass sie neue Bedenken bezüglich der Reconstruction des Unternehmens der Gotthardbahn hervorrufen, darf nicht verwundern, denn der Reconstructionsplan ist auf die Voraussetzung gebaut, dass die noch ausstehenden 20 Millionen Obligationen einbezahlt werden: wer soll, wer wird, wenn diese Voraussetzung nicht zutrifft, den Ausfall ersetzen? Immerhin wird durch die zweite Mittheilung die Bedeutung der ersten Nachricht erheblich abgeschwächt, denn wie es nun den Anschein hat, will das Consortium durch Bestreitung der Rechtspflicht zur Einzahlung hauptsächlich Zeit gewinnen; der Reconstructionsplan ist abhängig von der Einzahlung der 20 Millionen, seinerseits macht nun das Finanz-Consortium seine Einzahlung abhängig von der Annahme des Reconstructionsplanes durch die betheiligten Staaten. Freilich hat das Finanz-Consortium bis jetzt nur gesagt: wir verweigern die Zahlung, wenn die Annahme des Reconstructionsplanes nicht erfolgt; nicht aber hat es auch hinzugesetzt: wir leisten die Zahlung, wenn die Annahme erfolgt. Doch wird die Wahrscheinlichkeit, dass das Letztere geschehe, um so grösser sein, je geringere Aussicht das Consortium hat, einer gerichtlichen Verurtheilung zur Leistung der Einzahlung zu entgehen.

Einzig diese Rechtsfrage wollen wir erörtern.

In dem Vertrage betreffend Beschaffung des Baukapitals für die Gotthardbahn, welcher am 10. October 1871 in Bern zwischen Herrn Dr. A. Escher als dem Vertreter der Gotthard-Vereinigung schweizerischer Cantone und Eisenbahngesellschaften und Herrn geh. Commercienrath Hansemann, als dem Vertreter des Finanz-Consortiums (Berliner Discontogesellschaft, Darmstädter Bank, A. Schaffhausen'scher Bankverein und Bankhaus S. Oppenheim jun. & Comp. in Cöln) abgeschlossen ist, wurde bekanntlich das Actienkapital der Gotthardbahngesellschaft auf 34, das Obligationenkapital auf 68 Millionen Franken festgesetzt. Bezüglich der Beschaffung des Actienkapitals hat das Consortium die ihm laut dem Vertrage obliegenden Verbindlichkeiten (Einzahlung der zwei ersten Raten von je 20%) erfüllt. Was das Obligationenkapital betrifft, so haftet das Consortium für den ganzen Betrag desselben: drei Serien, die erste von 12, die zweite und dritte von je 18 Millionen Franken, sind einbezahlt, die vierte von 20 Millionen Franken wäre nunmehr einzubezahlen.

Bezüglich der vom Consortium zu erlegenden Caution und des Gerichtsstandes bei allfälligen Streitigkeiten unter den Contrahenten bestimmt der § 11 des Vertrages Folgendes:

Das Consortium ist verpflichtet, für die Uebernahme der Obligationen eine Caution zu bestellen, welche jeweilig 20% des nicht abgenommenen Theiles der Obligationen betragen und in Obligationen der [Gotthardbahn-] Gesellschaft geleistet werden soll. Der Vereinbarung bleibt vorbehalten, ob die Caution auch in anderen Effecten als Obligationen der Gesellschaft bestellt werden darf.

Während der Dauer der gemäss vorstehenden Bestimmungen zu bestellenden Caution nehmen die Betheiligten für die Erfüllung der ihnen aus der Uebernahme von Obligationen obliegenden Verpflichtungen in der schweizerischen Bundesstadt gerichtliches Domicil. Die betreffenden an sie ergehenden Anzeigen und Ladungen können auf der schweizerischen Bundeskanzlei gültig abgegeben werden.

Auf diesem Vertrage beruht der Finanzausweis, welchen die Gotthardbahngesellschaft dem Bundesrathe geleistet hat. Diese Gesellschaft constituirte sich durch die Statuten vom 1. November 1871, welche am 3. November gl. J. die Genehmigung des Bundesrathes erhielten.

Ueber die Gründe, welche das Consortium geltend macht, um eine nunmehrige Zahlungsweigerung zu rechtfertigen, erfahren wir aus den obigen Mittheilungen der „Frankfurter Zeitung“ nur so viel, dass die „veränderten Verhältnisse“ angeführt werden und der früheren Abmachung ein bloss bedingter Charakter zugeschrieben wird. Für Letzteres haben wir in dem Vertrage vom 10. October 1871 keine Anhaltspunkte gefunden, dagegen begreifen wir sehr wohl, dass ein preussischer Jurist auf die veränderten Umstände Gewicht legt. Unter diesen veränderten Umständen kann nichts Anderes gemeint sein, als die gegenwärtige Finanzlage der Gotthardbahngesellschaft, die, wie ja schon der Curs der Obligationen und Actien dieser Bahn zeigt, einem Gläubiger heute weniger Garantie darbietet, als man es im Jahre 1871 angenommen hatte. Stünde der Vertrag vom 10. October 1871 unter preussischem Recht, so würden wir selbst gegen die von jenem Juristen ausgesprochene Ansicht nicht viel einwenden.

Die Verpflichtung, welche das Consortium mit Beziehung auf die Beschaffung des Obligationskapitals eingegangen hat, ist nämlich nicht ein Darlehen (denn dieses besteht in dem Hingeben des geliehenen Geldes), sondern ein Darlehens versprechen, und das preussische Landrecht behandelt ein solches Darlehensversprechen vom Standpunkte einer älteren, aus dem römischen Rechte entlehnten Doctrin aus. Das römische Recht anerkannte nur diejenigen Verträge als rechtsverbindlich und einklagbar (als „Contracte“), welche unter eine der im Civilrecht speciell charakterisirten Voraussetzungen passten (so z. B. das Darlehen); Verträgen, welche nicht dahin gezählt werden konnten, versagte es die Einklagbarkeit und nannte sie „Pacta nuda“ (dahin gehört das Versprechen, ein Darlehen geben zu wollen). Obwohl nun heutzutage auch da, wo das

*) Wir beabsichtigten, zunächst die Besprechung einiger, den bekannten Vertrag des Pariser Comptoir d'Escompte mit der Nordostbahn betreffenden Fragen folgen zu lassen, hoffen aber, es werde den Lesern nicht unwillkommen sein, wenn wir einer Erörterung der inzwischen aufgetauchten und, wie es scheint, die Reconstruction des Gotthardbahnunternehmens bedrohenden Frage den Vortritt einräumen.