

# Der Kräfteplan eines versteiften Bogens mit Anwendung auf die Hagneck-Brücke

Autor(en): [s.n.]

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Die Eisenbahn = Le chemin de fer**

Band (Jahr): **6/7 (1877)**

Heft 10

PDF erstellt am: **16.05.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-5703>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

des jetzt im Besitze der Eidgenossenschaft befindlichen Platzes zu beliebigen andern Zwecken privater Natur in gänzlichem Widerspruch.

Hinsichtlich der Ausarbeitung eines definitiven Projectes auf Grund eines wesentlich veränderten Programmes dürften sich wohl die meisten Fachgenossen dem Wunsche anschliessen, der schon bei einem frühern ähnlichen Anlasse im Schoosse des zürcherischen Vereins geäussert wurde, dass nämlich in solchen Fällen zur Erlangung eines neuen Projectes auf wesentlich veränderten Grundlagen der Weg, wenn auch nicht einer freien Concurrenz, doch einer solchen unter den Verfassern der prämirten Pläne betreten werden möchte.

Die Besprechung schloss mit dem Ausdruck des Dankes an das eidg. Departement des Innern für die Gefälligkeit, mit welcher solches die Pläne den zürcherischen Fachgenossen wie dem Publikum überhaupt zur Besichtigung überlassen hat.

*Anmerkung der Redaction.*

Während der jetzigen Session der Bundesversammlung sind im Vorzimmer des Nationalrathes die Pläne mit Bericht aufgelegt, welche Architect *T i è c h e* im Auftrage des Departements des Innern zur Vergrösserung des bestehenden Nationalraths-Saales ausarbeitete, dessen Räumlichkeiten sich seit einiger Zeit als ungenügend erwiesen. Aus diesen Studien geht hervor, dass eine Vergrösserung nicht nur mit Uebelständen verbunden, sondern auch unzureichend wäre und man wird demnach dazu gelangen, eine Verlegung des Nationalraths-Saales in das neue Verwaltungsgebäude vorzuschlagen, wodurch allerdings das für dasselbe aufgestellte Programm ganz verändert werden müsste und eine neue Concurrenz unter den prämirten Architecten um so gerechtfertigter wäre.

**Der Kräfteplan eines versteiften Bogens mit Anwendung auf die Hagneck-Brücke.**

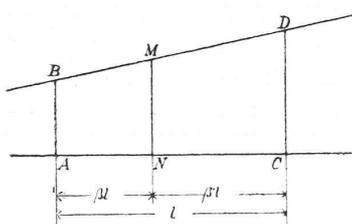
Mit 2 Tafeln als Beilage.  
(Schluss)

Betrachten wir nun das letztconstruirte Polygon als Kräftepolygon und bilden wir ein Seilpolygon (siehe Fig. 3), dessen Seiten parallel den Strahlen  $f_1, f_2$  etc. laufen und dessen Ecken auf den Horizontalen durch die Mitte von den  $\Delta s$  liegen, so liegt der Schnitt der äussersten Seiten dieses Polygons auf der Horizontalen durch den Schwerpunkt des Gesamtbogens, also ist der Abstand desselben von der  $X$ -Achse (Linie  $AB$ ) gleich  $y_\sigma$  und die Abschnitte auf der  $X$ -Achse sind in Folge der Aehnlichkeit der durch die entsprechenden Polygonseiten in Fig. 2 und 3 gebildeten Dreiecke gleich:  $\frac{y \Delta x}{\sigma z''}$ .

Nehmen wir jetzt diese Linie der  $\frac{y \Delta x}{\sigma z''}$  als Kräftepolygon und  $y_\sigma$  als Poldistanz und construiren in Fig. 4 ein weiteres Seilpolygon, dessen Seiten senkrecht zu denen des Kräftepolygons Fig. 3 stehe und dessen Ecken auf den Verticalen durch die Mitten der  $\Delta s$  liegen, so sind die Abschnitte zwischen zwei Polygonseiten auf den Auflagerverticalen:

$$\frac{x y \Delta x}{y_\sigma \sigma z'''} \text{ und } \frac{x' y \Delta x}{y_\sigma \sigma z'''}.$$

was ebenfalls aus der Aehnlichkeit der durch die entsprechenden Strahlen gebildeten Dreiecke im Kräfte- und Seilpolygon erhellt. Eine Ordinate des Polygons (siehe Fig. 4) ist: \*)



\*) Der Beweis hiefür mag durch beistehende Figur und durch folgende Ableitung gegeben sein:

$$\begin{aligned} \frac{MN}{CD} &= \frac{\beta l}{l}; \quad \frac{MN - AB}{CD - AB} = \frac{\beta l}{l} = \beta; \\ (1 - \beta) &= \beta'; \quad \beta' l + \beta l = l \\ MN &= AB + (CD - AB) \beta = AB(1 - \beta) + CD \beta. \\ MN &= \beta' AB + \beta CD = \frac{\beta' l AB + \beta l CD}{\beta' l + \beta l} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u'_x &= \frac{\beta l \sum x y \frac{\Delta x}{y_\sigma \sigma z'''} + \beta l \sum x' y \frac{\Delta x}{y_\sigma \sigma z'''}}{\beta' l + \beta l} \\ &= \frac{1}{y_\sigma \sigma} \left( \beta l \sum x y \frac{\Delta x}{z'''} + \beta \sum x' y \frac{\Delta x}{z'''} \right) \end{aligned}$$

Somit wäre eine der beiden gesuchten Grössen  $u_x$  und  $u'_x$  gefunden. Die Grösse  $u_x$  erhalten wir nun unmittelbar in Fig. 5, indem wir wiederum die Linie der  $\frac{y \Delta x}{\sigma z''}$  (Fig. 3) als Kräftepolygon und  $y_\sigma$  als Poldistanz annehmen und mit diesem in Fig. 5 ein Seilpolygon construiren, dessen Seiten parallel zu den entsprechenden der Fig. 3 laufen und dessen Ecken wiederum auf den Horizontalen durch die Mitten der  $\Delta s$  liegen. Die letzten Polygonseiten schneiden sich auf der Horizontalen durch den Antipol der  $X$ -Achse in Bezug auf die Centralellipse des Gesamtbogens und somit ist  $u_x$  der gesuchte Abstand des Antipols von der  $X$ -Achse.

Damit sind wir im Stande nach Obigem die Kräfteschnittlinie zu construiren.

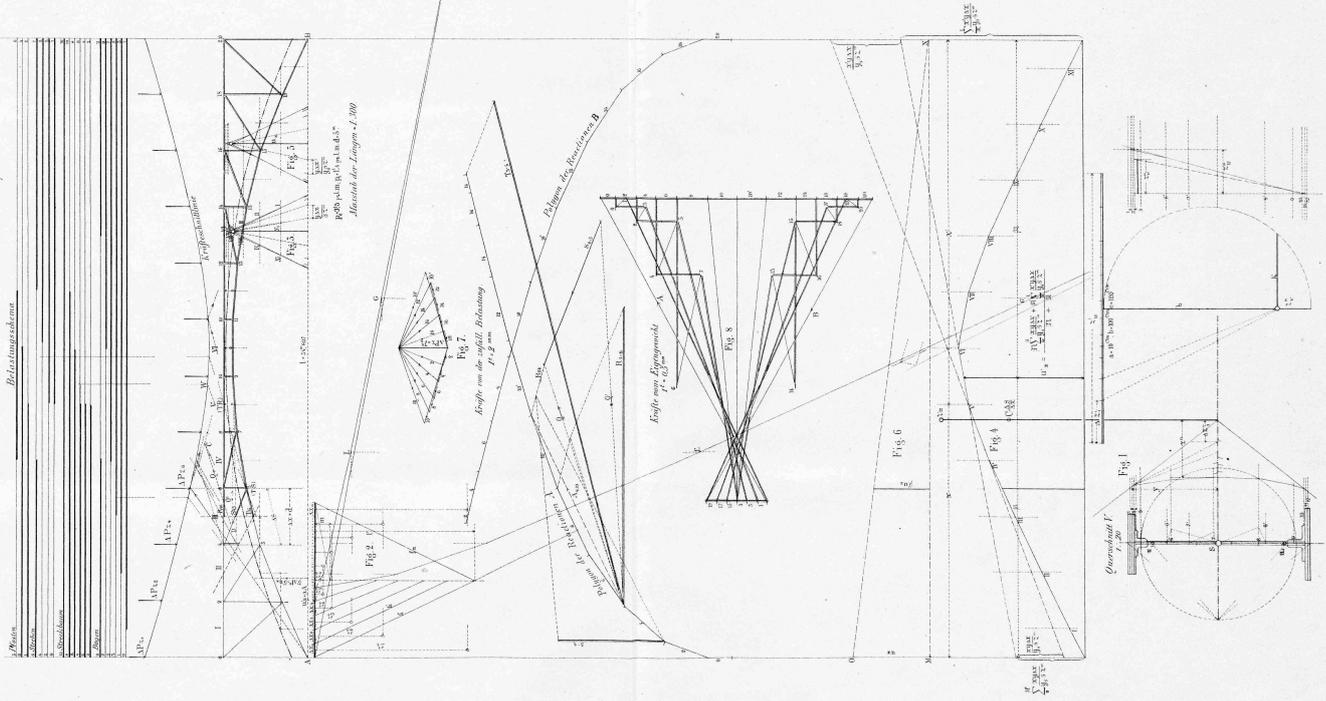
In Fig. 6 wurde zunächst  $u_x$  auf der Verticalen durch's Auflager  $A$  aufgetragen und indem wir  $MN$  und  $ON$  ziehen, bilden wir für jeden Schnitt das entsprechende  $\beta' u_x$ , so dass wir in Fig. 4 und 6 die zusammengehörigen  $u'_x$  und  $\beta' u_x$  übereinander haben.

Für  $\Delta Pz_6$  wurden diese Grössen stark ausgezogen und durch Auftragen derselben am Auflager  $A$  der Punkt der Kräfteschnittlinie in  $\Delta Pz_6$  gefunden. Auf dieselbe Weise wurden die Punkte der Kräfteschnittlinie in den übrigen  $\Delta Pz$  construirt und durch Verbindung derselben die Curve hergestellt, die uns in den Stand setzt, die ungünstigste Belastung und damit die ausserhalb wirkende Kraft für jeden Schnitt zu bestimmen und dieselbe nach den geschnittenen Constructionstheilen zu zerlegen.

Die Constructionen hiefür wurden blos für den Schnitt  $III$  ausgezogen, um nicht undeutlich zu werden. Ausführlicher, als es uns im Folgenden möglich war, findet der Leser das dazu nöthige Verfahren in: „Die äusseren und innern Kräfte an statisch bestimmten Brücken- und Dachstuhlconstructionen“ von Ludwig Tetmajer, am Gelenkbogenträger erläutert, bei welchem blos an die Stelle unserer oben construirten Kräfteschnittlinie die Verbindungslinie des Gelenkes mit den Widerlagern treten.

Die ungünstigste Belastung für einen Constructionstheil ist nach der Fachwerktheorie diejenige, bei welcher die Summe der ausserhalb wirkenden Kräfte in Bezug auf den Schnittpunkt der beiden andern geschnittenen Constructionstheile denselben Dreh-sinn besitzt, weil sie das Moment in Bezug auf diesen Schnittpunkt zum Maximum macht. Wollen wir also z. B. für den Streckbaum  $R_{46}$  im Schnitt  $III$  die ungünstigste Belastung bestimmen, so ziehen wir vom Schnittpunkt ( $TS$ ) der beiden andern geschnittenen Constructionstheile  $T_{35}$  und  $S_{45}$  nach  $A$  und  $B$  Gerade und verlängern sie bis zur Kräfteschnittlinie. Die Linie  $B(TS)$  trifft die Kräfteschnittlinie nicht mehr, dagegen schneidet  $A(TS)$  sie im Punkt  $W$ , den wir hinaufprojiciren. Bringen wir eine Kraft zwischen dem Auflager  $A$  und dem Schnitt  $III$  an und setzen sie mit der Reaction  $A$  zusammen, so bildet die entgegengesetzt gerichtete rechtsseitige Reaction  $B$  die Summe der ausserhalb wirkenden Kräfte. Diese Kraft dreht um ( $TS$ ) im positiven Sinn und beansprucht den Streckbaum  $R_{46}$  rückwirkend. Tritt die Einzellast  $P$  zwischen Schnitt und den Punkt  $W$ , so reducirt sich die Summe der ausserhalb wirkenden Kräfte auf die linksseitige Reaction  $A$ , die ebenfalls noch positiv

KRÄFTEPLAN ZUR HAGNECK-BRÜCKE.



Seite / page

leer / vide /  
blank

um (TS) dreht, also noch rückwirkend beansprucht. Rückt die Kraft  $P$  über den Punkt  $W$  hinaus, so bleibt zwar die Widerlagerreaction  $A$  die ausserhalb wirkende Kraft, dreht jedoch negativ um den Punkt (TS), bewirkt also Zug im Streckbaum. Folglich müssen wir vom Auflager  $A$  bis  $W$  belasten, um die grösste Druck-, oder von  $W$  bis  $B$ , um die grösste Zugbeanspruchung hervorzubringen.

Dasselbe Verfahren wurde, da die Brücke symmetrisch, bei allen einzelnen Constructionstheilen der linken Brückenhälfte angewandt und die Belastungen über dem Bogen schematisch in vier Gruppen in Form von Geraden dargestellt, bei welchen der stark ausgezogene Theil die maximale Zugbeanspruchung ausdrückt, wobei erwähnt werden möge, dass allemal die dem Punkt  $W$  nächstliegende Fachmitte als Grenze angenommen wurde, da wir uns die zufällige Belastung in den Knotenpunkten concentrirt dachten. Für den mittleren Theil des Bogens, der voll construirt ist, treten bei der Bestimmung der ungünstigsten Belastung an die Stelle der Schnittpunkte der beiden andern geschnittenen Constructionstheile die Antipole der äussersten Fasern, die in den Schnitten eingetragen und entsprechend benutzt wurden.

Beim Bogen, Streckbaum und bei den Pfosten ist von vornherein die Druckbelastung als die maximale zu erkennen, bei den Streben jedoch ist jedesmal zu untersuchen, welche Beanspruchung die grösste Kraft in derselben hervorbringt.

Nach der Bestimmung der ungünstigsten Belastung bleibt nur noch die Kräftezerlegung übrig, die in zwei getrennte Arbeiten zerfällt, nämlich in die Kräftebestimmung für die zufällige Belastung und in diejenige für das Eigengewicht.

Die erste geschah in Fig. 7. Es wurden die einzelnen Reactionen  $A$  und  $B$  in Richtung und Grösse in den beiden mit „Polygon der Reactionen  $A$ “ und „Polygon der Reactionen  $B$ “ bezeichneten Kräftepolygone zusammengesetzt und mit den entsprechenden Nummern versehen, so dass man direct durch Unterspannung der durch das Belastungsschema angegebenen Belastungen die entsprechende Reaction in Richtung und Grösse erhält. (Ausgezogen sind nur die Constructionen für den Schnitt III.)

Nehmen wir als Beispiel die Strebe  $S_{45}$ . Laut Belastungsschema wird die Strebe  $S_{45}$  am meisten auf Zug beansprucht, wenn die Knotenpunkte 0, 2, 4, 6, 8 und 10 total belastet sind. Da der Schnitt III zwischen 4 und 6 liegt, so sind für die Belastungen 0, 2 und 4 die zugehörigen entgegengesetzt genommenen Reactionen des Auflagers  $B$  die ausserhalb wirkenden Kräfte; für die Knotenpunkte 6, 8 und 10 jedoch sind es die entsprechenden Reactionen des Auflagers  $A$ . — Unterspannen wir in Fig. 7 die eben genannten Reactionen und ziehen zu den in der Zeichnung mit  $A_{6-10}$  und  $B_{2-4}$  bezeichneten Reactionen entsprechend Parallele durch die Auflager  $A$  und  $B$ , so schneiden sich dieselben im Punkt  $C$ . Dies ist der Angriffspunkt der Mittelkraft  $Q$ , die wir im Kräftepolygon (Fig. 7) in Grösse und Richtung erhalten. Ziehen wir jetzt durch den Angriffspunkt  $C$  eine Parallele zu  $Q$  bis zum Schnitt  $D$  mit der Strebe  $S_{45}$  und verbinden  $D$  mit dem Schnittpunkt (TR) der beiden anderen geschnittenen Constructionstheile, so erhalten wir die Richtung  $Q'$  und indem wir durch die Endpunkte von  $Q$  in Fig. 7 die Parallelen zu  $Q'$  und  $S_{45}$  ziehen, ergibt sich uns in der Strebe  $S_{45}$ , im Kräftemaassstab gemessen, die Grösse der maximalen Zugkraft in der Strebe  $S_{45}$ .

Die Beanspruchung durch das Eigengewicht wurde in Fig. 8 nach Cremona bestimmt, wobei das Eigengewicht in den oberen und unteren Knotenpunkten concentrirt gedacht wurde, sodass die ersteren 11,7 Tonnen, die letzteren 5,8 Tonnen übernehmen. In dem mittleren Theil, wo der Bogen voll construirt ist, wurde mit einer Drucklinie, die sich dicht an die gemeinschaftliche Schwerpunktslinie anschmiegt und der Kleinheit des Masstabes wegen nicht eingezeichnet wurde, zur anderen Hälfte übergegangen und die symmetrische Construction vollzogen.

Die Zerlegung des Eigengewichts geschah nur der Vollständigkeit halber, da in den meisten Fällen die Montirung der Brücke an Ort und Stelle geschieht, wo der Bogen allein nach und nach das ganze Eigengewicht der Brücke aufnehmen muss und daher die Berücksichtigung des Eigengewichts für die anderen Constructionstheile keinen Sinn hat. Nur wenn die

Brücke auf dem Werkplatz montirt und fertig zusammengesetzt an den Ort der Bestimmung gebracht wird, ist die in Fig. 8 vorgenommene Zerlegung am Platz.

Zum Schluss möge hier noch die Berechnung der Beanspruchung pro  $\square \%$  für den Querschnitt in der Mitte der Brücke folgen.

Nach Seite 591 der „graphischen Statik“ ist die Reaction von der Temperatur herrührend:

$$\Delta A = \varepsilon a b \frac{c}{y\sigma} \frac{h}{\sigma u_x}$$

In unserem Falle sind:

$$\varepsilon = 2000 \quad y\sigma = 650$$

$$a = 10 \text{ } \%$$

$$h = 0,035, l = 0,035 \cdot 54,807 = 1,918$$

$$b = 100 \text{ } \%$$

$$\sigma = l \Sigma \frac{1}{z''''} = 750,86$$

$$c = 120 \text{ } \%$$

$$u_x = 667,5$$

also:

$$\Delta A = \frac{2000 \cdot 10 \cdot 100 \cdot 120 \cdot 1,918}{650 \cdot 667,5 \cdot 750,86} = 1,41 \text{ Tonnen.}$$

Die Beanspruchung von der Temperatur herrührend pro  $\square \%$  folglich:

$$q_t = \frac{\Delta A}{F_{VI}} \left(1 + \frac{c'}{i}\right)^* = \frac{1,41}{332,4} \left(1 + \frac{52}{2}\right) = 0,112 \text{ Tonnen.}$$

Die Beanspruchung von der zufälligen Belastung pro  $\square \%$ :

$$q_z = \frac{Q_z}{F_{VI}} \left(1 + \frac{c'}{i}\right) = \frac{35,5}{332,4} \left(1 + \frac{52}{93}\right) = 0,166 \text{ Tonnen.}$$

Die Beanspruchung endlich vom Eigengewicht herrührend pro  $\square \%$ :

$$q_e = \frac{Q_e}{F_{VI}} \left(1 + \frac{c'}{i}\right) = \frac{89,5}{332,4} \left(1 + \frac{52}{93}\right) = 0,420 \text{ Tonnen}$$

Die drei Beanspruchungen zusammen ergeben:

$$q_t + q_z + q_e = q = 0,698 \text{ Tonnen pro } \square \%$$

Somit bleibt die Beanspruchung in den gebotenen Grenzen.

#### Berichtigung.

In der vorigen Nummer 9, Seite 65, erste Colonne, soll es in der Anmerkung heissen  $A$  anstatt  $A'$ ; Seite 66, erste Seite, siebente Zeile lies: ~~dennoch bleibt~~, anstatt demnach bleibt.

L. v. Willmann, Ing.

\* \* \*

#### Zur Sanirung der schweizerischen Eisenbahnen.

##### Correspondenz.

Die Mode wechselt. Vor wenigen Jahren noch machte Jedermann in neuen Eisenbahnen. Heute haben dieselben Leute jeder ein Recept für die Sanirung der Eisenbahnen in Bereitschaft. Die Oesterreicher haben nach dem Wiener Krach diesen schönen Ausdruck erfunden, um etwas Tiefsinniges, Geheimnisvolles damit anzudeuten; denn ein Sanitätsrath ist ja auch eine viel tiefsinnigere Behörde, als ein alter Gesundheitsrath.

Die grossen Sanirungsrecepte laufen bei uns, wie damals in Oesterreich, so ziemlich auf das Gleiche heraus. Man sucht einem Dritten das schlecht gewordene Geschäft anzuhängen und dieser Dritte soll sein das gute Schweizervolk. Aber man macht bei dieser Speculation die Rechnung ohne den Wirth. Wenn die Bundesversammlung dazu kommen sollte, dem Volke einen solchen Vorschlag vorzulegen, so würde sie sich sicher eine Antwort holen, welche an Deutlichkeit nichts zu wünschen übrig liesse.

\*)  $c'$  ist die Entfernung der äussersten Faser des Querschnittes vom Schwerpunkt desselben;  $i$  ist die jedesmalige Entfernung der neutralen Faser des Querschnittes vom Schwerpunkt, oder die Entfernung der Antipolaren des Angriffspunktes der Kraft in Bezug auf die Centralellipse des Querschnittes vom Schwerpunkt desselben.