Zeitschrift: Mémoires de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles
Herausgeber: Société Vaudoise des Sciences Naturelles
Band: 1 (1922-1924)
Heft: 7

Artikel: Elasticité et symétrie du quartz aux températures élevées
Autor: Perrier, Albert / Mandrot, R. de
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-287448

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 16.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Mémoires de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles
N° 7 1923

Elasticité et symétrie du quartz aux températures élevées.

PAR

ALBERT PERRIER et R. de MANDROT

I. BUTS ET ESQUISSE GÉNÉRALE DE CES RECHERCHES

1. Les présentes recherches sont en corrélation avec d'autres, entreprises pour soumettre à l'expérience les conséquences d'hypothèses formulées par l'un de nous sur la pyroélectricité et la piézoélectricité [1]. Une des prévisions, la disparition de la piézoélectricité du quartz au point $\alpha\beta$ a déjà été vérifiée ; une étude quantitative de la variation thermique générale des modules piézoélectriques est en préparation, mais sa grande difficulté la retarde. L'interprétation théorique précise de ces phénomènes requiert au premier chef la connaissance de l'élasticité en fonction de la température ; c'est là un point de départ du travail publié.

Mais, à côté de cette importance dans le cadre des recherches rappelées, nous estimions qu'il présente en lui-même un intérêt plus général : on ne peut pas dire que la dépendance de l'élasticité des solides et de la température soit bien connue. Il existe, certes, de bons travaux qui ont attaqué ce problème; mais, sauf une ou deux exceptions, ils sont guidés par des intentions industrielles et se limitent à des intervalles de température étroits; leurs possibilités d'interprétation théorique sont restreintes. Et surtout ils concernent tous des métaux usuels, soit des *agrégats*

[1] *Alb. Perrier :* Hypothèse de polarisations diélectriques spontanées et quelques-unes de ses conséquences expérimentales. — Soc. suisse de physique, Berne 1916. Arch. sc. phys. et nat. (4) t. 41, p. 493.
A. Perrier et Mlle *H. Roux :* Sur la possibilité de la calorimétrie adiabatique, etc. Mémoires Soc. vaudoise Sc. naturelles. 1923 N° 3 ; résumé : Soc. suisse de physique, Genève, 1923.
Samuel Gagnebin : Sur la var. thermique des const. diélectriques du quartz (paraît prochainement aux Archives des sc. physiques et nat. 1923).

microcristallins; nous n'avons pu trouver *aucune recherche à haute température sur des individus cristallins bien déterminés.* Nos expériences, au contraire, rentrent exactement dans cette ligne ; pendant leur exécution, qui, par suite d'empêchements divers, a duré des années, le développement rapide, dû aux rayons de Röntgen, des connaissances sur les réseaux cristallins, et les hypothèses sur les forces interatomiques, sont venus accentuer cet intérêt.

Cela nous a engagés à étendre le domaine de recherches davantage que ce n'était notre intention primitive, dans le but d'apporter des contributions plus riches à la connaissance future des énergies potentielles inhérentes à la structure solide.

Enfin, la transformation $\alpha\beta$ du quartz se révélant dès acquis les premiers résultats sûrs, comme particulièrement caractéristique et intéressante, il nous a paru indiqué d'élargir encore notre programme dans une direction qui nous permît de fixer rigoureusement par voie de symétrie la différence entre les état α et β.

* * *

Le tableau complet des propriétés élastiques du quartz exige la connaissance de six modules (s_{11}, s_{33}, s_{44}, s_{12}, s_{13}, s_{14} dans la notation de W. Voigt[1]). Le tableau, qui exige des expériences de traction (ou flexion) et de torsion, a été dressé à température ordinaire par ce savant. Les *modules de traction* suffisent entièrement à notre but, et nous avons choisi une fois pour toutes pour leur mesure la flexion de parallélépipèdes minces sur deux appuis et par une charge unique au milieu.

Ces lames ont été taillées à la précision de l'optique suivant des orientations convenables, soit la longueur dans la direction où l'on veut connaître le module, les autres arêtes en sorte que les flexions soient *exemptes de torsion.*

Le but poursuivi suppose que, non seulement les échantillons en essai, mais les dispositifs de flexion, puissent être maintenus dans un four électrique à des températures s'élevant jusque vers 1200°. Cela suscite des obstacles d'ordres mécanique, thermique et optique, sans parler de l'extrême fragilité de la matière durant sa transformation. Une notable partie du temps a été consacrée à la mise au point de cette technique inexplorée et qui exige une grande attention ; toutes les difficultés ont pu néanmoins être surmontées.

[1] *W. Voigt:* Lehrbuch der Kristallphysik, Kap. VII, Absch. VI et VII.

* * *

Grâce à cela, nous avons pu atteindre tous les résultats que nous avions en vue. Marquons-en ici seulement les aspects généraux.

Tous les phénomènes se sont montrés dans les conditions d'observation, soit thermiquement, soit mécaniquement réversibles. Il ne s'est manifesté qu'une exception apparente, faisant ressortir, comme cela devait être, une différence nette entre grandeurs isothermiques et grandeurs adiabatiques.

On a relevé les courbes complètes représentant les modules d'Young parallèle et normal à l'axe optique ($E_{\parallel} = 1/s_{11}$, $E_{\perp} = 1/s_{33}$) jusqu'au delà de 1100° ; ces courbes manifestent des caractères très prononcés et une très grande sensibilité du phénomène élastique aux modifications de la matière. L'amplitude de variation du module normal par exemple s'étend sur un intervalle relatif de 1 à 4.

Une conclusion précieuse peut déjà être tirée au sujet de la piézoélectricité aux températures peu élevées.

La transformation $\alpha\beta$ s'accuse avec une acuité extrême, les variations des constantes allant s'accélérant dans son voisinage *au-dessous et au-dessus.*

Nous avons pu enfin relever les courbes thermoélastiques pour deux directions symétriques à $\pm$ 50° de l'axe ternaire. Leur différence, fortement accusée au-dessous de 576°, *est nulle au delà.* Ce qui nous a conduits à des conclusions très nettes au sujet des symétries respectives des deux états du quartz et, par conséquent, sur la nature du passage [1].

II. DISPOSITION DES EXPÉRIENCES

2. Les dispositifs mécaniques.

L'appareil de flexion est essentiellement un petit tréteau (fig. 1), plaquette horizontale portant deux appuis parallèles ; la lame en essai est posée à plat sur ceux-ci et la flexion est provoquée par des poids suspendus au milieu de la lame par l'intermédiaire d'un étrier et d'un petit plateau. Les appuis sont le point le plus délicat de ce dispositif. Il est absolument nécessaire que les efforts d'appui et de flexion soient répartis uniformément sur trois droites parallèles. Après divers essais avec de la porcelaine et autres substances, seules

[1] Des résumés de ces résultats ont été publiés déjà : Comm. Soc. suisse de physique, Berne, 1922. Arch. Sc. phys. et nat. (5) 4, p. 367 et C. R. 175, p. 622 (1922).

les arêtes aiguës de petits *prismes de quartz fondu*, taillés spécialement à la précision de l'optique, ont pu donner satisfaction. Les autres pièces étaient en porcelaine, quartz, stéatite, suivant les cas. Leur fixité réciproque était en général assurée par de la pâte de kaolin avec très peu de silicate soluble. La réalisation du parallélisme des tranchants des couteaux (prismes) fixes a demandé beaucoup de patience ; le tréteau n'a jamais été utilisé avant vérification attentive de ce parallélisme, subséquente à la cuisson soignée de tout le système. La position du couteau fléchisseur donne lieu à des remarques analogues ; ici, c'est essentiellement la suspension des poids (à l'extérieur du four) qui s'est avérée plus délicate qu'il ne paraîtrait.

Un petit tréteau, découpé dans une seule pièce de stéatite après cuisson soigneuse au-dessus de 1000° n'a pas réalisé les avantages que nous en attendions.

Les tréteaux étaient simplement posés par leurs deux bords parallèles sur la paroi intérieure du four. Ces bords étaient dressés en sorte que la fixité soit suffisante. Le four lui-même reposait sur deux plots de ciment et une table très massive.

3 Les dispositifs optiques (mesure des flèches).

Etant donnée une lame de section rectangulaire uniforme (largeur b, épaisseur d) fléchie par un effort F en son milieu, la distance entre appuis étant l, la flèche produite h, la théorie de l'élasticité conduit pour le module d'Young à la formule bien connue

$$E = \frac{F\, l^3}{4\, b\, d^3\, h}$$

valable rigoureusement si l est suffisamment grande devant b et d.

Les grandeurs b, d, l se mesurent à loisir une fois pour toutes, F est donnée directement par des poids. Reste comme observation délicate celle de la flèche h.

Il ne pouvait être question d'une mesure micrométique directe dans un four pouvant dépasser 1000°. Nous avons adopté le procédé de A. Kœnig [1], consistant à fixer aux extrémités de la lame fléchie deux miroirs parallèles, l'observation revenant à celle de l'angle dont tournent dans le plan vertical les rayons lumineux réfléchis successivement sur les deux miroirs lorsque ceux-ci tournent par

[1] *A. Kœnig :* Wied's Annalen 28 (1886), p. 108.

la déformation de la lame. Une lunette horizontale et une échelle verticale étant placées de part et d'autre du système, on lit le déplacement apparent (n divisions) de l'échelle vue à travers la lunette

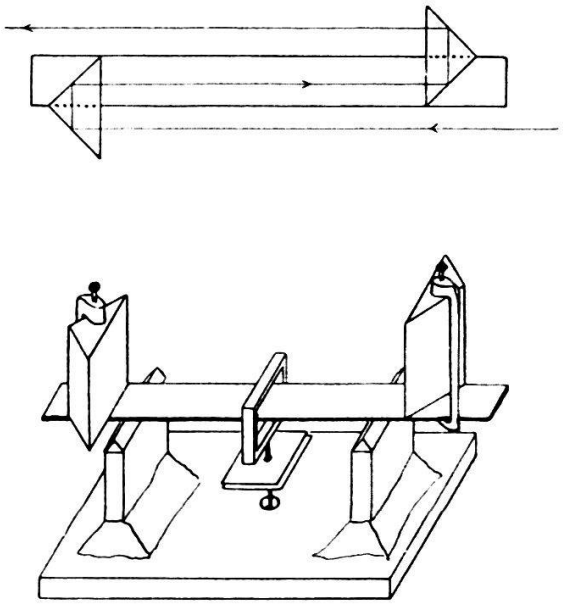

FIG. 1.

par l'intermédiaire des deux miroirs lorsque la flexion provoque une rotation i de chaque miroir (i est en même temps l'angle de rotation des extrémités de la lame) ; on voit facilement que

$$tg\ i = \frac{n}{2L + 4D}$$

L désignant la distance entre les deux miroirs, D celle de l'échelle à celui sur lequel les rayons sont réfléchis en premier lieu ; qu'en outre

$$h = \frac{1}{3}\, l \,.\, tg\ i$$

Valeur qui, substituée, donne pour E l'expression :

$$E = \frac{3F\ l^2\ (2D + L)}{2n\ bd^3}$$

On peut, comme dans les procédés optiques similaires, accroître la sensibilité à proportion de la distance de l'échelle.

A ces températures, il était impossible, bien entendu, de s'adresser à des miroirs ordinaires. Nous avons fait tailler dans un bloc choisi de quartz fondu deux petits prismes à réflexion totale (env. 0,7 cm³ hacun) et les avons fixés comme la fig. 1 le représente.

Après passablement d'expériences peu satisfaisantes, nous nous sommes arrêtés, pour cette fixation, à de petits étaux d'invar serrant les prismes contre la lame avec interposition d'une mince feuille de papier d'amiante. Cette simple précaution obvie complètement à des ruptures ou dislocations à haute température.

La lunette était un viseur de laboratoire d'un type courant. L'échelle, placée à deux mètres environ du milieu du four, était vivement éclairée par deux puissantes lampes à incandescence.

Cette disposition a suffi pour des observations jusque vers 900°, température à partir de laquelle l'*incandescence* des prismes, leur émission *lumineuse*, effaçait pour l'observateur les traits noirs de l'échelle.

Nous avons tourné la difficulté par l'artifice inverse d'une *échelle à traits lumineux :* pour que ce procédé soit opérant, il faut que l'*éclat* des traits soit bien plus considérable que celui des prismes (mieux encore, que la couleur soit différente). Une échelle à traits découpés dans du papier noir, appliquée contre un écran dépoli et éclairée en arrière par un arc voltaïque à proximité immédiate, a satisfait convenablement à ces exigences.

Ces dispositifs optiques très simples ont fonctionné durant toutes les expériences à complète satisfaction. Nous avions préalablement examiné quelques causes possibles d'erreur, inhérentes à leur choix, et que voici :

En premier lieu, les prismes ne remplacent plus rigoureusement des miroirs plans lorsqu'ils ne sont plus parallèles. Par suite du trajet des rayons dans leur intérieur et des quatre réflexions qu'ils y subissent sous des incidences de 45° environ, tout se passe comme si les rayons émergeant finalement étaient déplacés parallèlement à eux-mêmes ; la lecture faite est donc un peu trop grande. Nous avons fait le calcul de ce déplacement ; dans les circonstances où nous opérions, il est proportionnel à la déviation lue et de l'ordre de ½ % environ de celle-ci. Les valeurs données dans les tableaux tiennent compte de cette petite correction.

En second lieu, les rayons traversent les fenêtres des extrémités du four, soit deux plaques de quartz fondu. Les premières plaques dont nous disposions n'étaient pas très parfaites ; leur influence a été déterminée par quelques expériences spéciales avec lunette variablement inclinée ; elle a atteint jusqu'à 1 %, et on en a tenu compte. Par la suite, de nouvelles plaques plus parfaites n'ont plus rien accusé du tout.

En troisième lieu, la lumière traverse dans sa longueur le four

entier, où la température n'est uniforme que dans la région du mécanisme de flexion. Suivant la stratification des couches d'air vers les extrémités du four, les rayons doivent être incurvés. Ce fait paraissant particulièrement à redouter, nous avons fait une série d'essais à 550° et 850° en visant l'échelle avec la lunette sous des inclinaisons variées alternativement à travers le four débarrassé de l'appareil de flexion, puis sans le four. Les écarts sont restés en tout état de cause inférieurs à 0,4 division de l'échelle et dans le

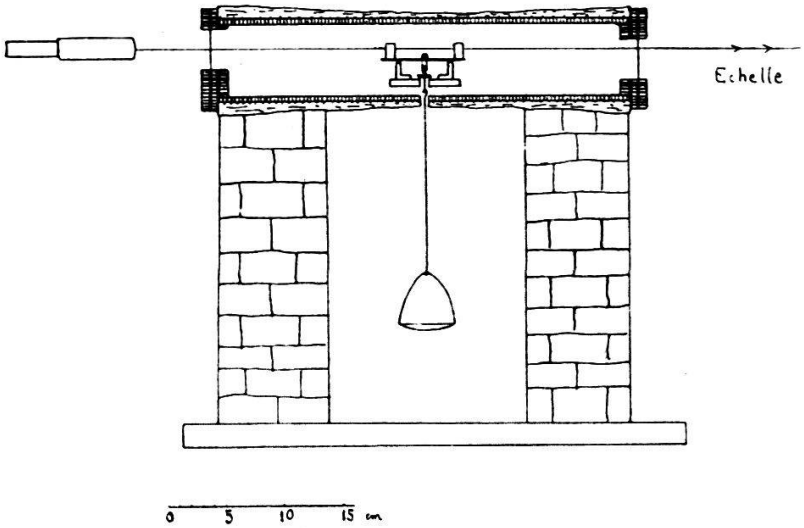

FIG. 2.

même sens. Or, les mesures se faisant toujours à travers le four, ce ne sont pas ces écarts qui interviennent mais leurs différences ; elles sont donc certainement négligeables. Aucune expérience, d'ailleurs, n'a jamais donné de soupçon qu'elles aient pu se manifester sensiblement.

Il faut remarquer enfin que la lame n'est pas déformée rigoureusement comme la formule établie théoriquement le suppose : elle est soumise constamment aux poids des prismes à réflexion totale et de leurs fixations, soit environ 3 gr. agissant à quelques mm. en dehors des couteaux d'appui, et puis aussi au poids des accessoires de flexion (couteau, étrier, suspension et plateau vide). Le principe de la superposition des efforts, bien connu dans l'étude de la flexion des poutres sur appuis, permet de déduire que ces effets parasites n'interviennent pas dans les résultats. Seule la disposition asymétrique des prismes réflecteurs peut prêter à discussion : nous nous sommes assurés par des essais à froid avec charges placées en conséquence que cette disposition n'avait pas d'effet nuisible appréciable.

Les corrections systématiques dues aux imperfections des lames et aux dilatations thermiques appartiennent par leur caractère à la discussion générale de la précision des expériences (v. § 8).

4. Réalisation et mesure des hautes températures.

Sur un tube de porcelaine d'environ 40 cm. de longueur et 6 cm. de diamètre intérieur, est disposé un enroulement de nichrome nu, à même la porcelaine. Tout est ensuite soigneusement garni de pâte de kaolin et recouvert d'un bandage de papier d'amiante. Les exigences d'uniformité de température sont ici très sévères, mais toutefois seulement dans l'intervalle de modification rapide $\alpha\beta$: vers la température $\alpha\beta$ elle-même (576°), tout écart quelque peu sensible entre des points différents de la lame, de même que toute variation légère par un mouvement d'air entraînent *presque infailliblement la rupture des échantillons* [1] ; une vingtaine de degrés au-dessous et au-dessus en outre, la variation de l'élasticité est anormalement accentuée, et il faut que l'échantillon ait une température bien déterminée et unique pour que la mesure ait un sens. En dehors de cet intervalle, l'influence thermique se réduit rapidement et une indication plus moyenne suffit.

Ce fait d'exigences localisées permet d'utiliser avec grand avantage le procédé d'isolement non uniforme ; le revêtement d'amiante a été progressivement renforcé vers les bouts jusqu'à obtention de la répartition thermique la plus favorable vers 575° ; elle n'est d'ailleurs pas notablement différente à d'autres températures. Les bouts étaient complètement fermés par deux bouchons discoïdes d'amiante épaisse ou de stéatite ; on avait ménagé au centre de chacun d'eux, pour la visée, une fenêtre fermée par une lame mince de quartz fondu ; nous avions essayé d'abord des lames clivées de mica, naturellement plus parfaites et d'une obtention très facile ; elles ne se sont pas montrées assez stables aux hautes températures.

La nécessité de faire agir les poids fléchisseurs *à l'extérieur du four* nous a conduits simplement à ménager une ouverture (diam. 8 mm. environ) au milieu de sa paroi cylindrique. Mais cette communication avec l'extérieur, dans la région la plus chaude, serait, sans précautions, une cause de perturbations thermiques graves, par convection et surtout par *rayonnement*. Nous avons pu y parer

[1] Tous les expérimentateurs qui ont dû employer la silice cristallisée à haute température signalent l'extrême difficulté de traverser sans rupture cette région de dilatation exceptionnellement rapide ; plusieurs l'ont déclaré impossible avec les moyens dont ils disposaient.

suffisamment par deux petites plaques (2-3 cm^2) réfractaires suspendues juste sous l'étrier à la tige métallique portant le plateau ; ces deux lames, séparées de quelques mm., fonctionnent à la fois comme écrans et comme chicanes.

Toutes précautions prises, la température variait de moins d'un degré en déplaçant horizontalement la soudure d'un couple explorateur de 6 cm. à l'emplacement des lames d'essai. L'uniformité dans la matière elle-même et sur la longueur active de 4 cm. entre appuis ne peut qu'être meilleure encore.

Pour l'observation de la température, la soudure d'un couple platine-platine rhodié était placée à proximité immédiate du milieu de l'échantillon fléchi (le contact est exclu par les exigences mécaniques) ; la lecture se faisait sur un galvanomètre à lecture directe avec une sensibilité certaine du degré. L'étalonnement a été vérifié de temps à autre par points fixes.

Dans le voisinage immédiat du point $\alpha\beta$, les modifications sont tellement rapides, que nous avons ajouté un second couple, destiné uniquement à surveiller la *constance de la température.* Celui-là était d'argent/constantan fermé par un galvanomètre sensible sur un montage potentiométrique ; la sensibilité atteignait le centième de degré, et de la sorte nous pouvions maintenir facilement les fluctuations accidentelles de la température dans un intervalle inférieur au dixième de degré.

5. Mise en place du système fléchisseur.

Cette opération demande beaucoup de minutie, car les lames d'essai et les trois couteaux sont parfaitement polis, et ils doivent simplement reposer les uns sur les autres. Le four étant bien calé horizontalement, on pose à l'une de ses extrémités et à l'intérieur tout le système : tréteau d'appui, lame avec ses prismes, étrier fléchisseur avec les écrans de protection thermique. Puis on le pousse très lentement jusqu'au centre du four par l'intermédiaire d'une règle bien guidée. Une fois à son emplacement définitif, on suspend le reste du système fléchisseur par le trou latéral dont il a été question. La position du système est avantageusement vérifiée en visant sur les arêtes des prismes-miroirs à l'aide d'un fil à plomb. Il est manifeste que, durant cette mise en place, les moindres à-coups peuvent provoquer des dérangements nuisibles. Les positions relatives ont été systématiquement vérifiées après les expériences en ressortant le système par l'autre extrémité du four avec les

mêmes précautions. De petits traits à l'encre sur les lames rendaient ce contrôle aisé.

Les nombreuses difficultés rencontrées lors de toutes les mesures antérieures d'élasticité de cristaux et à température ordinaire seulement engageaient à multiplier les contrôles [1].

Nous avons constaté par des expériences spéciales que la position longitudinale de la lame importe peu, que la tolérance de position du couteau fléchisseur est de 0,2-0,3 mm. environ dans le même sens, de 2-3 mm. dans le sens transversal, de quelques degrés en direction.

En outre, quelques lames très bien taillées ont été étudiées préalablement à froid, sur un montage à part différent de celui du four.

6. Modes d'opérer.

Tout l'appareil mécanique étant en place, on installe le ou les couples, on ferme le four et on règle la visée, toutes opérations n'offrant rien de particulier. On exécute alors une mesure soignée à température ordinaire. Cette mesure sert de témoin et est répétée systématiquement après tout série à haute température ; on a rejeté complètement les quelques séries pour lesquelles il y a eu divergence entre les déterminations de départ et celles de retour.

On chauffe à température désirée avec du courant alternatif ou du courant d'accumulateurs suivant la délicatesse des points à relever. En général, il suffit d'attendre quelques minutes à température constante pour obtenir la fixité des flexions.

A chaque température, nous avons opéré avec deux poids différents au moins (jusqu'à 100 gr.) en alternant leur action dans un ordre divers et interposant des vérifications du zéro. La proportionnalité des efforts et des flexions s'est toujours vérifiée dans les limites de précision des expériences.

Nous avons noté déjà et la délicatesse des mesures dans le voisinage de 576° et la difficulté du passage par ce point. Des expériences préalables avec des échantillons peu précieux ont fixé les précautions grâce auxquelles nous avons pu faire des observations durant de nombreux mois sur les lames bien taillées sans briser aucune d'entre elles. Le four étant soigneusement construit et fermé comme il a été dit, l'opérateur agit sur les rhéostats de réglage du courant en observant à la fois la marche de la température et un chronoscope : il

[1] Voigt remarque par exemple qu'un grain de poussière entre la lame fléchie et un des couteaux introduit une erreur sensible !

s'arrange pour que la température, *au chauffage comme au refroidissement*, ne varie que de 1,5° par minute au plus dans la région dangereuse (intervalle d'une dizaine de degrés environ). Au-dessus et au-dessous, il n'y a pas de précautions particulières à prendre.

Nous avons, bien entendu, croisé de diverses façons les expériences à températures croissantes et décroissantes.

7. Les lames d'essai et leurs dimensions.

Nous avons pu disposer successivement, non sans de notables difficultés causées par les circonstances troublées de l'époque où les expériences étaient exécutées (1918-1921), de *trois* séries de lames (A, B, C).

Série A. — Deux lames (A1, A2) dont la longueur était pour l'une parallèle, pour l'autre perpendiculaire à un axe binaire, la plus petite dimension (épaisseur) étant pour toutes deux parallèle à l'axe ternaire.

Série B. — Trois paires de lames identiques deux à deux I, I′ ; II, II′ ; III III′ ; leur longueur est, dans les deux premières paires, parallèle à l'axe optique, dans la troisième perpendiculaire. Le plan des lames I et I′ est en outre normal à un axe binaire, celui de II et II′ parallèle à un tel axe. Le plan de III et III′ est parallèle à l'axe ternaire et à un axe binaire.

Série C. — Deux paires de lames IV et IV′, V et V′ dont les longueurs formaient respectivement des angles +50° et —50° avec l'axe optique, la largeur étant parallèle à un des axes binaires.

Nous avions fait réaliser dans les séries B et C chaque type de lame simultanément en double à cause des risques considérables de rupture au cours d'ensemble d'observations laborieuses. Nous avons vu que cette précaution a été heureusement rendue superflue par la minutie des réglages thermiques.

Dimensions. — Largeurs et épaisseurs (*b*, *d*) de toutes les lames ont été déterminées directement à l'aide d'un palmer de précision sensible à 0,001 mm. La parfaite exactitude de cet instrument a d'ailleurs été contrôlée au moyen d'étalons en acier à bouts. Des soins tout particuliers ont été apportés à la détermination des épaisseurs (lavage préalable des surfaces à l'alcool et la benzine, examen de l'effet de la pression du palmer), eu égard à leur petitesse (0,5-0,8 mm.) d'une part, à leur influence prépondérante sur le résultat du calcul, d'autre part. On faisait quatre pointés du palmer répartis sur une même section normale ; puis, ces opérations

étaient répétées en une dizaine de sections uniformément échelonnées dans l'espace entre appuis [1].

Les lames A étaient assez imparfaites par suite de la hâte avec laquelle elles ont dû être préparées et du choix très limité de matière disponible à ce moment. Elles ont été très utiles pour la mise au point et une première investigation pendant que l'on préparait les autres lames plus parfaites. Leurs dimensions étaient :

A1 : largeur moyenne 3,820 mm. ; épaisseur moyenne : 0,539 mm.
A2 : » » 3,826 » ; » » ; 0.556 »

Les six lames de la série B ont été toutes remarquablement bien taillées; leurs faces grandes et petites parfaitement polies et, par suite, leurs arêtes sans aucune éraflure. Nous transcrivons au tableau I pour une seule de ces lames à titre d'exemple les mesures complètes d'épaisseur. Pour les autres, nous n'avons consigné (au tableau II) que les valeurs moyennes.

Les lames de la série C ne différaient des dernières que par la matité des faces étroites et corrélativement une largeur un peu moins constante ; leur épaisseur était, en revanche, invariable au micron près, ce qui est l'essentiel.

TABLEAU I.

Exemple de mensurations au palmer (lame B, II').

Abcisses des pointés.	Largeurs (*b*)		Epaisseurs (*d*) [2]	
mm.	mm.	mm.	mm.	mm.
— 20	7,134	0,711	0,710	0,709
— 16	7,135	$0,711_5$	0,710	$0,709_5$
— 12	7,136	$0,711_5$	$0,710_5$	$0,709_5$
— 8	7,136	0,712	$0,710_5$	0,709
— 4	7,136	$0,711_5$	0.710	$0,709_5$
0	7,136	$0,711_5$	0,710	0,709
+ 4	7,137	$0,711_5$	0,710	0,709
+ 8	$7,136_5$	07,11	0,710	$0,708_5$
+ 12	7,137	$0,710_5$	$0,709_5$	0,708
+ 16	7,137	0,710	0,709	$0,707_5$
+ 20	$7,136_5$	$0,709_5$	$0,708_5$	0706_6

[1] Nous exprimons ici encore nos remerciements à M. le Prof. Jaquerod qui a bien voulu mettre à notre disposition une jauge-étalon de haute précision de son laboratoire de l'Université de Neuchâtel ; et à M. N. Oulianof, privat-docent de minéralogie à Lausanne, lequel a aimablement exécuté l'examen optique de quelques lames (voir paragraphe 8).

Ce nous est un agréable devoir aussi de dire combien nous a été précieuse la collaboration de la *Société industrielle d'optique de précision* à Paris, à qui nous avions confié la préparation des lames de la série B et qui s'est acquittée de cette tâche délicate à la perfection ; M. Mauselin, administrateur de cette Société, voudra bien trouver ici l'expression personnelle de nos remerciements pour sa grande complaisance et son désintéressement.

[2] Nous n'avons transcrit que trois épaisseurs par section, le chiffre médian étant la valeur correspondant à deux pointés dans l'axe de la lame.

TABLEAU II.
Dimensions moyennes (à 15°).

Lames mm.	Largeurs (*b*) mm.	Epaisseurs (*d*) mm.	Lames mm.	Largeurs (*b*) mm.	Epaisseurs (*d*) mm.
I	7,136	0,7139	III	7,136	0,7094
I'	7,136	0,7139	III'	7,136	0,7078
II	7,136	0,7096	IV	6,892	0,8036
II'	7,136	0,7099	V	6,887	0,8045

8. Limites de précision ; erreurs et corrections systématiques.

Il y a lieu de discuter, bien entendu, séparément, la précision des mesures relatives, soit de la variation thermique relative des modules, objet principal des présentes recherches, et la précision des valeurs numériques rapportées aux unités fondamentales.

Les résultats *relatifs* sont conditionnés essentiellement par la mesure des *flèches de flexion ;* puis, mais seulement dans l'intervalle de grande variabilité (570-578°), par celle des *températures.*

Les déviations, lues sur l'échelle verticale à 0,1 mm. près, étaient d'un ordre moyen de 45 mm. Tenant compte du nombre et de la grande constance des lectures, nous estimons à 0,2 % près la certitude générale des mesures comparatives.

Nous avons exposé plus haut diverses précautions prises ou corrections correspondantes de nature accidentelle et imposées par l'appareillage général ; elles ne diminuent pas sensiblement, on l'a vu, le degré de certitude.

Mais les modules en valeur *absolue* dépendent en outre de toutes les grandeurs de la formule de calcul : longueur entre appuis, largeur, épaisseur de la plaque, distances des prismes et de l'échelle, poids fléchisseurs. Les seules d'entre elles dont la précision soit à la limite accessible avec nos moyens étaient les épaisseurs des lames (palmers) : elles introduisent, tout compte fait, une incertitude dépassant de peu 1 % avec le jeu des lames les mieux taillées.

Mais il y a lieu d'examiner deux faits de nature à influencer systématiquement les chiffres en unités fondamentales, savoir : les irrégularités possibles de la préparation des lames d'une part, les dilatations thermiques de l'autre. Considérons-les successivement.

Imperfections des lames. — Les imperfections à considérer sont les défauts d'uniformité des dimensions d'une part, des inexactitudes de directions cristallographiques de l'autre.

L'irrégularité de l'épaisseur seule peut entrer en ligne de compte,

parce que cette grandeur n'est que de 0,5 à 0,7 mm. d'abord, et ensuite parce qu'elle apparaît au cube dans la formule de calcul.

Représentons, ce qui est une approximation plus que suffisante, d par des polynomes du second degré en fonction des abscisses x comptées à partir du milieu de la lame où l'épaisseur serait d_0 ; il est commode pour traiter le problème élastique de procéder à l'aide de deux polynomes indépendants pour les deux moitiés de la lame fléchie :

$$\underset{\text{gauche}}{d} = d_0\,(1 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^1) \quad \text{et} \quad \underset{\text{droite}}{d} = d_0 = (1 + \beta_1 x + \beta_2 x^2)$$

On intègre dans ces conditions particulières l'équation générale de la ligne élastique et l'on établit la relation qui lie la flèche au produit de l par la tangente de l'angle moyen $\left(\frac{i_1 + i_2}{2}\right)$ dont s'inclinent les miroirs. Tous calculs faits, nous avons obtenu la formule d'approximation :

$$E = \frac{3\,F\,l^2\,(2\,D + L)}{2\,n\;b_m\,d_0^3} \cdot \left[1 - \frac{l}{4}(\alpha_1 + \beta_1) - \frac{l^2}{16}(\alpha_2 + \beta_2 - 2\,\alpha_1^2 - 2\,\beta_1^2)\right]$$

On reconnaît la formule initiale pour une lame parfaite où l'on a remplacé la largeur b par sa valeur moyenne b_m et l'épaisseur d par sa valeur médiane ; mais le résultat est affecté du facteur correctif entre parenthèses.

Cette formule nous a permis d'apporter la correction où il y avait lieu (lames A) et de nous rendre compte qu'elle n'atteint pas 0,2 % pour les lames B et C, lorsqu'on fait le calcul avec d moyenne.

Pour les *directions de taille*, nous avons fait examiner les lames de la série B au laboratoire de cristallographie : les écarts à partir des axes ou de leurs normales ne dépassaient pas le degré. L'examen de l'erreur introduite se fait alors à l'aide de la surface des modules de traction [1] ; il en résulte dans nos conditions que l'erreur est négligeable pour toutes les lames B.

L'accord de nos chiffres avec ceux de W. Voigt (à température ordinaire, voir plus loin) confirme ces conclusions. Cela étant, nous n'avons pas fait exécuter de contrôle cristallographique des lames C, pour lesquelles nous avions d'excellentes garanties d'exactitude.

Dilatations thermiques. — Toutes les dimensions sont mesurées à température ordinaire ; il faut introduire dans la formule de flexion les dimensions à chaque température : il y intervient la

[1] V. *W. Voigt :* Annalen der Physik 31 (1887), p. 704 ; aussi, ce travail, paragraphe 13.

largeur et l'épaisseur de la lame, ainsi que la distance entre les appuis. Si β, δ et λ désignent respectivement les allongements relatifs à t° de ces trois grandeurs b, d et l, celles-ci étant comptées à la température prise comme initiale, on a :

$$E_t = \frac{3\,F\,l^2\,(2\,D + L)\,.\,(1 + \lambda)^2}{2n\;bd^3\,(1 + \beta)\,.\,(1 + \delta)^3}$$

Pour les lames parallèles et normales à l'axe optique, nous avons relevé directement les allongements du quartz sur les courbes de H. Le Chatelier[1] (à une légère rectification de température près, voir plus bas). Quant à la dilatation λ (entre appuis), nous l'avons calculée au moyen des coefficients que nous avons pu trouver dans les tables pour la porcelaine, la stéatite et autres matériaux utilisés ; elle reste de ce fait plus incertaine, mais elles est heureusement assez faible.

Pour les lames obliques (à $\pm$ 50°), un calcul intermédiaire est nécessaire à partir des dilatations relatives connues $\delta_{//}$ et $\delta_{\perp}$ longitudinalement et normalement à l'axe, au moins pour la dilatation de l'épaisseur d. S'appuyant sur les lois valables pour la symétrie considérée, développant en série en se limitant aux termes du premier ordre, on arrive à la formule de calcul :

$$\frac{1}{(1 + \beta)\,(1 + \delta)^3} = 1 - \delta_{\perp}(1 + 3\cos^2 50^\circ) - 3\,\delta_{//}\sin^2 50^\circ$$
$$= 1 - 2{,}24\;\delta_{\perp} - 1{,}76\;\delta_{//}$$

Les termes négligés d'ordre supérieur sont inférieurs au millième.

Ces corrections aux modules d'élasticité atteignent des valeurs très notables : jusqu'à 5 % dans la région de grande dilitation $\alpha\,\beta$. Il faut, en effet, se souvenir qu'entre 0 et 576° M. Le Chatelier a observé une dilatation relative globale de 1,6 % normalement à l'axe optique !

L'échelle de température du travail précité de ce savant diffère quelque peu de la nôtre, ce que manifeste le chiffre 570° donné par lui pour le passage $\alpha\beta$, tandis que nous avons (ainsi que d'autres travaux du même laboratoire) 575°. Les corrections ont été prises en admettant un décalage proportionnel des abscisses des courbes de dilatation. D'autre part, un travail plus récent de A. Müller[2] sur la dilatation du quartz, malheureusement consacré à la seule

[1] *H. Le Chatelier :* C. R. 108 (1889). p. 1046 ; Bull. Soc. franç. Minér., XIII (1890), p. 112.

[2] *Alex. Müller :* thèse Zurich (Univ.) 1916.— Vierteljahrschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. Jahrgang 61 (1916).

direction parallèle à l'axe et jusqu'à 530° seulement, accuse quelque écart avec les nombres de M. Le Chatelier.

Tenant compte de ces faits, nous estimons que les dilatations thermiques introduisent dans nos résultats absolus et relatifs une incertitude systématique qui va croissant jusqu'à 775°, mais ne doit guère dépasser à cet état 6 à 7 millièmes. Nous ne saurions, bien entendu en fixer le signe, mais elle pourra être levée dès que les dilatations seront redéterminées avec des moyens plus perfectionnés.

Au delà de la transformation $\alpha\beta$, cette incertitude n'affecte plus l'*allure* des courbes d'élasticité, car la matière ne se dilate plus ; elle se contracte faiblement, nous en avons tenu compte aussi.

III. RÉSULTATS

9. Réversibilité, déformations isothermiques et déformations adiabatiques.

Une question fondamentale de l'élasticité expérimentale est celle de la détermination uniforme des grandeurs que l'on observe, en d'autres termes, celle de la *réversibilité* des phénomènes, vis-à-vis soit des efforts déformants, soit de la température. Nous avons dirigé notre attention dans ces deux directions.

Quelques lames imparfaites ont été sacrifiées en déterminant leurs déformations à température ordinaire jusqu'à les briser. Par ces expériences, nous avons pu nous convaincre *et de l'absence de déformations résiduelles sensibles et de la proportionnalité des déformations aux contraintes* (*loi de Hooke*) *jusqu'à la limite de rupture.*

Lors des observations à températures élevées, nous sommes demeurés, par prudence, les échantillons étant trop précieux, notablement au-dessous de la limite de rupture, mais toujours les efforts et les déformations se sont accusés proportionnels. Ces constatations sont particulièrement précieuses pour la valeur et l'utilisation future des résultats.

En deuxième lieu, nous avons constaté par des permutations variées dans l'ordre des observations et des interpositions systématiques de contrôles qu'à une température donnée correspondent *toujours des constantes élastiques bien déterminées.* En d'autres termes, la réversibilité *thermique elle aussi est complète.*

Il y a une exception, mais elle n'est qu'apparente. Aussi bien, il importe de la noter et de la discuter.

Lorsque la température est très proche de 576° (intervalle de 2-3° seulement en dessous), la mise en action du poids fléchisseur produit une flèche qui continue à *croître* un certain temps qui peut atteindre plusieurs minutes, puis elle reste fixe. La décharge est accompagnée des phénomènes inverses. Les phénomènes s'accentuaient lorsque l'uniformité de température était moins parfaite.

Le tableau III transcrit un exemple choisi parmi les mieux caractérisés. Il se rapporte à une lame normale et a été relevé dans de très bonne conditions. La température a été amenée d'abord à 575°,5 (le demi-degré est incertain sur le pyromètre), puis maintenue constante à l'aide du second couple de grande sensibilité. Une division de son échelle correspond à une variation de $^1/_{17}$°, en sorte que, durant toute cette expérience, l'écart maximum de température s'est monté au plus à 0°13. La durée écoulée entre la charge ou la décharge et la première lecture consécutive est nécessaire à l'observateur, seul pour l'opération. On observe ainsi, à partir de celle-là, une déformation subséquente de 8-9 % en 2-3 minutes; elle tend asymptotiquement vers une valeur fixe. Le très léger écart de zéro après décharge provient de la faible fluctuation de température indiquée par le spot. Nous avons vérifié souvent ce petit effet.

TABLEAU III.

Temps	Spot indicateur de température (échelle arbitr.)	Indicateur de flexion Lectures sur l'échelle	Flèches (échelle arbitr.)
0 min.	456,0	80,0	0
Chargé de 50 gr.			
0 min. 4 sec. (app.)	456,0	104,0	24,0
0 » 30 sec.	456,0	105,0	25,0
1 » 0 »	455,5	105,5	25,5
1 » 30 »	455,0	106,0	26,0
2 » 45 »	456,0	106,0	26,0
3 » 45 »	456,2	106,0	26,0
0 Enlevé la charge.			Flèches résiduelles
0 min. 4 sec.	456,3	82,0	1,8
0 » 30 »	456,0	81,6	1,4
1 » 0 »	455,7	81,2	1,0
1 » 45 »	455,0	81,0	0,8
2 » 15 »	455,0	80,7	0,5
2 » 45 »	456,5	80,4	0,2
3 » 30 »	457,0	80,2	0

L'explication de ces faits doit être cherchée, nous n'en doutons pas, dans les écarts de température dont les corps élastiques déformés rapidement sont le siège et que prévoit la thermodynamique classique. On sait qu'ils sont proportionnels à la dilatabilité thermique, toutes choses égales d'ailleurs. Or précisément, celle-ci s'accentue fortement en se rapprochant de la transformation $\alpha\beta$. Dès lors, les fibres contractées se réchauffant, les autres se refroidissant, la dilatation *thermique* des unes, la contraction des autres agissent de concert pour s'opposer d'abord à la flexion, ensuite au retour à la forme primitive.

Nous avons fait un calcul approché en utilisant comme coefficients de dilatation les valeurs moyennes de H. Le Chatelier (loc. cit.) relevées en construisant directement la tangente aux courbes de cet auteur dans l'intervalle 560°-570° ; il conduit à des écarts instantanés de température de l'ordre de 0,03°, d'où ensuite pour le traînage un phénomène plus faible que nous ne l'observons. Mais les dilatations ainsi prises en considération pour le calcul sont certainement beaucoup trop faibles, car l'intervalle des deux ou trois derniers degrés d'après les données rapportées par nous-mêmes plus loin correspond à une transformation extrêmement rapide, laquelle *ne ressort pas des autres expériences* autrement que par une discontinuité. En outre, le fait que ce traînage est beaucoup plus accentué pour les déformations normales à l'axe que pour celles qui sont parallèles, parle exactement dans le sens de notre explication ; plus nettement encore cet autre qu'au-dessus de 576° où la matière ne se dilate plus du tout (très faible contraction même), le phénomène disparaît totalement.

Nous concluons donc :

en premier lieu, *à la réversibilité thermique complète des constantes élastiques ;*

en second lieu, *à une différence exceptionnellement forte entre les constantes isothermiques et les constantes adiabatiques dans* l'intervalle de quelques degrés au-dessous du point $\alpha\beta$;

en troisième lieu, *à une accélération probablement très accentuée des dilatations thermiques suivie d'une discontinuité, possible seulement, dans la même région.*

10. **Valeurs numériques des modules isothermiques.**

Tous les résultats numériques sont consignés dans les tableaux V, VI, VII et VIII ; ils correspondent tous à des déformations stables, soit *isothermiques.*

Nous avons réuni en outre aux tableaux IV, à titre documentaire, deux exemples complets de séries d'observations. Les chiffres des autres tableaux sont des moyennes obtenues suivant le même schéma. Les flèches en mm. sont calculées à partir des flèches lues (n), en les multipliant par 0,9945, facteur trouvé par étalonnement de l'échelle. Les résultats sont tous corrigés ainsi qu'il a été exposé plus haut.

Il convient de noter, pour juger des accords et des divergences, que, dans les colonnes complètes par ordre de températures, les nombres pour les mêmes conditions peuvent correspondre à des expériences faites non seulement à des époques différentes, mais aussi avec des lames différentes.

Le tableau VII est reproduit uniquement à titre documentaire ; on n'en a pas tenu compte dans la construction des graphiques, cela pour des raisons évidentes.

TABLEAUX IV.

Exemples de séries complètes d'observations en ordre chronologique.

IV *a. Lame parallèle à l'axe optique* (B I)

b_m = 7,136 mm. ; d_m = 0,7139 mm. ; l = 44,5 mm. ; $\lambda/t = 4.5.10^{-6}$;
L = 49,5 mm. ; D = 1952 mm.

Températures	Charges (gr.)	Flèches lues n (divisions)	Flèche/charge (moyenne) mm./gr.	E kg./mm²
15	100	43,7	$0,432_6$	10450
	20	8,75		
	50	21,85		
598	50	22,3	$0,441_6$	9660
	20	8,9		
654	20	8,85	$0,437_6$	9740
	50	22,1		
731	50	21,95	$0,435_6$	9820
	20	8,8		
828	50	21,85	$0,433_6$	9870
	20	8,78		
898	20	8,75	$0,432_6$	9910
	50	21,8		
597	50	22,25	$0,439_6$	9700
	20	8,85		
15	50	21,8	$0,432_6$	10450
	100	43,7		

IV *b. Lame normale à l'axe optique* (B III').

b_m = 7,136 mm. ; d_m = 0,7078 mm. ; l = 44,8 mm. ; $\lambda/t = 0,585.10^{-6}$;
L = 49,0 mm. ; D = 1940 mm.

Températures	Charges (gr.)	Flèches lues n (divisions)	Flèches/charge (moyenne) mm./gr.	E kg./mm².
15	100	59,1	$0,584_8$	7990
	50	29,55		
112,5	20	11,77	$0,581_8$	8000
	50	29,3		
	100	58,8		
494	50	31,35	$0,622_6$	7275
	20	12,6		
798	20	7,5	0,372	11900
	50	18,8		
597	100	40,85	$0,401_8$	10930
	20	8,15		
	50	20,4		
495	50	31,35	$0,622_6$	7275
	20	12,6		

TABLEAUX V (graph. fig. 3).

Modules d'Young suivant l'axe ternaire (optique)

(*Lames diverses* I, I', II, II').

a) Température ordinaire [1].

t	E kg./mm²	t	E kg./mm²	t	E kg./mm²
15°	10490	15°	10500	16°	10530
»	10480	»	10480	»	10530
»	10490	»	10480	»	10530
»	10510	»	10500	»	10560
»	10480	»	10500	»	10470
»	10470	»	10500	»	10470
»	10450	16°	10530	»	10425
»	10470	»	10530	»	10460
»	10500	»	10530	»	10440
		»	10470	»	10460

Moyenne à 15° : **10490.** Moyenne à 16° : **10495.**

b) Températures élevées.

42°	10435		574°	6430	6410	731°	9860	9840
71°	10380		574°	6420		731°	9820	
76°	10380		574°	6300		798°	9890	9890
105°	10320		574°	6510		798°	9890	
160°	10210		574,5°	6440	6350	814°	9890	
232,5°	10010		574,5°	6300		817°	9965	
262°	9950		574,5°	6320		824°	9850	9875
339,5°	9740		575°	6100	6060	824°	9900	
375°	9650		575°	6020		828°	9915	9870
435°	9370		575,5	6560		828°	9870	
437,5°	9260		576°	6680		828°	9850	
495°	9000	8975	576,5°	7800		828°	9850	
495°	8950		577°	9060		846°	9950	9930
495°	8970		577,5°	9080		846°	9910	
497°	8890		578°	9080		851°	9980	9955
544,5°	8400		579°	9410		851°	9930	
556,5°	8060		581°	9480		851°	9980	
557°	8290		583,5	9510		851°	9930	
568°	7440	7530	593,5°	9730		898°	9960	9935
568°	7630		596°	9720		898°	9910	
569°	7540	7545	596,5°	9600		991,5°	9905	
569°	7550		597°	9730	9715	1013°	9870	
570°	7430		597°	9700		1023°	10010	9990
571°	7330		598°	9690	9675	1023°	9965	
572°	6910		598°	9660		1078°	9910	
572,5°	6960	6945	608°	9770				
572,5°	6930		654°	9780	9760			
573°	6740		654°	9740				
573,5°	6540							

[1] A température ambiante, Voigt trouve : E// = 10 300 kg./mm².

TABLEAUX VI (graph. fig. 3).

Modules d'Young suivant un axe binaire.

(*Lames* III *et* III').

a) Température ordinaire [1].

t	E kg/mm²	*t*	E kg/mm²	*t*	E kg/mm²
15°	7980	15°	7985	15°	8045
»	7980	»	8030	»	8050
»	7980	»	8020	»	8050
»	7995	»	7980	»	8050
»	7995	»	7990	»	8070
»	8010	»	7990	»	8040
»	7985	»	8035		

Moyenne à 15° : **8010.**

b) Températures élevées.

47°	7985		497°	7330	7300	643°	11370
76°	8010		497°	7320		643°	11370
95°	8060		497°	7250		643°	11340
95°	8060		498°	7250	7265	643°	11310
97°	7980		498°	7280		644°	11500
107,5°	8010		499°	7250		646°	11450
110°	8020		499°	7250		731°	11620
112,5°	7960	7970	500°	7250		731°	11620
112,5°	7950		542°	6540		732°	11570
112,5°	8000		544,5°	6460	6470	733°	11660
132°	8045		544,5°	6480		733°	11690
137°	7940		562°	5630		792°	11845
139,5°	7940		563,5°	5455	5465	792°	11900
143,5°	7960		563,5°	5475		796°	11920
161°	7960		568,5°	4970		796°	11900
178°	8010		569°	4870		796°	11860
201°	7940		573°	3570		796°	11920
201,5°	7935		574,5°	3210		796°	11810
298,5°	7870		576,5°	9040	9030	798°	11900
324°	7820		576,5°	9020		799°	11810
327,5°	7815		585,5°	10510		799°	11915
387,5°	7755		586°	10550		799°	11900
389,5°	7730		595,5°	10810		801°	11890
404°	7710		597°	10930		802°	11920
457°	7515		598,5°	10920	10910	804°	11960
494°	7275		598,5°	10890		806°	11890
495°	7320	7323	598,5°	10920		901,5°	11990
495°	7330		600°	10965		947°	12030
495°	7320		642°	11340		952°	11990
						1079°	12190
						1141°	12190

11350	
11675	
11870	
11880	
11875	

[1] A température ambiante, Voigt trouve $E_{\perp}$ = 7850 kg/mm².

TABLEAU VII.

Première investigation avec lames imparfaites (Série A) et appareillage incomplet.
Modules d'Young normaux à l'axe ternaire.

t	E kg/mm²	t	E kg/mm²	t	E kg/mm²
15°	8080	183°	8540	535°	6970
15°	8080	257°	8460	550°	6950
15°	8080	293°	7920	574°	4870
16°	8500	298°	7980	582°	10960
16°	8550	455°	7580	586°	11240
16°	8600	457°	7610	604°	11880
16°	8570	460°	8340	607°	11380
		519°	7560	714°	12680
Moyenne	8350	521°	7130		

TABLEAU VIII (graph. fig. 4).

Modules d'Young obliques.
[*Lames* IV (+ 50°) et V (— 50°)].

Direction —50°.		*Direction* + 50°.			
t	E kg/mm²	t	E kg/mm²		
15°	13060	15° [1]	7870	7870	7840
15° [1]	13060	15°	7840	7840	
15°	13060	15°	7825	7825	
15°	13060	15°	7825		
		110°	7710		
		293,5°	7450		
		493°	6720		
		493,5°	6730		
498°	9920	496°	6670		
548°	8130	548°	6110		
582°	9300	582°	9260		
647,5°	10100	646°	10080		
648°	10090	648°	10110		
649°	10060	691°	10260		
692,5°	10300	694°	10320	10300	
694°	10260	694°	10280		

11. Caractères généraux des phénomènes.

Le premier examen de toutes les fonctions données par l'expérience (tableaux V, VI, VII, VIII, fig. 3 et 4) révèle ce double caractère : la résistance à la déformation, exprimée par le module

[1] *Interpolations* à temp. ordinaire à partir des nombres de Voigt :
$E_{-50°} = 13080$ kg./mm² $E_{+50°} = 7980$ kg./mm²

d'Young, *diminue de plus en plus rapidement avec l'accroissement de la température* jusqu'au point αβ (576°) ; à cette température, elle se relève très brusquement, puis *continue à croître*, mais de plus en plus lentement jusqu'à la limite atteinte dans nos expériences (1100-1200°).

Ces caractères sont manifestes aussi bien dans la direction de l'axe optique que normalement ou obliquement à elle. Réservant la discussion des modules obliques à un paragraphe spécial, considérons ici *seulement les grandeurs normales et parallèles.*

Quantitativement, ces deux directions ont des propriétés nettement alternées, suivant qu'on les observe au-dessous ou au-dessus de 576° (fig. 3).

Parallèlement à l'axe optique, le module varie déjà dans les conditions ordinaires de —2 kg./mm² par 1°, soit relativement de —0,0002 par 1° et atteint vers 575° environ 6000 kg./mm², la réduction globale étant ainsi de 43 % jusqu'au dernier point observable (575°). Dès le passage αβ, l'élévation très rapide se continue quelque peu sur une vingtaine de degrés, puis, la variation devient presque insensible, l'élasticité demeure un peu inférieure à sa valeur à température ordinaire.

Normalement à l'axe au contraire, la déformabilité est, à température ordinaire, notablement plus faible que dans l'autre direction, et sa variabilité nulle à la précision près de ces expériences jusque vers 100° (coefficient relatif inférieur à 0,00001 par 0°). La transformation αβ en revanche est accompagnée et d'une décroissance plus accentuée et d'une élévation subséquente beaucoup plus considérable ; en sorte qu'à l'état β, le module normal, aussi bien que son taux de variation thermique sont, l'un et l'autre, notablement plus forts que les grandeurs correspondantes parallèles à l'axe. Vers 1200°, la résistance à la déformation *dépasse* de moitié celle de la température ordinaire, et elle est *quatre fois plus élevée* qu'à 575°.

La diminution de résistance du quartz α avec le chauffage s'accorde bien avec ce que ferait prévoir la notion classique d'agitation thermique et que l'on observe en général sur les métaux, dans les conditions ordinaires. L'état β, par contre, manifeste en son accroissement continu d'élasticité jusqu'aux plus hautes températures observées un phénomène bien digne d'être souligné ; si l'on se rappelle que d'autres propriétés déterminées antérieurement (biréfringence, polarisation rotatoire, etc.) sont d'une variabilité tout aussi faible, on est en droit d'être étonné en face d'une telle indifférence à l'agitation thermique, d'une telle stabilité du réseau cristallin ; et on peut inférer

de tels faits qu'ils limiteront notablement le choix des modèles que l'on peut imaginer pour le groupement des molécules ou atomes en connexion avec la température.

Il est intéressant encore de constater que la *décroissance* accélérée de l'élasticité (état α) et sa *croissance* graduellement ralentie (état β)

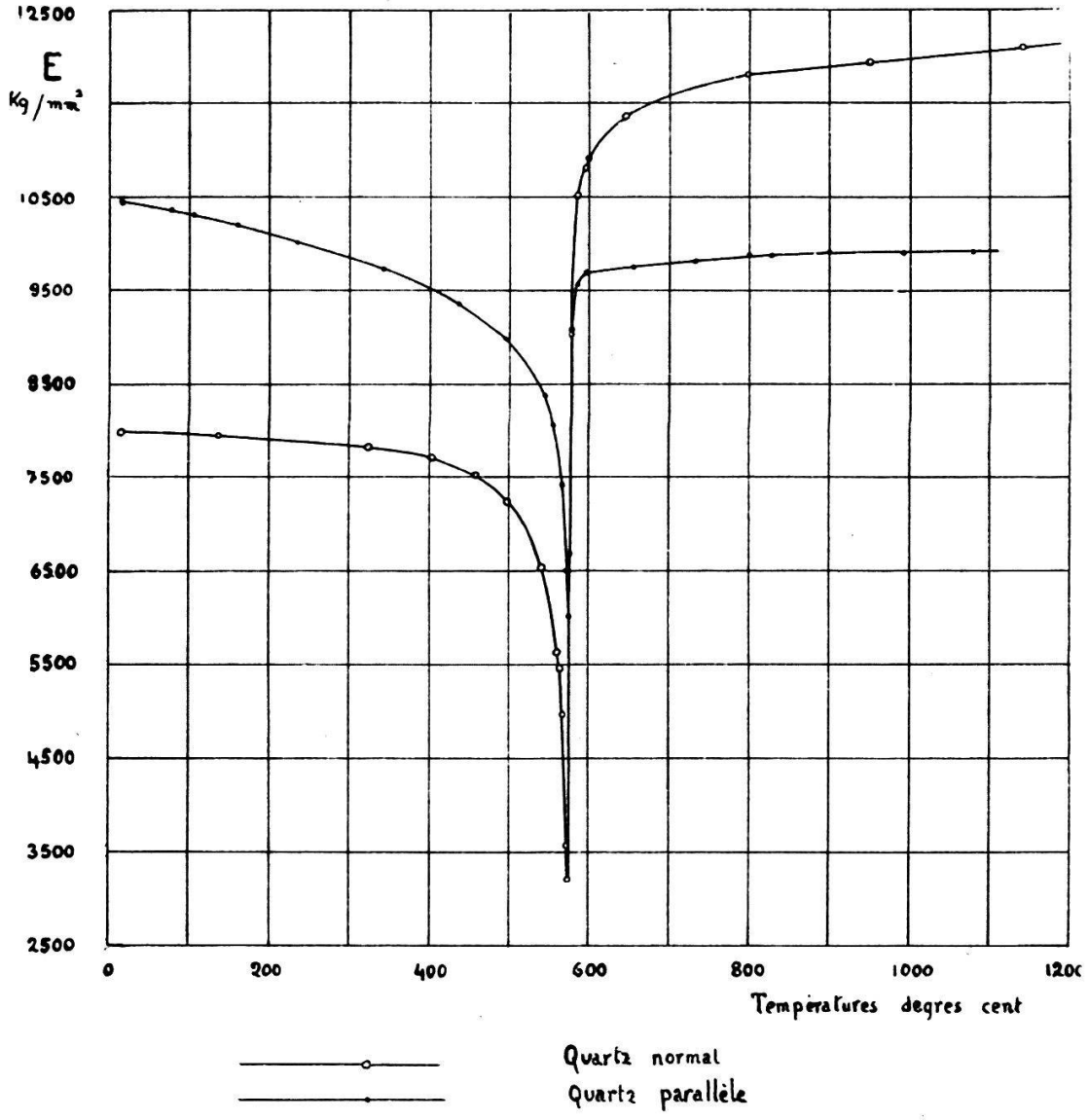

FIG. 3.

sont simultanées respectivement de *dilatation* thermique accélérée et de *contraction* (voir travail précité de H. Le Chatelier). Cela revient à dire qu'*à un accroissement des distances moléculaires correspond, quel que soit le sens de la variation de température, un affaiblissement de la résistance à la déformation* (nous laissons de côté ici le point de transformation αβ). L'un de nous se propose de revenir prochainement sur cette question intéressante, avec d'autres (voir note paragraphe suivant); notons cependant ici déjà que la corrélation

empirique remarquée récemment par M. C. E. Guillaume [1] sur une série de métaux et alliages (coefficient thermoélastique de signe contraire au coefficient de dilatation linéaire et 20-25 fois plus grand en valeur absolue), ne se vérifie pas ici pour chaque direction cristallographique séparément; mais elle n'est pas en désaccord en gros si l'on compare les moyennes de ces coefficients ; il n'y a rien d'étonnant à cela, les observations de M. Guillaume portant sur des ensembles microcristallins.

Note sur les modules piézoélectriques. — En attendant qu'une étude thermique précise de la piézoélectricité permette, combinée avec les présentes recherches, des conclusions sûres et générales, nous pouvons déjà enregistrer un résultat partiel qui peut être très utile dans les applications métrologiques de la piézoélectricité : P. Curie a trouvé, dans le voisinage des conditions ordinaires, que le *module piézoélectrique* (polarisation rapportée à l'effort extérieur agissant normalement à l'axe) du quartz est indépendant de la température. Rapprochons ce résultat des nôtres, d'après lesquels la déformabilité dans les mêmes circonstances ne varie pratiquement pas. Nous pouvons en en conclure que, dans ces limites, *le moment électrique développé par déformation uniforme normale à l'axe optique, ne dépend que de cette déformation.*

12. La région de transformation α β.

Les phénomènes antérieurement connus et rappelés déjà à maintes reprise (optiques et thermiques notamment) s'exprimaient tous par des variations assez rapides et quelque peu accélérées dans l'état α, des variations presque nulles et sensiblement linéaires dans l'état β, ces deux types de lois étant séparés sans transition par une *discontinuité* nette à 576°.

La nature particulièrement sensible du phénomène élastique, autant que les précautions prises par nous quant à l'uniformité, au réglage et à la mesure de la température, ont fait apparaître ici des fonctions à variations beaucoup plus accentuées et, en certain sens, plus complexes. Relevons encore une fois ici que $\frac{dE}{dt}$ (perpendiculairement à l'axe) qui est nulle à 20° décroît jusqu'à -250 kg./mm² 1° à 574° $\left(\frac{1}{E}\frac{dE}{dt} = -0{,}09\,!\right)$. Et il convient de rappeler que les températures ne sont certaines qu'à 1° près;

[1] *C.-E. Guillaume :* « L'invar et l'élinvar ». La Nature, 21 avril 1923, p. 252.

que, de plus, l'écart d'uniformité dans tout l'échantillon en essai pouvait être du même ordre dans cet étroit intervalle de 1-2° précédant 576° ; il est donc très plausible ou même probable que la dérivée s'élève en réalité dans les derniers dixièmes de degré à des *valeurs absolues beaucoup plus considérables.* Ce qui veut donc dire que l'élasticité tomberait à un niveau très faible.

Un seul degré de plus, ainsi que le montrent les courbes, et les modules sautent à des valeurs supérieures *complètement différentes ;* à la précision atteinte ici, déjà grande, on peut donc conclure à une discontinuité, mais les points subséquents, qui se placent sur une courbe parfaitement régulière et raccordée en quelque sorte à une tangente verticale, peuvent de leur côté laisser supposer qu'avec une uniformité de température de l'ordre de 0°01, la discontinuité se ramènerait à une croissance extrêmement rapide,

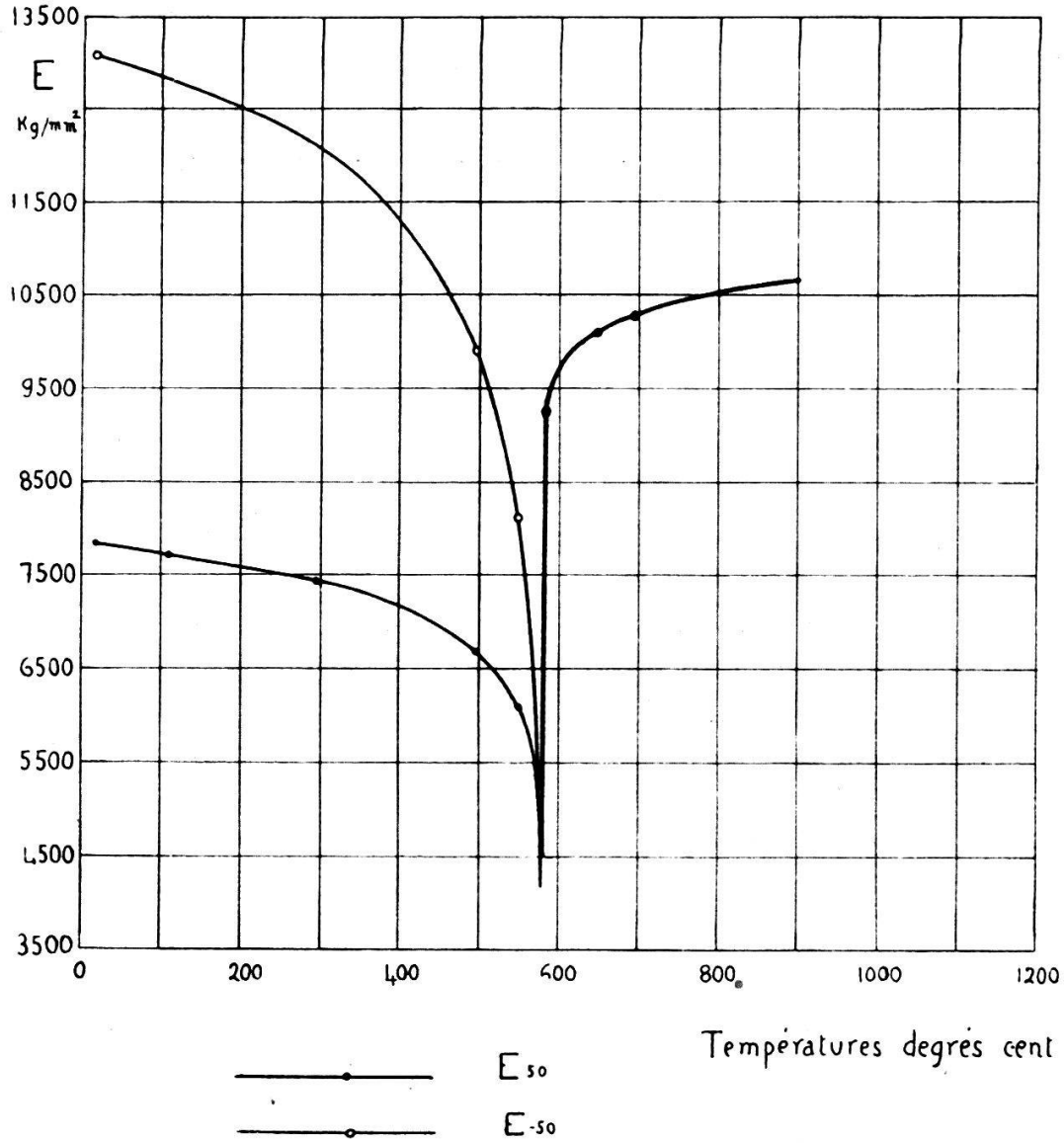

FIG. 4.

en sorte que tout le passage $\alpha\beta$ se manifesterait élastiquement par une courbe avec une pointe extraordinairement aiguë, amenant la résistance à la déformation jusqu'à une grande faiblesse. Ces faits observés, et *a fortiori* naturellement cette dernière extrapolation, outre qu'ils sont nouveaux, apparaissent avec un aspect unique jusqu'ici.

Nous ne conclurons cependant pas que la transformation $\alpha\beta$ *se continue et se termine graduellement au-dessus de* 576°, car un *argument de symétrie péremptoire* nous est donné par nos expériences sur les lames obliques. Là aussi les modules suivent une *loi subséquente du même type*, mais il y a la distinction fondamentale qu'au passage $\alpha\beta$, la différence très marquée des deux modules disparaît complètement.

On pourrait donc dire, pour rendre bien les faits expérimentaux, que *la transformation* $\alpha\beta$ *se termine complètement à* 576° *en ce qui concerne les caractères de l'état* α, *mais que les propriétés de l'état* β, *d'ailleurs parfaitement caractéristiques elles aussi, sont soumises à une influence quantitative considérable par le voisinage de l'état* α [1].

13. Symétries du quartz α et du quartz β.

Il convient de rappeler tout d'abord que les lois de l'élasticité des cristaux en général ne se décrivent pas simplement au moyen d'un ellipsoïde, ainsi qu'il en est de la réfringence, des dilatations thermiques, etc. Les déformations par efforts extérieurs constituent un groupe de phénomènes d'une *dyssymétrie* plus élevée, classée et discutée de manière abstraite et approfondie très particulièrement par W. Voigt [2].

La représentation la plus claire pour ce qui importe ici consiste à porter *sur chaque droite passant par un point fixe, et de part et d'autre de ce point, une longueur proportionnelle au module d'Young (ou à son inverse) suivant cette direction dans le cristal.* La surface ainsi obtenue est donnée pour le quartz d'après les expériences (à température ordinaire) de W. Voigt et de ses collaborateurs par l'équation :

$$\frac{1}{E} = 12{,}734\,(1-\gamma^2)^2 + 16{,}693\,(1-\gamma^2)\,\gamma^2 + 9{,}705\,\gamma^4 - 8{,}480\,\beta\,\gamma\,(3\,\alpha^2 - \beta^2)$$

[1] Je me propose de revenir dans une très prochaine publication sur les explications théoriques qu'il est possible de donner de la transformation *élastique* $\alpha\beta$, aussi bien que des variations éloignées de ce point proprement dit, c'est-à-dire sur l'explication de ces phénomènes et de ceux décrits au précédent paragraphe. — A. P.

[2] M. Voigt lui-même a fait un exposé systématique de toute la question, en y résumant notamment aussi ses nombreuses recherches personnelles, dans son excellent traité « Lehrbruch der Kristallphysik » (mit Ausschluss der Kristalloptik), chez B. G. Teubner Leipzig et Berlin, 1910.

E = module d'Young dans la direction fixée par les trois cosinus directeurs α, β, γ rapportés au système classique de référence des cristaux de ce type, soit :

axe des z = axe optique,
» » x = un des axes binaires,
» » y = axe normal aux deux autres.

On a reproduit (fig. 5) des perspectives de cette surface. A température ordinaire, elle présente la symétrie caractéristique du système rhomboédrique avec les particularités suivantes : sa section centrale normalement à l'axe optique *seule* est circulaire, c'est-à-dire que *seules ces directions normales* ont même module de traction ; ses sections par les trois plans contenant l'axe optique et un axe binaire ont ces axes comme axes de symétrie ; enfin les trois sections par les plans par l'axe optique et normaux à un axe binaire (les trois **plans** *de symétrie*) n'ont qu'un centre de

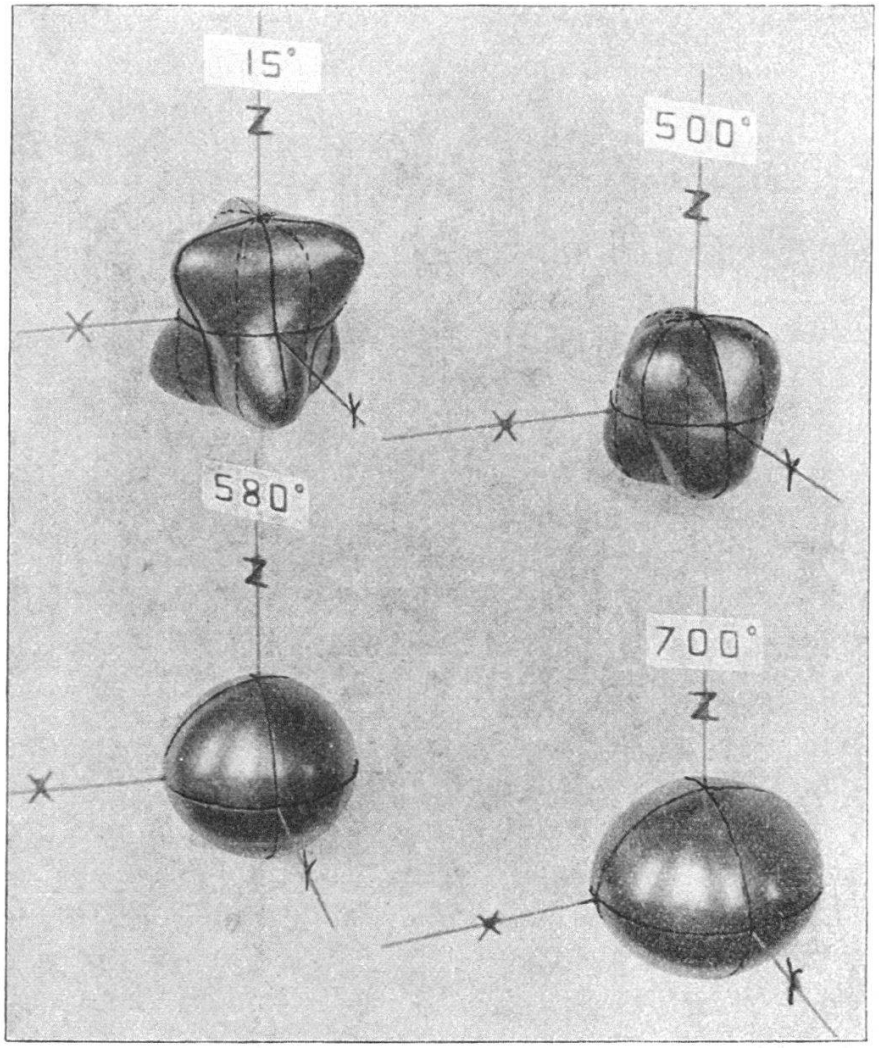

FIG. 5.

symétrie et accusent le maximum ainsi que le minimum absolus du module E. Ce maximum s'observe à — 48° 15′, le minimum à + 71° 35′ de l'axe optique. Il y a en outre un minimum et un maximum relatifs suivant l'axe optique et à + 10° 50′ de lui. Les trois proéminences supérieures de la surface correspondant aux maxima absolus, alternant à 60° avec trois proéminences égales inférieures, mettent bien en relief la symétrie rhomboédrique (trigonale) de ce milieu cristallin ; cette moindre symétrie ne ressortirait donc pas de la polarisabilité électrique ou magnétique, de la propagation de la lumière, etc., phénomènes à symétrie de révolution autour de l'axe optique (symétrie plus élevée).

Or, les expériences de corrosion à haute température de G. Friedel [1] ont conduit ce savant à l'opinion que le quartz β appartient à la symétrie hexagonale plus élevée. La disparition de la piézoélectricité à 576° [2] parle aussi dans ce sens puisque, elle aussi, est un indice d'accroissement de symétrie. Mais il convient de noter qu'aucun phénomène n'est rigoureusement concluant à cette fin par lui seul, en vertu d'un des principes fondamentaux de symétrie : *un phénomène a au moins la symétrie de ses causes, mais il peut être plus symétrique.* Si donc un milieu manifeste quelques phénomènes compatibles avec la symétrie hexagonale, ce milieu a *au plus* cette symétrie, mais il peut être plus dyssymétrique, par exemple rhomboédrique. Ce sont ces considérations qui nous ont amenés à étudier des lames obliques.

Si le quartz β est réellement hexagonal, l'énorme dyssymétrie de l'élasticité dans le plan considéré plus haut doit disparaître totalement. Réciproquement, si l'expérience vérifie exactement cette attente, et cela dans *toute la région* β, l'extrême sensibilité du phénomène de l'élasticité à l'anisotropie, autant que le contraste avec cette considérable dyssymétrie (du simple au double pour les valeurs extrêmes) dans l'état α, doit être le plus précieux des arguments pour conclure à l'élévation rigoureuse de la symétrie de l'état β à celle du système hexagonal.

Les lames IV, IV′ ; V, V′ ont été choisies à + et — 50° de l'axe optique pour que ces directions, qui doivent être, pour notre but, symétriques de part et d'autre de l'axe, correspondent à un angle facile à réaliser et à des élasticités pas trop éloignées respectivement du maximum ni du minimum. Les orientations de leur largeur et

[1] *G. Friedel :* Bull. Soc. franç. de Minér. 25 (1902), p. 112.

[2] *A. Perrier :* loc. cit.

de leur épaisseur sont telles aussi que la flexion soit pure, complètement exempte de torsion.

Le tableau VIII et les courbes (fig. 4) accusent la réponse de l'expérience d'une façon qui ne saurait être plus frappante :

Le module d'Young à —50° de l'axe, qui est presque le double de son symétrique (+50°) à température ordinaire décroît suivant une loi plus accélérée que lui et, *dès la température* 576° *dépassée, les deux directions donnent des flexions identiques au delà même de ce que l'expérience permettrait d'attendre.*

On ne saurait montrer avec plus de netteté que l'élasticité (flexion et traction) du quartz β a la symétrie hexagonale, *ce qui implique* ipso facto *une symétrie de révolution autour de l'axe optique.*

Les figures 5 représentent la surface des modules définie plus haut pour deux températures de l'état α et deux de l'état β. Nous grouperons encore, à l'aide de cette surface, tous les résultats qualitatifs, ainsi qu'il suit :

Partant de la température ordinaire, elle se **contracte** *dans tous les sens de plus en plus vite, mais particulièrement suivant les directions de module maximum ; en sorte que les proéminences dans les plans de symétrie vont s'effaçant, pour disparaître complètement à la température* αβ.

Dès ce passage, la surface, devenue de révolution et rappelant un ellipsoïde, se **dilate** *d'abord très rapidement, puis de moins en moins, dans toutes les directions ; mais la croissance reste beaucoup plus accentuée normalement à l'axe optique.*

LABORATOIRE DE PHYSIQUE DE L'UNIVERSITÉ.

LAUSANNE, juillet 1923.

TABLE DES MATIÈRES

I. *Buts et esquisse générale de ces recherches* 333

II. *Disposition des expériences* 335
2. Les dispositifs mécaniques. 335
3. Les dispositifs optiques (mesure des flèches) 336
4. Réalisation et mesure des hautes températures 340
5. Mise en place du système fléchisseur 341
6. Modes d'opérer 342
7. Les lames d'essai et leurs dimensions 343
8. Limites de précision ; erreurs et corrections systématiques 345

III. *Résultats* 348
9. Réversibilité, déformations isothermiques et déformations adiabatiques 348
10. Valeurs numériques des modules isothermiques 351
11. Caractères généraux des phénomènes 355
12. La région de transformatiou $\alpha\beta$ 358
13. Symétries du quartz α et du quartz β 360