

Rechnen in verschiedenen Ziffernsystemen : das Zweiersystem

Autor(en): **Arquint, Domenic**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bündner Schulblatt = Bollettino scolastico grigione = Fegl
scolastic grischun**

Band (Jahr): **31 (1971-1972)**

Heft 4

PDF erstellt am: **17.05.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-356416>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Rechnen in verschiedenen Ziffernsystemen — Das Zweiersystem

Domenic Arquint, Andeer

Um den Aufbau unseres Zehnersystems, das die Grundlage unseres gesamten Rechenunterrichtes bildet, lohnt es sich, zunächst einen Vergleich mit der römischen Zahlzeichenordnung und einigen nichtdekadischen Ziffernsystemen anzustellen. Dieser Versuch ist im Lehrplan der deutschen und französischen Schulen schon enthalten und von Pädagogen, Psychologen, Didaktikern ausserordentlich begrüsst worden.

Worum handelt es sich dabei?

Um vorerst einmal die Angst zu zerstreuen, es könnte damit noch ein neuer Lehrstoff eingeführt werden: es handelt sich bei diesen Vergleichen um eine Betrachtung und Besinnung des Zehnersystems sozusagen von aussen, von einem neuen Gesichtspunkt aus.

Ein zweiter Grund für ein gewisses Unbehagen mag darin liegen, dass man allgemein mit nichtdekadischen Ziffernsystemen wenig vertraut ist. Dabei ist vielleicht zu wenig bekannt, dass in der modernen Computertechnik mit dem Zweiersystem gearbeitet wird und dass man solche Ziffernsysteme sich leicht selber erarbeiten kann. Dagegen drängt sich ein Versuch mit diesen Zahlenordnungen aus

pädagogischen und lernpsychologischen Gründen geradezu auf. Er kann dazu dienen, im Sinne der «Lerntests» nicht immer nur Anfangsleistungen zu provozieren, sondern einmal gewonnene Grunderkenntnisse auf andere komplexere Aufgabenstellungen zu übertragen.

Auch der stark pragmatisch eingestellte Lehrer wird indirekt zufriedengestellt: Beschäftigung mit nichtdekadischen Stellenwertssystemen ist eine hohe Schule des Denkens und des Einsichtgewinns in unsere Zahlenordnung.

Seit Jahrtausenden beschäftigt sich die Menschheit mit Mathematik und ist erst vor wenigen Jahrhunderten durch den deutschen Philosophen Leibniz darauf gekommen, das Zweiersystem darzustellen, obwohl dies (z. B. in Russland) wie auch die Fünferordnung (z. B. in Südamerika), das Zwanzigersystem (z. B. bei den Kelten) und schliesslich die Sechzigerordnung (z. B. bei den Babyloniern) schon sehr viel früher existiert haben. Im grossen und ganzen stellen alle Systeme gleichwertige Möglichkeiten dar, von denen das Dezimalsystem nur die Besonderheit aufweist, dass die Grundzahl mit der

Anzahl unserer Finger übereinstimmt. Gegenüber dem Zwölfersystem hat es sogar den Nachteil, dass nur die zwei Zahlen 2 und 5 ohne Rest in der Grundzahl 10 enthalten sind, während die Basis 12 die 4 Teiler 2, 3, 4 und 6 besitzt; darüber hinaus sind die Zahlen 8 und 9 die häufig vorkommenden Bruchteile $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ der Einheit. Schon früh wurde die Zahl 12 als Zahlmass für das Münz-, Mass- und Gewichtssystem verwendet. Die Beschäftigung mit dieser Zahlenordnung lässt einmal die Relativität des dekadischen Systems erkennen, ist aber auch von praktischer Bedeutung, sogar nachdem Englands Münzwesen dem europäischen System angeglichen worden ist.

Das mathematisch interessanteste und schönste, weil einfachste, aber durchaus nicht etwa am leichtesten zu verstehende nichtdekadische Stellenwertsystem mit der grossartigsten und revolutionierendsten technischen Anwendung ist das Zweier- oder Dual-, auch Binär- oder diadisches System genannte. Wenn im Ausland mit nichtdekadischen Ordnungen schon in den Primarschulen gearbeitet wird, so kann man gegen die Notwendigkeit dieser Betrachtungsweise in den Sekundarschulen kaum ernsthafte Einwände erheben, besonders wenn man bedenkt, dass alle elektronischen Rechenmaschinen nach dem Zweiersystem arbeiten.

Bevor man sich mit dem 12er- und 2er-System beschäftigt, möchte ich Ihnen eine leichter aufzufassende Ordnung, das Fünfersystem voranstellen. Nachdem 5 die Hälfte von 10 ist und bei den Römern in V, L, D eine gewisse 5er-Ordnung vor-

handen ist, kommt das 5er-System als erstes nichtdekadisches den Kindern nicht so fremdartig vor wie irgend ein anderes. Aufgaben aus dem 5er-System haben Psychologen schon vielfach in ihre Tests (besonders für Schüler ab 10. Altersjahr) einbezogen.

Durch einen vertiefenden Einblick in unser Dezimalsystem lassen sich manche Rechenaufgaben besser verstehen und lösen. Darüber hinaus lernt der Schüler an einem solchen Versuch selbständig denken und forschen, wenn ihm erst einmal der Grundgedanke klar geworden ist. Produktives und schöpferisches Denken sollten auch in unserer noch zu sehr nach Aufnahme und Wiedergabe eingestellten Schule vermehrt Eingang finden. Gerade die Beschäftigung mit nichtdekadischen Systemen führt in diese Richtung, weil man sich hier sehr stark auf die **Analogie** stützen kann.

Nun können wir mit unserem Ausflug ins Zweierland beginnen. Wir fangen mit dem Zählen an, dem wohl ersten und ältesten mathematischen Tun der Menschen. Wie schon erwähnt, gilt das Zweiersystem als das einfachste und schönste Positionssystem. Doch ist am Anfang die Schreibweise nicht ganz leicht zu verstehen. Es gibt nämlich nur eine Ziffer ausser der Null, und so findet zu Beginn der Zählung der Wechsel von einer Stufenzahl zur nächsten sehr schnell statt. Man hat gewissermassen gar keine Ruhe, sich auf einer Stufe erst einmal zurechtzufinden, so rasch ist man schon auf der nächsten angelangt. Daher ist es angebracht, erst in einer ganz eigenartigen Weise im Zählen an

den Fingern zu üben, bis auf einmal die Schreibweise des Zweiersystems sozusagen vor uns aufleuchtet.

Nach der üblichen Zählweise kann man mit den Fingern einer Hand nur bis 5 zählen. Lange vor dieser «Erfindung» und Entstehung der ersten fünf Zahlwörter werden die Menschen zunächst nur bis zwei gezählt haben, indem sie die beiden Hände als Einheiten auffassten. Eine weitere grossartige Entdeckung dürfte darin bestanden haben, dass man erkannte, wie man mit beiden Händen sogar bis drei zählen konnte, ohne dabei die Finger zu verwenden. Vielleicht ist man beim Übermitteln von Nachrichten auf grössere Entfernungen auf diese fabelhafte weitere Kombinationsmöglichkeit gekommen. Es dürfte nicht uninteressant sein, beim Lesen jetzt innezuhalten und darüber nachzudenken...

Schüler, die sich bekanntlich gern mit Geheimschriften und Verschlüsselungen aller Art beschäftigen, werden an solchen wertvollen Knocheleien ihre helle Freude haben. Die erste Lösung könnte folgendermassen aussehen: Die erhobene rechte Hand entspricht der Eins, während die erhobene linke Hand die Zahl 2 bedeutet; dann kann man durch Erheben beider Hände die Drei anzeigen. Unter gewissen Umständen hat diese Lösung den Nachteil, dass man, etwa auf grössere Entfernung, die rechte von der linken Hand nicht unterscheiden kann. So wie viele Erfindungen und Entdeckungen jeweils einer Notlage zu verdanken sind, wird man auch hier bald auf eine Verbesserung dieses Zählverfahrens gekommen sein. Wir unterbrechen auch

hier das Lesen und denken darüber nach...

Inzwischen dürfte dem einen oder anderen Nachdenkenden der glückliche Einfall zu unserer Fragestellung gekommen sein: Wenn nur eine Hand gestreckt wird — bleiben wir bei der rechten, es könnte aber auch die linke sein —, so soll dies die Eins bedeuten. Die dazu aber nur bis etwa Kopfhöhe erhobene zweite Hand zeigt dann zusammen mit der ersten die Zahl 2 an, dann bleiben für die Drei die beiden nach oben gestreckten Hände übrig.

Wenn man dieses Verfahren nun auf Daumen und Zeigefinger einer Hand — nehmen wir aus gutem noch einzusehendem Grund einmal die rechte — überträgt, dann ergibt sich unschwer der weitere Geistesblitz, in dieses grossartige Kombinationsverfahren auch die anderen Finger einzubeziehen. Auch hier ist es sehr zu empfehlen, wieder eigene Überlegungen anzustellen, wie es nun weitergehen wird...

Wer etwas findig ist, gelangt unschwer weiter. Wenn man willkürlich und planlos vorgeht, ergibt sich die Schwierigkeit, dass man sich die den einzelnen Zahlen zugeordneten Fingerstellungen nur schwer einprägen und kaum behalten kann. Geht man dagegen nach einem ganz bestimmten Gesetz vor, so braucht man sich nur dieses zu merken und hat rasch alle Fälle gegenwärtig.

Wenn es schwerer fällt weiterzuzählen, der kann ja leicht bei jeder passenden Gelegenheit üben; denn die Finger hat man doch sozusagen «stets zur Hand», d. h. überall bei sich. Die Zahl 4 wird also mit dem ausgestreckten Mittelfinger bei nur wenig angehobenem Dau-

Hunderter	Zehner	Einer		Achter	Vierer	Zweier	Einer
10 · 10	10 · 1			$2 \cdot 4$ 8	$2 \cdot 2$ 4	$2 \cdot 1$ 2	
H	Z	E		A	V	Z	E
100	10	1		1000	100	10	1
		1					1
		2				1	0
		3				1	1
		4			1	0	0
		5			1	0	1
		6			1	1	0
		7			1	1	1
		8		1	0	0	0
		9		1	0	0	1
	1	0		1	0	1	0
	1	1		1	0	1	1
	1	2		1	1	0	0

men und Zeigefinger dargestellt. Und nun kann man mit diesen ersten beiden Fingern für sich wieder um drei Einheiten weiterzählen, so dass man dann mit diesen drei ausgestreckten Fingern schon zur Zahl 7 kommt. Es ist kaum zu glauben, aber es geht schon bis 31, wenn man auch noch den Ring- und den kleinen Finger hinzunimmt.

Schreiben der Zahlen im Zweiersystem

Nach diesen eingehenden Vorbereitungen kommen wir auch schnell voran und können die dargestellten Zahlen gleich ins Zweier-Zahlenhaus eintragen. Links daneben zeichnen wir noch das Zehnerzählenhaus mit den Zahlen in diesem uns wohlbekannten System. Zwischen die beiden «Häuser» setzen wir unsere eigenartige Fingerzählung, und dabei werden wir eine grossartige Überraschung erleben:

Anmerkungen und Erläuterungen zur Abbildung:

a) Da es im Zweiersystem neben der Null nur die eine Ziffer 1 gibt, sind wir mit den Bausteinen, die für sich allein schon eine einstellige Zahl bilden, rasch am Ende und müssen bereits bei der Anzahl zwei zusammensetzen:

Wir sehen: im Zweiersystem muss bereits bei zwei Stäbchen gebündelt und als 10 geschrieben werden, so dass also gilt: $2 \triangleq 10$ (zu sprechen: «einsnull»).

b) Um die nächste Zahl richtig zu schreiben, denken wir an das Zahlgerät, in dem wir alle im Zweiersystem nicht vorkommenden Ziffern

der Zehnerordnung, also 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3 und 2 zukleben. Dann kann nach 10 nur 11 kommen, also $11 \triangleq 3$ («einseins»). Schon sind wir wieder am Ende!

c) Wer wirklich jetzt nicht wissen sollte, wie die nächste Zahl zu schreiben ist, erinnere sich, dass auf

99 in der Zehnerordnung 100 kommt. Dementsprechend muss nun auf $3 \triangleq 11$ in der Zweierordnung auch $100 \triangleq 4$ folgen.

d) Jetzt ist es an der Zeit, einen Blick auf die zwischen die beiden Zahlenhäuser gesetzte seltsame Fingerzählung zu werfen! Diese Zeichnungen stellen jeweils die rechte Hand dar, und zwar derart, dass man vor sich auf die innere Handfläche sieht. Dabei werden wir nun eine überraschende Entdeckung machen, wenn wir die Einsen und Nullen mit den gestreckten und halbgekrümmten Fingern vergleichen:

«Die rechte Hand entspricht genau dem rechtsstehenden Zweier-Zahlenhaus, wobei die Einsen durch die gestreckten und die Nullen durch die halbgekrümmten Finger dargestellt werden. Also ist diese eigenartige Zählung eine solche im Zweiersystem.»

e) Das Weiterzählen an den Fingern und im Zahlenhaus dürfte nun kaum noch Schwierigkeiten bereiten.

Kaum zu glauben ist es, dass man mit Hilfenahme der Finger der zweiten Hand im Zählen bis auf 1023 kommt. Probiert es aus!

Da wir in der Schule die Potenzschreibweise als eine Abkürzung für ein Produkt aus gleichen Faktoren kennen und in der Algebra

auch damit rechnen, können wir als gute Übung im Potenzieren folgendermassen vorgehen:

$$\begin{aligned}
 10 &= 10^1 \triangleq 2^1 = 2 \\
 100 &= 10^{10} \triangleq 2^2 = 4 \\
 1\,000 &= 10^{11} \triangleq 2^3 = 8 \\
 10\,000 &= 10^{100} \triangleq 2^4 = 16 \\
 100\,000 &= 10^{101} \triangleq 2^5 = 32 \\
 1\,000\,000 &= 10^{110} \triangleq 2^6 = 64 \\
 10\,000\,000 &= 10^{111} \triangleq 2^7 = 128 \\
 100\,000\,000 &= 10^{1000} \triangleq 2^8 = 256 \\
 1\,000\,000\,000 &= 10^{1001} \triangleq 2^9 = 512 \\
 10\,000\,000\,000 &= 10^{1010} \triangleq 2^{10} = 1024
 \end{aligned}$$

Wir sehen aus diesen und anderen Übungen, dass die Betrachtung solcher Nicht-Zehnersysteme durchaus keine Zeitverschwendung ist; denn Kopfrechenübungen müssen wir im Unterricht immer betreiben, und hier handelt es sich um eine besonders interessante Art derselben.

Wenn man die ganz links und die ganz rechts in der Reihe stehenden Zahlen anschaut, dann kommt nach 100 000, 10 000, 1000, 100, 10 1 und entsprechend nach 32, 16, 8, 4, 2 auch 1. Es widerspricht also nicht dem Sinn dieser Reihe, wenn wir festsetzen:

$$1 = 10^0 \triangleq 2^0 = 1$$

Diese Entsprechungsgleichung setzen wir an den Anfang der obigen Reihe.

So neuartig ist dieser mathematische Gedankengang nicht. Nach dem eben gezeigten mathematischen Grundgedanken beginnt der Lehrer, wenn er das Einmaleins erarbeitet, mit dem zweiten Sätzchen, etwa «zweimal 2 = 4», «dreimal 2 = 6» usw. und fügt erst zum Schluss zur Abrundung das erste

Sätzchen «einmal 2 = 2» hinzu. Im Sinne des Multiplizierens wird durch diese Rechenart die Ausgangszahl grösser gemacht. Beim Sätzchen 1 mal 2 = 2 ist die Vervielfachungszahl aber gleich geblieben. Das ist ja ein Widerspruch zum Sinn des Multiplizierens. Beim Multiplizieren und Teilen mit bzw. durch Bruchzahlen ist es ähnlich.

Wenden wir uns dem kleinen Einmaleins zu:

$$\begin{aligned}
 1 \text{ mal } 1 &= 1 & 1 \text{ mal } 10 &= 10 \\
 10 \text{ mal } 1 &= 10 & 10 \text{ mal } 10 &= 100
 \end{aligned}$$

Das letzte Sätzchen lautet in allen Einmaleins gleich und gibt uns wieder die Anzahl der Gleichungen oder Sätzchen an. Es hat in jedem System eine andere Bedeutung:

$$\begin{aligned}
 12 \text{ mal } 12 &= 144 \\
 10 \text{ mal } 10 &= 100 \\
 5 \text{ mal } 5 &= 25 \text{ und} \\
 2 \text{ mal } 2 &= 4
 \end{aligned}$$

Da wir zum schriftlichen Multiplizieren nur Einmaleinssätzchen mit einstelligen Faktoren, also den Ziffern oder Bausteinen des Systems, benötigen, bleibt beim Multiplizieren in der Zweierordnung nur die Gleichung 1 mal 1 übrig. Nachdem es fast unglaublich erscheint, mit diesem einen Sätzchen die ganze Multiplikation bewältigen zu können, wollen wir gleich die Probe aufs Exempel machen: Zunächst nehmen wir ein einfaches Beispiel, das wir ohne Umrechnungen allein mit Hilfe der Tabelle nachprüfen: 4 mal 3 = 12

$$\begin{array}{r}
 100 \cdot 11 \\
 \hline
 100 \\
 1100 \\
 \hline
 \end{array}$$

Da für das weitere Beispiel

$$\begin{array}{r} 1011 \cdot 101 \\ \hline \end{array}$$

$$10110$$

$$1011$$

$$11011 \triangleq 11 \cdot 5 = 55$$

diese Zusammenstellung nicht mehr ausreicht, soll sie noch weitergeführt werden:

12,	13,	14,	15,
1100,	1101,	1110,	1111,
16,	17,	18,	19,
10000,	10001,	10010,	10011,
20,	21,	22,	23,
10100,	10101,	10110,	10111,
24,	25,	26,	27,
11000,	11001,	11010,	11011,
28,	29,	30,	31,
11100,	11101,	11110,	11111,
32,	33,	34,	35,
100000,	100001,	100010,	100011,
36,	37,	38,	39,
100100,	100101,	100110,	100111,
40,	41,	42,	43,
101000,	101001,	101010,	101011,
44,	45,	46,	47,
101100,	101101,	101110,	101111,
48,	49,	50,	51,
110000,	110001,	110010,	110011,
52,	53,	54,	55,
110100,	110101,	110110,	110111,
56	usw.		
111000			

Dass das Multiplizieren ohne weiteres auch mit grossen Zahlen klappt, soll noch folgendes Beispiel zeigen:

$$\begin{array}{r} 1101 \cdot 1010 \\ \hline \end{array}$$

$$11010$$

$$11010$$

$$1000010 \triangleq 130$$

gen angegebenen grossen Zahlen in Potenzschreibweise lässt sich dieses Ergebnis leicht überprüfen: $100000 \triangleq 128$ und $10 \triangleq 2$, was zusammen 130 ergibt.

Bei klarer Schreibweise, deren wir uns immer befleissigen sollten, lassen sich auch diese grösseren Zahlen rasch lesen.

Beim ersten Beispiel für das Multiplizieren ($4 \text{ mal } 3 = 12$) haben wir einen sogenannten Rechenvorteil verwendet, der früher eine grössere Rolle spielte. Wenn nämlich die höchste Stelle des Multiplikators eine Eins ist, dann braucht man den Multiplikanden gar nicht erst hinzuschreiben; er steht ja schon dort. Man setzt dann die folgenden Reihen gleich darunter. Dieser Rechenvorteil gewänne im Zweiersystem eine besondere Bedeutung dadurch, dass die höchste Stelle des Multiplikators immer eine Eins ist. Dieser Vorteil könnte also bei jeder schriftlichen Multiplikation angewandt werden. Er würde dann gar nicht mehr als ein unter Umständen anzuwendender Rechenvorteil angesehen, sondern als eine wesentliche Vereinfachung gleich in das Rechenverfahren selbst einbezogen werden. Man müsste nur vor dem Malpunkt etwas Platz lassen, damit man beim Ausrücken nach rechts eine etwa noch erforderliche Null anfügen könnte. Damit kommen wir noch auf eine zweite grosse Vereinfachung des schriftlichen Multiplizierens: In den Zahlen des Zweiersystems kommen je nach Beschaffenheit der Zahl mehr oder weniger Nullen vor. Dafür braucht man also keine eigene Zeile für ein Teilprodukt anzuschreiben, sondern es wird nur eine Null angehängt.

Auch hier erkennen wir wieder, dass eine Beschäftigung mit dem Zweiersystem durchaus keinen Zeitverlust bedeutet. Wir können an geeigneten Beispielen alle Rechenarten wiederholen. Erst wenn man imstande ist, ein Rechenverfahren auch in ein anderes System zu übertragen, beherrscht man es wirklich.

Für das Addieren und Subtrahieren brauchen besondere Beispiele nicht angegeben zu werden; denn ersteres wird beim Multiplizieren und letzteres beim Dividieren geübt. So führen wir nur noch zwei Divisionsaufgaben durch:

$$45 : 9 = 5 \text{ und } 130 : 10 = 13$$

$$\begin{array}{r} 101\ 101 : 1\ 001 = 101 \\ 100\ 1 \\ \hline 1\ 001 \\ 1\ 001 \\ \hline 0 \end{array}$$

und

$$\begin{array}{r} 10\ 000\ 010 : 1\ 010 = 1\ 101 \\ 1\ 010 \\ \hline 110\ 0 \\ 101\ 0 \\ \hline 1\ 010 \\ 1\ 010 \\ \hline 0 \end{array}$$

Abschliessend wollen wir auch im Zweiersystem die Brüche, die Dualbrüche, kurz betrachten. Die Schwierigkeit besteht nur darin, den Anfang zu finden. Wir beginnen mit der einfachen Bruchzahl $\frac{1}{2}$ und schreiben sie zunächst als gewöhnlichen Bruch in die Zweierordnung um: $\frac{1}{2} \triangleq \frac{1}{10}$.

Wir überlegen uns, wie wir in der Zehnerordnung gewöhnliche in dezimale Brüche verwandeln:

$$\frac{1}{10} = 1 : 10 = 0,1$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 10 \\ \hline 0 \end{array}$$

Stimmt das Resultat?

Im Zehnersystem hat ein Ganzes 10 Zehntel; 5 davon, also die Hälfte, ergeben $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$, was mit der Ziffer 5 in der ersten Stelle nach dem Komma geschrieben wird: 0,5. Entsprechend hat in der Zweierordnung ein Ganzes zwei (besser: «einsnull») Halbe. Die Hälfte davon, also ein Halbes, ergibt $\frac{1}{2} \triangleq 1/10$, was mit der Ziffer 1 in der ersten Stelle nach dem Komma zu schreiben ist: 0,1. Beim nächsten Bruch $\frac{1}{4} \triangleq 1/100$ sind wir schon mutiger und kommen durch Dividieren:

$$\frac{1}{4} \triangleq 1/100 = 1 : 100 = 0,01$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \hline 100 \\ 100 \\ \hline 0 \end{array}$$

schnell zum richtigen Ergebnis, das wir durch dieselbe Überlegung prüfen könnten.

Wir wollen hier aber auf einem anderen Wege nachsehen, ob das Ergebnis $\frac{1}{4} \triangleq 1/100 = 0,01$ stimmen kann. Wenn man davon ausgeht, dass es richtig sei, dann müssten $\frac{2}{4} \triangleq 10/100 = 0,10$ und $\frac{3}{4} \triangleq 10/100 = 0,11$ und $\frac{4}{4} = 100/100 = 1,00$ zu schreiben sein. Das «geht» also ohne «weiteres» auf. Zwar ist dies kein Beweis; aber wenn wir zu keinem Widerspruch

kommen, dann kann man eben annehmen, dass unser Ergebnis stimmt. $\frac{2}{4} \triangleq 10/100 = 0,10$ haben wir ja auf anderem Wege bereits erhalten, nämlich $\frac{1}{2} \triangleq 1/10 = 0,1$. Wenn wir $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4}$ im Zweiersystem addieren, müssten wir auch auf $\frac{3}{4} \triangleq 11/100 = 0,11$ kommen. Das ist in der Tat der Fall: $0,1 + 0,01 = 0,11$. Auch wenn wir $\frac{1}{4} \triangleq 1/100 = 0,01$ mit $3 \triangleq 11$ multiplizieren, müssen wir wieder auf $\frac{3}{4} \triangleq 11/100 = 0,11$ kommen, wenn unser nachzuprüfendes obiges Ergebnis richtig ist. Das trifft tatsächlich zu; denn

$$0,01 \cdot 11$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \end{array}$$

0,11 ist wiederum 0,11.

Zu allem Überflus wollen wir auch noch $\frac{1}{4}$ von einem Ganzen abziehen:

$$\begin{array}{r} 1,00 \\ - 0,01 \\ \hline 0,11 \end{array}$$

Wenn wir also nun 0,1 und 0,01 als richtig ansehen, könnt ihr leicht auch die weiteren Bruchhalbierungen angeben:

$$\begin{array}{l} 0,1 \\ 0,01 \\ 0,001 \\ 0,0001 \\ 0,00001 \\ 0,000001 \end{array}$$

Überprüft auf verschiedenen Wegen die neuen Bruchzahlen auf ihre richtige Schreibweise!

Wenn die im Zweiersystem geschriebenen Zahlen nicht so viel Platz in Anspruch nähmen, wäre

es, insbesondere für die Schulkinder, das ideale Zahlzeichensystem. Denn das Gedächtnis wird dabei kaum belastet. Da den Maschinen diese langen Zahlen jedoch nichts ausmachen, aber die sehr einfache Rechenweise wohl ein grosser Vorzug für das Rechnen mit Maschinen sein wird, wundert es uns nicht, dass die modernen Rechenmaschinen, die mit Radioröhren arbeiten, also die elektronischen Maschinen, richtiggehend im Zweiersystem rechnen. Die Schreibweise des Zehnersystems muss nur hin- und rückübertragen werden. Der Hauptgrund aber dafür, dass diese Computer in der Zweierordnung rechnen, ist ein physikalischer, den man mit wenig Physikkenntnissen verstehen kann. In einer solchen Maschine wird mit Stromdurchgang die Ziffer 1 und durch Ausschalten die Null dargestellt. Diese Stromstösse brauchen fast keine Zeit zur Fortbewegung. Damit kann die Maschine mit einer ungeheuren Geschwindigkeit rechnen. Dazu kommt die Einfachheit der Rechenverfahren im Zweiersystem. Zu diesem beispiellosen Tempo gesellt sich noch etwas geradezu Unheimliches: Wie ihr sicher zu Hause am Fernsehschirm gesehen habt, kann ein solcher Roboter z. B. Wahlergebnisse nicht nur schnellstens zusammenzählen, sondern richtiggehend vorausberechnen, selbst wenn er von allen Teilergebnissen nur einen bescheidenen Bruchteil besitzt. Dass dies eine saubere technische Angelegenheit und nicht etwa «Teufelswerk» ist, wie man früher gesagt hätte, könnt ihr nach diesem kurzen Ausflug ins Zweierzahlenland nun einsehen und selbst beurteilen!