Das fünfseitige senkrechte Prisma

Inhalt des Zimmerbodens.

b) *Berechne den Flächeninhalt dieses Zimmerbodens.*

$$A\,B\,C = {}^1\!/_2\ A\,C\ .\ B\,E = {}^1\!/_2\ .\ 8\ .\ 3{,}2\ m^2 = 12{,}8\ m^2$$

$$A\,C\,D = {}^1\!/_2\ A\,C\ .\ F\,D = {}^1\!/_2\ .\ 8\ .\ 3{,}9\ \text{„} = 15{,}6\ \text{„}$$

$$\text{Boden}\ .\quad = 28{,}4\ m^2.$$

c) *Beschreibe den Zimmerkörper.* Wir nennen ihn ein vierseitiges senkrechtes Prisma mit schiefwinkliger Grundfläche. *Berechne den Rauminhalt des Zimmers,* wenn dessen Höhe 3 m misst. Über dem Dreieck A B C als Grundfläche steht ein dreiseitiges Prisma, dessen Höhe die Zimmerhöhe ist, das gleiche über A C D.

Prisma über ABC = Grundfläche $\times$ Höhe

$$= \triangle\ A\,B\,C\ .\ h. = 12{,}8\ .\ 3\ m^3 = 38{,}4\ m^3.$$

„ „ ACD = Grundfläche $\times$ Höhe

$$= \triangle\ A\,D\,C\ .\ h. = 15{,}6\ .\ 3\ \text{„} = 46{,}8\ \text{„}$$

Inhalt des Zimmerkörpers.

$$\text{Zimmerkörper} \quad = 85{,}2\ \text{„}$$

Wie könnte man die Rechnung bequemer gestalten?

Statt die Dreiecke A B C und A D C einzeln mit der Höhe zu multiplizieren und die Produkte zu addieren, kann man auch zuerst die Inhalte der Dreiecke zusammenzählen, was den Inhalt der ganzen Grundfläche gibt, und dann diese mit der Masszahl der Höhe multiplizieren.

$$\text{Zimmmerkörper} = \text{Grundfläche} \times \text{Höhe} = 28{,}4\ .\ 3\ m^3 = 85{,}2\ m^3.$$

2) Behandle noch ein zweites Beispiel, und stelle das Gemeinsame fest.

Verallgemeinerung. **Satz 19. Ein schiefwinkliges Viereck kann berechnet werden, indem man es durch eine Diagonale in zwei Dreiecke zerlegt, diese ausmisst und ihren Inhalt addiert.**

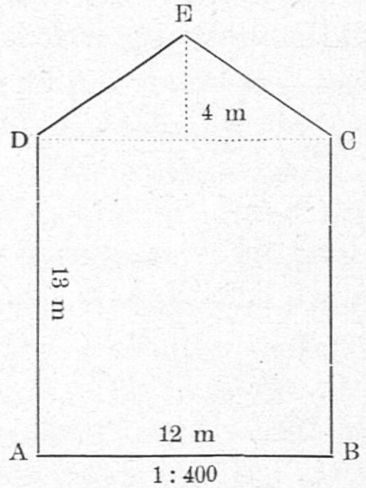
Satz 20. Ein vierseitiges senkrechtes Prisma mit schiefwinkliger Grundfläche wird auch nach der Regel J. = G. . H. berechnet.

D. Das fünfseitige senkrechte Prisma.

Der Hauskörper (mit Giebeldach).

1) Bei Steinhäusern bilden die vordere Hausmauer und die Giebelmauer gewöhnlich eine einzige ununterbrochene Fläche. *Beschreibe und zeichne eine solche Hausfassade.* Sie hat 5 Seiten und 5 Ecken; wir nennen diese Figur ein Fünfeck. Zeichne es aus der Breite des Hauses (12 m), aus der Höhe der rechteckigen Mauer (13 m) und aus der Giebelhöhe (4 m). (Fig. 16.)

Fig. 16.



Das Fünfeck A B C E D setzt sich aus dem Rechteck A B C D und aus dem Dreieck D C E zusammen.

Berechnung der vordern Fassade.

$$\text{Rechteck } ABCD = 12 \cdot 13 \text{ m}^2 = 156 \text{ m}^2$$
$$\text{Dreieck } DCE = \frac{12 \cdot 4}{2} \text{ „} = 24 \text{ „}$$
$$\text{Fünfeck} = 180 \text{ m}^2.$$

Kosten für den Anstrich = 180 . 90 Rp. = 162 Fr.

2) *Zeichne das Netz des ganzen Hauses, und berechne es auf die einfachste Art. Verfertige das Modell.* Netz.

3) *Berechne das Volumen des ganzen Hauskörpers und die Baukosten à 20 Fr. pro m³.*

Volumen des Hauskörpers.

a) Erste Art:
$$\text{Hauskörper ohne Estrich} = 20 \cdot 12 \cdot 13 \text{ m}^3 = 3120 \text{ m}^3.$$
$$\text{Estrich} = \frac{20 \cdot 12 \cdot 4}{2} \text{ „} = 480 \text{ „}$$
$$\text{Ganzer Hauskörper} = 3600 \text{ m}^3.$$
$$\text{Baukosten} = 3600 \cdot 20 \text{ Fr.} = 72000 \text{ Fr.}$$

b) Zweite Art: wir denken uns das Haus auf die vordere Fläche gestellt. Stelle das Modell so. Beschreibe es in dieser Stellung. Es hat als Grund- und Deckfläche zwei kongruente Fünfecke und ist ferner begrenzt von 5 Rechtecken als Seitenflächen, die sich in 5 Kanten schneiden, welche senkrecht auf der Grundfläche stehen. Wir können diesen Körper ein senkrechtes fünfseitiges

Prisma nennen. Er setzt sich aus einem rechtwinkligen und aus einem dreiseitigen Prisma zusammen, welche gleich hoch sind.

Wie berechnen wir das Volumen? Multiplizieren wir die Höhe mit dem rechtwinkligen Teil der Grundfläche, so erhalten wir den Inhalt des rechtwinkligen Prismas, und multiplizieren wir die Höhe mit dem dreiseitigen Teil der Grundfläche, so erhalten wir den Inhalt des dreiseitigen Prismas.

$$\begin{array}{lll} \text{Rechtw. Prisma} & = 12 \,.\, 13 \,.\, 20 \text{ m}^3 & = 3120 \text{ m}^3 \\ \text{Dreiseitiges Prisma} & = \dfrac{12 \,.\, 4}{2} \,.\, 20 \text{ „} & = \underline{480 \text{ „}} \\ & & 3600 \text{ m}^3. \end{array}$$

Indem wir die Höhe mit der ganzen Grundfläche (180 m²) multiplizieren, werden wir den Inhalt des fünfseitigen Prismas erhalten.

$$G. \,.\, H. = 180 \,.\, 20 \; m^3 = 3600 \; m^3.$$

Dieses senkrechte fünfseitige Prisma kann daher nach der gleichen Regel (J. = G. . H.) berechnet werden wie die bisher behandelten Prismen.

Führe noch ein zweites Beispiel durch, und vergleiche es mit Beispiel 1.

Satz 21. Ein fünfseitiges senkrechtes Prisma ist begrenzt von 2 kongruenten Fünfecken als Grund- und Deckfläche und von 5 Rechtecken als Seitenflächen. Es wird wie das drei- und vierseitige Prisma nach der Regel J. = G. . H. berechnet.

E. Der Cylinder (die Walze). Der Kreis.

I. Beschreibung und Konstruktion des Cylinders.

1) Bei einer Durchmusterung unseres Hauses treffen wir zahlreiche Gegenstände an, die eine runde Form haben. Wir wollen von diesen Formen diejenige betrachten, die uns als die einfachste erscheint.

Als erstes Beispiel wählen wir die vorliegende cylinderförmige Schachtel. Welche Verwendung findet sie?

2) *Wir wollen lernen, wie eine solche Schachtel zu verfertigen ist.*

a) Zunächst sollt ihr eine Beschreibung davon geben. Grund- und Deckfläche sind 2 runde Figuren, die keine Ecken zeigen. Ihre Umfänge sind krumme Linien, die ganz regelmässig