

Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 26 (1953)
Heft: VII-VIII

Artikel: Optique géométrique axiomatique
Autor: Boolsky, R.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-112436>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 11.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Optique géométrique axiomatique

de R. Boolsky, Genève.

(18. VIII. 1953.)

Modèles iconaux d'imageries parfaites.

Un système optique établit une correspondance entre les rayons incidents et émergents, dite correspondance iconale. La même correspondance iconale peut être réalisée par une infinité de systèmes optiques physiques différents.

L'imagerie idéale de GAUSS est une collinéation homographique de l'espace objet et de l'espace image. La correspondance iconale qu'elle représente n'est pas compatible avec les lois de propagation de la lumière dans les systèmes optiques réels possédant une convergence non nulle.

L'étude axiomatique des possibilités imageantes des systèmes optiques et l'établissement de règles de construction exigent la connaissance des correspondances iconales réelles qui accompagnent la formation des images. L'application successive de la construction de YOUNG ou, de la représentation analytique de la réfraction sur le dioptré, permet d'établir la correspondance iconale présentée par un système. Cependant, la disparition des aberrations sur une surface image déterminée ne caractérise pas de manière univoque un modèle iconal. Il faut encore tenir compte de conditions additionnelles dont on ignore l'action sur la dépendance entre les aberrations.

L'extrême complexité des représentations analytiques exige le recours à des approximations, qui modifient les caractères des correspondances iconales et ne permettent pas de formuler des lois rigoureuses. Les performances optimales que peuvent atteindre les systèmes optiques sont ignorées, bien que l'on connaisse quelques exemples d'imageries parfaites réalisées par les systèmes de dioptrés concentriques. Les méthodes analytiques sont inutilisables dans les systèmes comportant un grand nombre de dioptrés.

Un système optique réalisant une imagerie stigmatique parfaite d'une surface objet sur une surface image en lumière monochromatique est dit «système parfait». Les points objets et images sont

en correspondance univoque-réciproque. La correspondance iconale, définie à une translation de l'espace image près, est définie dans un système parfait par une construction géométrique généralement simple, dite «modèle iconal». Nous limitons nos investigations aux systèmes optiques axiaux centrés.

Les modèles iconaux sont dits «fondamentaux» lorsque la surface image stigmatique est une surface focale. Les combinaisons de systèmes fondamentaux permettent d'obtenir toutes les imageries de surfaces.

Les modèles iconaux se construisent par des méthodes pûrement axiomatiques. Nous admettons les postulats de propagation de la lumière selon les lois de l'optique géométrique, c'est-à-dire l'existence de surfaces d'ondes et de leurs trajectoires orthogonales dans les milieux optiques isotropes. La vitesse de propagation d'un élément de surface d'onde sur sa trajectoire orthogonale est inversement proportionnelle à l'indice de réfraction au point considéré. La durée séparant les passages successifs de deux ondes par un point d'une trajectoire orthogonale commune est invariante sur toute la trajectoire.

Théorème fondamental de l'imagerie stigmatique de l'élément de ligne.

Soit dL un élément de ligne objet, représenté par le vecteur élémentaire dl , N l'indice de réfraction dans l'entourage de cet élément de ligne, u_1 et u_2 les vecteurs unitaires caractérisant deux rayons partant d'un point de dL .

Soit dL' un élément de ligne, image stigmatique de dL point par point, dl' le vecteur élémentaire qui le caractérise, N' l'indice de réfraction dans l'entourage immédiat de dL' , u_1' et u_2' les vecteurs unitaires caractérisant les deux rayons choisis au point image, nous avons :

$$N' dl' \cdot (u_1' - u_2') = N dl \cdot (u_1 - u_2).$$

Cette relation est immédiatement démontrée si on considère simultanément des ondes sphériques et planes au moment où elles passent par les extrémités de l'élément de ligne objet, où les ondes sphériques prennent naissance, et à un instant ultérieur où une des ondes sphériques a convergé sur un point image. (Cette démonstration pûrement géométrique est plus simple que la démonstration classique, utilisant le calcul des variations appliqué au potentiel iconal $J = \int ds \cdot \text{grad } J$, avec $\text{grad } J = Nu$.)

Désignons par dL la longueur de dl , par dL' la longueur de dl' , par $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_1'$ et α_2' les angles $(u_1, dl), (u_2, dl), (u_1', dl')$ et (u_2', dl') ; $A_{dl} = N'dL'/NdL$ est le «grandissement optique linéaire». Il vient:

$$\cos \alpha_2' - \cos \alpha_1' = \frac{1}{A_{dl}} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1).$$

Cette relation exprime les conditions imposées aux rayons imageant stigmatiquement l'élément de ligne objet, sans faire intervenir les milieux optiques intermédiaires traversés.

La donnée des positions des éléments de lignes objets et images, du grandissement optique et d'un rayon incident avec son correspondant émergent permet de construire tous les autres rayons.

Ainsi, la donnée d'une surface objet, d'une surface image et d'une seule congruence de rayons incidents et émergents détermine toutes les correspondances iconales partielles liées aux imageries stigmatiques des éléments de lignes de ces surfaces.

Réseaux tangentiels et méridiens.

Considérons un élément de surface df et son image stigmatique df' découpés dans un couple stigmatique de surfaces. Il est évident qu'une onde tangente à df à l'émission détermine sur df' un réseau de traces parallèles. En conséquence, il existe un réseau de lignes objets et images coupé orthogonalement par les rayons émis normalement à la surface objet. C'est le «réseau tangentiel». Le réseau perpendiculaire est le «réseau méridien». Une nappe méridienne de rayons coupe normalement les éléments de lignes tangentiels objets et images.

On voit immédiatement que l'élément de ligne image est en particulier méridien ou tangentiel en même temps que l'élément de ligne objet. La transformation de l'élément de surface objet en élément de surface image est affine-monoaxiale ou homothétique.

Les grandissements optiques linéaires tangentiels et méridiens affectés à chaque couple de points stigmatiques déterminent les grandissements optiques linéaires de tous les éléments de lignes.

Modèles iconaux.

L'imagerie stigmatique de la calotte sphérique sur une calotte sphérique est la plus importante. Elle comprend, comme cas particuliers, les imageries de la sphère sur le plan et du plan sur le plan.

Par raison de commodité, le modèle iconal est défini, à une translation de l'espace image près, par la donnée de la sphère objet, de la sphère image, et par la donnée d'un couple stigmatique de points de l'axe optique avec la loi angulaire des rayons qui traversent le point objet et le point image.

La combinaison de deux modèles iconaux, dans laquelle une calotte sphérique image stigmatique appartenant au premier est superposée à une calotte sphérique objet de même rayon imagée stigmatiquement dans le second, conduit à un nouveau modèle iconal qui ne possède, généralement, plus de couples stigmatiques ponctuels autres que le couple de sommets des surfaces stigmatiques sur l'axe optique.

Les modèles iconaux fondamentaux peuvent être modifiés par l'adjonction en-avant de systèmes afocaux imageant stigmatiquement l'infini sur l'infini, comme la lame plan parallèle par exemple. Il est donc aisé de passer de modèles iconaux particuliers aux modèles iconaux les plus généraux, présentant les mêmes imageries de surfaces. Les modèles iconaux se combinent entre eux comme le font les dioptries, qui sont des modèles iconaux particulièrement simples. (Les surfaces stigmatiques du dioptre sont, l'une, la surface dioptrique confondue avec son image, l'autre, la surface de YOUNG opposée au dioptre de rayon $N'R/N$ dont l'image concentrique a le rayon NR/N' .)

L'identification plus ou moins parfaite de la correspondance iconale d'un modèle et de celle d'un système dioptrique fournit les conditions instrumentales.

Modèle iconal fondamental de l'imagerie plane symétrique.

Il s'agit ici d'un cas particulier de l'imagerie sphérique, dans un système présentant deux couples stigmatiques de sphères. Le sommet de la calotte sphérique objet est le centre de la seconde calotte sphérique objet, la même disposition se répétant pour les calottes images. Les rayons des sphères objets tendant vers l'infini, la première surface devient la sphère de l'infini objet et la seconde devient un disque plan traversant le foyer objet.

C'est le seul exemple de modèle iconal fondamental présentant deux focales planes. L'image focale est transformée planisphériquement par rapport à la sphère de l'infini.

Les rayons disposés selon les génératrices d'un cylindre de révolution axé sur un rayon passant par le foyer objet émergent sur un

cône de révolution axé sur le rayon émergent parallèle à l'axe optique.

La correspondance iconale méridienne est définie par les relations :

$$\sin \varphi' = -h/F; \quad h' = F \sin \varphi.$$

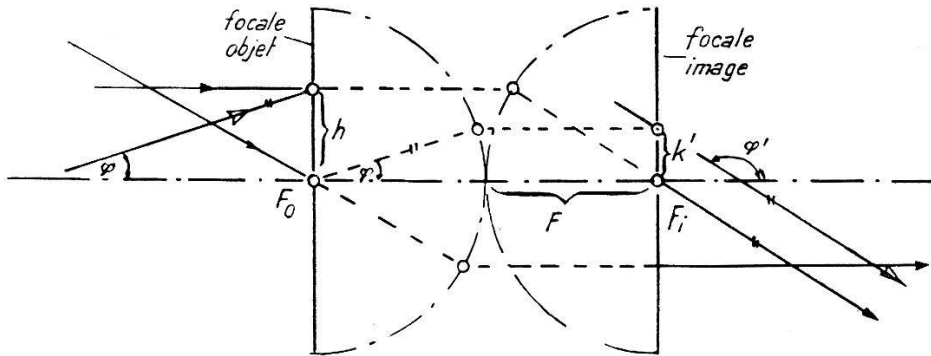


Fig. 1.

Ce modèle iconal est celui d'un instrument idéal pour l'établissement des cartes stellaires. Il présente aussi un intérêt en photographie, comme modèle de télé-objectif et aussi pour la prise de vues et la projection avec la même optique.

Modèles iconaux fondamentaux des objectifs.

Ces modèles iconaux sont des cas particuliers de l'imagerie sphérique dans des systèmes ne présentant qu'un seul couple stigmatique de calottes sphériques. Comme l'axe optique d'un système non afocal ne peut porter au plus que trois couples stigmatiques (sinon tous les points de l'espace seraient collinéairement et homographiquement imagés), nous pouvons imposer la présence de deux couples stigmatiques de points distincts des sommets des calottes sphériques. Les rayons traversant ces deux couples de points peuvent coïncider avec ceux de l'imagerie de GAUSS du système optique; ils sont alors dits «gaussiens». Les sommets des surfaces sont des couples de points dits «abbéïques» ou aplanétiques.

Objectif diaphragmé au foyer objet.

Cet objectif est astreint à présenter un foyer objet gaussien et un couple nodal stigmatique. Soit p le vecteur élevé normalement au rayon incident à partir du foyer objet, h' la distance du point image focal à l'axe optique, φ l'angle d'incidence du rayon par rapport à

l'axe optique et φ' l'angle d'émergence, nous avons (pour les rayons méridiens) :

$$\sin \varphi' = -I p I/F; \quad h' = F \operatorname{tg} \varphi,$$

où F est la longueur focale du système. Les rayons disposés sur un cylindre de révolution axé sur le rayon traversant le foyer objet correspondent aux rayons émergents disposés sur un cône de révolution axé sur le rayon émergent parallèle à l'axe optique.

L'imagerie réalisée par les faisceaux traversant le foyer objet à l'incidence est une collinéation de GAUSS de tout l'espace. Elle ne se confond avec l'imagerie réalisée par les faisceaux principaux traversant le point nodal que sur la focale image.

Modèle iconal de l'objectif universel.

Ce modèle iconal présente un couple nodal stigmatique et une focale image plane stigmatique. Il s'agit d'une imagerie du plan sur le plan, cas particulier de l'imagerie sphérique, dans lequel les centres des calottes sphériques objets et images ne forment pas un couple stigmatique.

Les faisceaux traversant les points nodaux décrivent une collinéation de GAUSS. Soit φ l'angle formé par l'axe optique et un rayon incident méridien, q_c la distance du point nodal objet au rayon incident, h' la distance du point image focal à l'axe optique, l'imagerie méridienne est décrite par les relations :

$$\sin \varphi' = \sin \varphi - I q I \cos^2 \varphi/F; \quad h' = F \cdot \operatorname{tg} \varphi,$$

où F est la longueur focale.

Les rayons incidents disposés sur un cylindre de révolution axé sur un rayon central correspondent à des rayons émergents disposés sur un cône dont la directrice est elliptique.

Ce modèle iconal est celui des objectifs à grand champ et grande ouverture dits «anastigmats». En effet, la réduction de l'astigmatisme des rayons principaux et l'application de la condition des sinus d'ABBE au foyer image conduisent, avec la condition de planéité du champ, à un ensemble de correspondances iconales qui tendent vers celle du modèle ci-dessus lorsque le couple nodal est stigmatique.

La combinaison symétrique de deux modèles iconaux identiques et montés en opposition fournit les modèles iconaux des objectifs de reproduction, présentant un couple antinodal stigmatique de

plans. Lorsque les composantes présentent simultanément un couple nodal et des foyers objets gaussiens stigmatiques, la combinaison peut présenter deux foyers gaussiens stigmatiques. Cette condition assure le comportement le plus favorable de systèmes projectifs destinés à travailler à grande ouverture avec des grandissements variables proches de l'unité.

Systèmes fondamentaux à focales sphériques.

Soit un système de dioptries concentriques, la condition de stigmatisme des foyers objets et images s'exprime par le système d'équations :

$$(1/N_{n+1}F')^m = (-1/N_1F)^m = \sum_{k=1}^n (1/N_{k+1}^m - 1/N_k^m)/R_k^m; \quad m = 3, 5, 7, \dots$$

F' = longueur focale image,

F = longueur focale objet,

N_k = indices des milieux,

R_k = rayons de courbure des dioptries, positifs pour une courbure $-)$,
négatifs pour une courbure $-($.

Pour $m = 1$, nous avons l'équation de convergence.

$$\text{Ecrivons } 1/N_{k+1}R_k = x_k; \quad 1/N_kR_k = x_k'; \quad 1/N_{n+1}F' = c$$

$$(x_1 - x_1') + (x_2 - x_2') + \dots = c,$$

$$(x_1 - x_1')^3 + (x_2 - x_2')^3 + \dots + 3(x_1 - x_1')x_1x_1' + 3(x_2 - x_2')x_2x_2' + \dots = c^3,$$

$$(x_1 - x_1')^5 + \dots + 5(x_1 - x_1')^3x_1x_1' + 5(x_1 - x_1')x_1^2x_1'^2 = c^5.$$

Ecrivons encore :

$$c_k = x_k - x_k'; \quad x_k x_k' = p_k c_k^2; \quad p_k = N_{k+1}N_k/(N_k - N_{k+1})^2$$

$$\Sigma c_k = c \text{ (équation de convergence);}$$

$$\Sigma c_k^3(1 + 3p_k) = c^3 \text{ (équation de stigmatisme du second ordre);}$$

$$\Sigma c_k^5(1 + 5p_k + 5p_k^2) = c^5 \text{ (équation de stigmatisme du 4^e ordre).}$$

Le stigmatisme du second ordre est suffisant pour la pratique. Il est réalisable dans un système à deux dioptries concentriques.

Système à deux dioptries.

Soit

$$R_1 = 1;$$

$$c = (1/N_2 - 1/N_1) + (1/N_3 - 1/N_2)r = ((1/N_2^3 - 1/N_1^3) + (1/N_3^3 - 1/N_2^3) r^3)^{1/3};$$

$$r = 1/R_2$$

Pour

$$N_1 = 1,618; \quad N_2 = 1,78752; \quad N_3 = 1;$$

$$c = -0,058 + 0,4405 r = (-0,06 + 0,824 r^3)^{1/3}$$

$$r = 0,4225 = R_1/R_2$$

$$c = 0,128/R_1$$

$$c^3 = 0,0021/R_1^3$$

Ce système présente une ouverture maximum relative de l'ordre de $N_1:3,9$. Il est utilisable à l'ouverture utile 1:2,5.

L'adjonction d'un troisième dioptre concentrique, divergent, recouvrant la focale image, conduit à un nouveau système fondamental présentant des focales sphériques stigmatiques au second ordre. Les longueurs focales sont égales lorsque $N_4 = N_1$. Si nous coupons finalement ce système par un dioptre frontal de rayon R^0 passant par le centre des dioptres concentriques et par un plan réfractant terminal, nous obtenons un objectif dont la focale objet est plane et stigmatique relativement au calcul des aberrations selon la dioptrique classique du 4^e ordre. Ce résultat est obtenu en faisant coïncider le point de YOUNG image du dioptre frontal de rayon R^0 avec le foyer objet du système concentrique.

Cette construction fournit un objectif ouvert à $F:6,5$ couvrant convenablement un champ de 60° sans distorsion.

Le même système couvre un champ de 120° à très faible ouverture. Il est clair que l'objectif est utilisé en position renversée, la focale objet primitive devenant la focale image.

L'achromatisme de grandissement est réalisé ipso facto lorsque la fixité chromatique du foyer est obtenue, ce qui nécessite l'emploi de verres N_1 et N_4 de mêmes indices, mais de dispersions différentes.

Le système à focale sphérique primitif peut encore être associé à une lentille concave-plane de verre $N_4 = N_1$ dont le dioptre présente son point de YOUNG objet en coïncidence avec le centre des dioptres R_1 et R_2 et son sommet en coïncidence avec le foyer image.

L'image focale se forme à proximité du plan réfractant terminal. Un plan réfractant frontal est ménagé par le centre des dioptries concentriques.

Cette disposition fournit un télé-objectif ouvert à $F:2,5$, aussi bien qu'un grand-angulaire, mais, la fixité chromatique des points nodaux n'étant pas réalisable, l'achromatisme de grandissement est défectueux.

En l'absence de plan réfractant terminal, cet objectif présente une bonne approximation du modèle iconal de l'objectif universel.

Les objectifs usuels dérivent souvent de combinaisons de lentilles possédant chacune un couple stigmatique sur l'axe, comme la lentille convexe-plane dont le plan réfractant traverse le centre du dioptrie, la lentille mince et la lentille d'AMICI.

De manière générale, les dioptries d'un objectif doivent former un système afocal lorsqu'ils sont déplacés et amenés en position concentrique. Cette condition est celle « d'homomorphisme » ou « planéité de champ ».

L'usage de lentilles présentant directement des points stigmatiques permet de réaliser simplement le stigmatisme des points nodaux et une imagerie principale gaussienne. Le stigmatisme et l'aplanétisme du foyer image est d'une réalisation plus délicate que dans les deux exemples choisis, construits à l'aide d'une composante fondamentale sphérique et d'un « dioptrie redresseur ».

Les systèmes relativement simples construits à l'aide de lentilles présentant des points stigmatiques et à l'aide de composantes sphériques et dioptries redresseurs se calculent plus facilement par les moyens analytiques classiques et équivalents. (Ces méthodes sont exposées dans un ouvrage non encore publié, traitant de la *Dioptrique axiomatique*.) Les conditions imposées conduisent à une réalisation approximative de l'imagerie du modèle de l'objectif universel.

Par contre, l'identification directe de la correspondance iconale d'un système de dioptries et celle d'autres modèles d'objectifs conduit à des combinaisons optiques nouvelles.

Je me bornerai ici à la donnée des expressions utilisées pour la représentation de la correspondance iconale méridienne du dioptrie. Les développements en séries de ces expressions permettent d'appliquer la récurrence et d'obtenir des expressions utilisables pour la représentation de la correspondance iconale d'un système de dioptries.

Fonctions iconales du dioptré.

Soit φ l'angle d'un rayon incident méridien avec l'axe optique, φ' l'angle du rayon émergent correspondant avec l'axe optique, X la distance algébrique du centre du dioptré au point où le rayon incident coupe l'axe optique, X' la distance du centre du dioptré au point de l'axe coupé par le rayon émergent, nous avons :

$$\begin{aligned}\sin \varphi' &= Q^* \sin \varphi \\ X' &= M^* X \\ M^* &= 1/K Q^* \\ K &= N'/N\end{aligned}$$

$$Q^* =$$

$$\frac{\sqrt{(R/X)^2 - \sin^2 \varphi} (\cos \varphi - \sqrt{(R/X)^2 - \sin^2 \varphi})^2 - (\cos \varphi - \sqrt{(R/X)^2 - \sin^2 \varphi}) \sqrt{K^2 R^2 / X^2 - \sin^2 \varphi}}{K(R/X)^2}$$

Nous écrivons encore

$$1/X' - 1/R = K^*(1/X - 1/R)$$

$$U = X - R; \quad U' = X' - R$$

$$1/U' + 1/R = (1/K^*) (1/U' + 1/R)$$

$$\begin{aligned}Q^* &= 1 + X(1/K - 1)/R + \frac{1}{2} \sin^2 \varphi (1 - 1/K) (1 - X/R) \times \\ &\quad \times (1 + X/KR) X/R + \dots\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}1/X' &= \frac{K}{X} \left(1 + X(1/K - 1)/R + \frac{1}{2} \sin^2 \varphi \frac{X}{R} (1/K - 1) (X/R - 1) \right) \times \\ &\quad \times (X/KR + 1) + \dots\end{aligned}$$

Désignons par C_k la distance du centre du $(k - 1)^e$ dioptré au k^e ,

$$X_{k+1} = X'_k - C_{k+1}; \quad \sin \varphi'_k = \sin \varphi_{k+1},$$

soit

$$\sin \varphi'_n = (II Q_k^*) \cdot \sin \varphi'_1$$

le calcul de $II Q_k^*$ fournit finalement une relation de la forme

$$\sin \varphi'_n = \sin \varphi_1 - I p_C I/F + G \cdot \sin^2 \varphi I p_C I/F.$$

En effet, $II Q_k^0$, calculé avec les valeurs paraxiales X_k^0 , ne dépend

que de la distance du point de l'axe considéré au point nodal objet et $\sin \varphi_1 = -I p_c I/X_c$.

$$\Pi Q_k^* = (\Pi Q_k^0) + A \sin^2 \varphi_1 + \dots$$

Les principaux modèles fondamentaux d'objectifs sont donc uniquement différenciés par la valeur de G , si on se contente de l'approximation du second ordre par rapport à $\sin \varphi_1$.

$G = 1$ caractérise l'objectif universel,

$G = 0$ caractérise l'objectif parfait (à foyer objet gaussien).

La prise en considération des termes du 4^e ordre impose une condition identique de disparition de ces termes pour les deux modèles iconaux.

G est une fonction extrêmement compliquée de X_1 et des paramètres instrumentaux. On ne peut généralement lui donner une allure constante que dans un domaine limité de valeurs de X_1 , par exemple pour les grandes valeurs de X_1 dans un objectif de grande ouverture, et si possible, simultanément pour les valeurs correspondant à X_c petit; cette condition améliore le comportement du système à grand champ.

Concluons par l'énoncé du résultat obtenu: *Toutes les aberrations résiduelles du second ordre présentées par un ensemble dioptrique ne dépendent que des variations de la fonction $G(X_1)$ par rapport à la valeur constante qui lui est imposée par le modèle iconal choisi.* Si nous incluons dans $G(X_1, \sin^2 \varphi_1)$ les termes d'ordre supérieur, toutes les aberrations, de manière générale, ne dépendent que de la fonction G . Les aberrations «géométriques», seules considérées dans cette étude, sont donc dépendantes.

Il est évident que cette dépendance ne peut pas être mise en évidence à l'aide de méthodes purement analytiques ignorant les modèles iconaux. En effet, les conditions de stigmatisme, planéité et absence de distorsion de l'image focale laissent complètement indéterminée la fonction G caractéristique de chaque modèle iconal fondamental d'objectif.

Les aberrations de chromatisme sont également traitées par la méthode des modèles iconaux. Il est évident que l'achromatisme parfait exige la constance de F et G , considérés comme fonctions des indices N_k .

Nous avons ainsi exposé les traits essentiels de l'optique axiomatique et donné un aperçu de ses méthodes. La théorie détaillée des modèles iconaux dont sont issus les exemples essentiels, les lois pratiques pour la construction des objectifs, l'étude des collinéations dans les faisceaux minces et la théorie de l'anastigmatisme, le calcul des points stigmatiques etc., sont des sujets très étendus qui ne peuvent pas être développés dans un court mémoire.
