

Anwendung der Optik trüber Medien. III., Beleuchtung inhomogener, gekrümmter Schichten : Theorie des Purpurlichtes

Autor(en): **Gruner, P.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Helvetica Physica Acta**

Band (Jahr): **5 (1932)**

Heft V

PDF erstellt am: **25.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-110175>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Anwendung der Optik trüber Medien.
III. Beleuchtung inhomogener, gekrümmter Schichten.
Theorie des Purpurlichtes

von P. Gruner.

(7. XI. 32.)

Inhaltsangabe. Die früheren Untersuchungen über die Beleuchtung dünner, sphärisch-gekrümmter, trüber Schichten werden erweitert auf dickere, inhomogene Schichten, die selber inhomogen beleuchtet werden. Die hergeleiteten Ausdrücke, die immer nur unter der Annahme bloss primärer Lichtzerstreuung gelten, werden auf das Problem des Purpurlichtes angewendet. Es wird eine einfache Theorie desselben entwickelt und an einem durchgerechneten Beispiel die Brauchbarkeit der Theorie dargetan.

1. Intensität gekrümmter, inhomogener Schichten.

In einer vorangehenden Arbeit¹⁾ haben wir in den Formeln (13) den Ausdruck für die Intensität des von einer dünnen, homogenen, sphärisch gekrümmten, trüben Schicht gestreuten Sonnenlichtes gegeben. Vorausgesetzt wurde, wie dies auch im folgenden getan wird, dass nur primäre Lichtzerstreuung zu berücksichtigen sei, und dass die Sonnenstrahlen ein Parallelstrahlenbündel bilden, dessen atmosphärische Refraktion zunächst zu vernachlässigen sei.

Im nachfolgenden sollen diese Ausdrücke erweitert werden für den Fall einer dickeren, gekrümmten, *inhomogenen* Schicht, die sich als Summe einzelner, für sich homogener, dünner Schichten auffassen lässt. Auch das einfallende Sonnenlicht soll als *inhomogen* angenommen werden, jedoch so, dass es sich in einzelne, für sich homogene Parallelstrahlenbündel zerlegen lässt. Die folgenden Ausführungen gelten nur für die Ebene des Sonnenvertikals; sie lassen sich ohne grundsätzliche Schwierigkeiten auf räumliche Verhältnisse erweitern.

Die Gesamtschicht von der Dicke ΔH (s. Fig. 1 a) werde in p sehr dünne, homogene Schichten von derselben Dicke $\Delta h = 1/p \cdot \Delta H$ zerlegt; sind gewisse homogene Gebiete der Gesamtschicht dicker als Δh , so werden sie als aus mehreren Einzelschichten gleicher Art zusammengesetzt angesehen.

Eine beliebige, mit dem Index m ($m = 1, 2, \dots, p$) bezeichnete Einzelschicht ist physikalisch durch die bekannten Konstanten

¹⁾ P. GRUNER, Helv. Phys. Acta 5, 145, 1932; wird im folgenden einfach als II bezeichnet.

gekennzeichnet: $\Gamma_m =$ Zerstreuungsfunktion, $n_m =$ Zahl der zerstreuenen Teilchen pro Volumeneinheit, $k_m =$ Auslöschungskoeffizient eines Teilchens, $\varkappa_m = n_m \cdot k_m =$ Auslöschungskoeffizient pro Längeneinheit. Wir führen ausserdem die Grösse

$$Z_m = \frac{\Gamma_m}{k_m} = \frac{n_m \cdot \Gamma_m}{\varkappa_m} \quad (1)$$

als *Zerstreuungsfaktor* ein.

Für die geometrischen Verhältnisse (s. Figur 1c) gelten folgende Feststellungen.

Das in Betracht kommende einfallende Sonnenlicht sei ein die Erdoberfläche (mit Radius R) berührendes Parallelstrahlenbündel mit der vertikalen Breite ΔB ; es trifft die zu beleuchtende atmosphärische Schicht von unten. Ein Beobachter B der Erdoberfläche, für welchen die Sonne die Sonnentiefe $\delta = Z - 90$ hat, blicke unter einem Höhenwinkel $\varepsilon = 90 - \zeta$ gegen die beleuchtete Schicht; sein Blickstrahl bildet mit der Richtung der Sonnenstrahlen den *Zerstreuungswinkel*

$$\varphi = \varepsilon + \delta. \quad (2)$$

Das Stück dieses Blickstrahles, das innerhalb des Sonnenstrahlenbündels liegt, bestimmt zwei Grenz-Schichten: die obere „Schluss-Schicht“ mit Index s und die „untere Schicht“ mit Index u . Umfasst das Strahlenbündel alle Schichten, so wird $s = p + 1$, $u = 0$.

Die Lagen dieser Schichten ergeben sich aus nachstehenden Formeln, die für einen Punkt P_m auf der obern Grenzfläche der m^{ten} Einzelschicht gelten.

Hiebei ist h_m die Höhe dieses Punktes über der Erdoberfläche p_m die Breite des Strahlenbündels von unten bis zum Strahl, der durch P_m geht; Θ und γ sind die Winkel der Erdradien durch P_m und B mit dem zu den Sonnenstrahlen normalen Radius:

$$\left. \begin{aligned} \cos \Theta &= \frac{R + p_m}{R + h_m} & \cos \varepsilon &= \frac{R + h_m}{R} \cdot \cos (\varphi - \Theta) \\ \text{tang } \Theta &= \frac{1}{\sin \varphi} \left(\frac{R}{R + p_m} \cos \varepsilon - \cos \varphi \right); \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

dabei ist

$$\delta = \Theta + \gamma \quad \varphi - \Theta = \varepsilon + \gamma \quad (4)$$

Um die Formel (13) in II anwenden zu können, wird das unterhalb des Punktes P_m zur Wirkung kommende, gekrümmte Stück der m^{ten} Einzelschicht (s. Figur 1a und b) durch ein Drei-

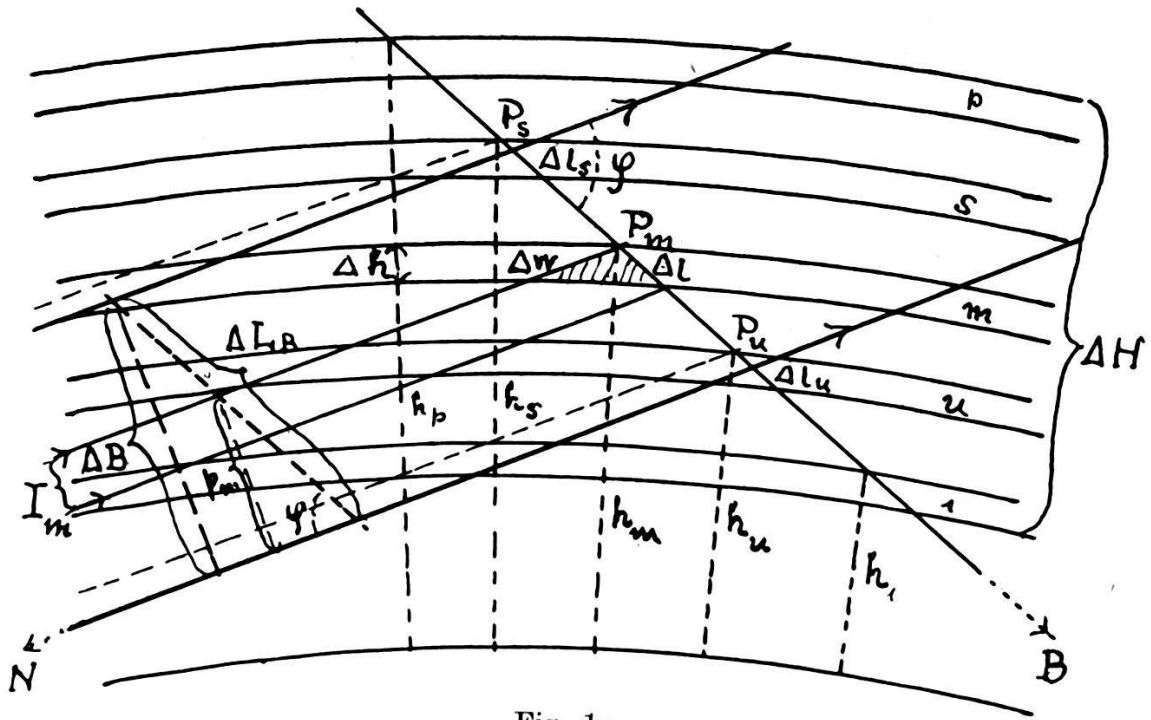


Fig. 1 a.

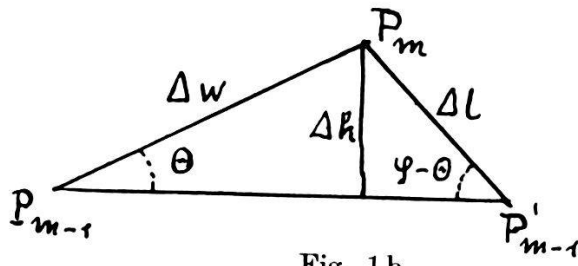


Fig. 1 b.

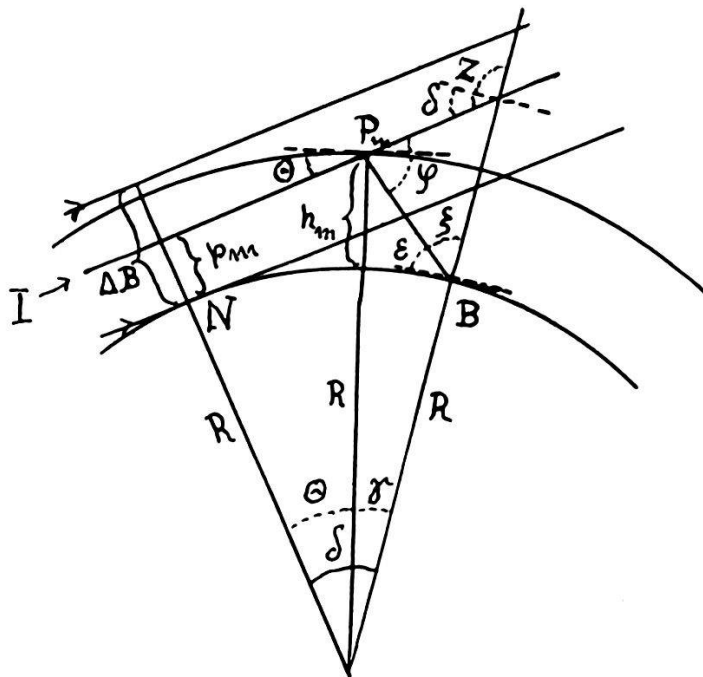


Fig. 1 c.

eck ersetzt, dessen Basis senkrecht zur Höhe Δh steht, und dessen Seiten sich berechnen lassen:

$$\Delta w = \frac{\Delta h}{\sin \Theta} \quad \Delta l = \frac{\Delta h}{\sin(\varphi - \Theta)}, \quad (5)$$

woraus sich der *Durchlässigkeitsfaktor* ergibt:

$$D = \frac{\Delta l}{\Delta l + \Delta w}. \quad (6)$$

Diese Ausdrücke müssten eigentlich für alle Punkte P_m ($m = u, u + 1, \dots, s$), in denen der Blickstrahl die Grenzflächen der Einzelschichten trifft, besonders berechnet werden, da für jeden ein anderer Wert von Θ gilt. — Berücksichtigt man aber die für die Atmosphäre geltenden Verhältnisse (vgl. Figur 2, S. 358), wonach die Dicke ΔH der Gesamtschicht immer noch verschwindend ist gegenüber R , so genügt es, für eine gegebene Blickrichtung einen mittleren Wert von Θ anzunehmen (entweder für P_s oder für P_u) und somit alle Dreiecke in den Einzelschichten als gleich vorzusetzen, mit demselben Δw und Δl .

Nur für die 2 Grenzschichten sind dann diejenigen Teile, die nicht mehr innerhalb des Strahlenbündels liegen, abzuziehen: von der Schlusschicht ist nur das Dreieck mit der Blicklänge $\Delta l_s = \frac{1}{r_s} \Delta l$ zu berücksichtigen; von der untern Schicht ist das Dreieck mit der Blicklänge $\Delta l_u = \frac{1}{r_u} \Delta l$ abzuziehen.

Diese Werte Δl_s und Δl_u , bzw. die Faktoren $\frac{1}{r_s}$ und $\frac{1}{r_u}$ ergeben sich aus den folgenden Beziehungen (s. Figur 1a):

$$\left. \begin{aligned} \Delta L_B &= \frac{\Delta B}{\sin \varphi} = \Delta l_s + (s - u) \Delta l - \Delta l_u \\ \frac{P_m}{\sin \varphi} &= (1 + m - u) \Delta l - \Delta l_u; \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

der Wert des Durchlässigkeitsfaktors D bleibt, wie leicht ersichtlich, unverändert.

Die Anwendung der Formeln (13) aus II setzt voraus, dass das einfallende Licht innerhalb eines Strahlenbündels, in welchem Δl liegt, homogen sei. Da wir hier eine beliebig inhomogene, räumliche Verteilung der Lichtintensität innerhalb der Breite ΔB annehmen, trifft dies nicht zu. Immerhin kann (bei der vorausgesetzten „Dünne“ der Einzelschichten) nur eine kleine Inhomogenität zur Auswirkung kommen; es ist deshalb berechtigt, für das zum Punkte P_m gehörige Einzelschichtdreieck einen Mittelwert I_m des einfallenden Lichtes einzusetzen. Es ist zu beachten,

dass dieser Wert I_m nicht vom Index m der Schicht abhängt, sondern eine Funktion des zu P_m gehörenden p_m ist.

Für unsern Fall kommt nun die Formel (13) in II sofort in folgender Weise zur Verwendung:

Das Schichtdreieck unterhalb P_m (Figur 1b) liefert als Beitrag zum Streulicht die Intensität:

$$i'_m = I'_m \cdot Z_m \cdot D (1 - e^{-\kappa_m (\Delta l + \Delta w)}),$$

wenn I'_m die auf das Dreieck bei P_m einfallende mittlere Lichtintensität ist. Diese hat aber die $(m - 1)$ darunter liegenden Schichten durchsetzen müssen, also ist

$$I'_m = I_m e^{-(\kappa_{m-1} + \kappa_{m-2} + \dots + \kappa_1) \Delta w};$$

ferner muss das zerstreute Licht wiederum $(m - 1)$ untere Schichten durchsetzen, es wird

$$i_m = i'_m e^{-(\kappa_{m-1} + \kappa_{m-2} + \dots + \kappa_1) \Delta l}.$$

Führt man den *Absorptionsfaktor* ein

$$A = e^{-(\Delta w + \Delta l)} \quad (8)$$

so wird die Intensität des vom Einzelschichtdreieck unterhalb P_m nach B gestreuten Lichtes

$$i_m = I_m \cdot Z_m \cdot D \cdot (1 - A^{\kappa_m}) \cdot A^{\kappa_{m-1} + \kappa_{m-2} + \dots + \kappa_1} \quad (9)$$

Für das Einzelschichtdreieck der obern Schlusschicht sind Δw und Δl im Verhältnis $1/r_s$ zu verkleinern, es wird also

$$i_s = I_s \cdot Z_s \cdot D \left(1 - A^{\frac{\kappa_s}{r_s}}\right) \cdot A^{\kappa_{s-1} + \kappa_{s-2} + \dots + \kappa_1}. \quad (9a)$$

Vom Einzelschichtdreieck der untern Schicht ist der Anteil des nicht mehr beleuchteten Stückes mit dem Ausdruck $1 - A^{\frac{\kappa_u}{r_u}}$ vom Gesamtwert $1 - A^{\kappa_u}$ abzuziehen; es bleibt also

$$i_u = I_u \cdot Z_u \cdot D \cdot \left(A^{\frac{\kappa_u}{r_u}} - A^{\kappa_u}\right) A^{\kappa_{u-1} + \kappa_{u-2} + \dots + \kappa_1}. \quad (9b)$$

Die *Gesamthelligkeit* des unter dem Winkel φ dem Beobachter B zugestrenten Lichtes ergibt sich zu

$$J = i_s + \sum_{m=u+1}^{m=s-1} (i_m) + i_u. \quad (10)$$

Denkt man sich die betrachtete Schicht in die reine, ideale Atmosphäre eingebettet, so kommen noch einige Zusatzfaktoren und Zusatzglieder hinzu.

Ist I die Intensität des auf die Atmosphärenengrenze einfallen-

den Sonnenlichts, so erleidet dieses auf seinem Weg nach P_m bis zum Eintritt in die unterste Einzelschicht ($m = 1$) eine Absorption, die wir als *atmosphärischen Faktor* $F_a(p_m)$ bezeichnen wollen; ebenso wird das aus der untersten Schicht austretende Licht in der Blickrichtung auf einer Strecke l_0 eine atmosphärische Auslöschung erfahren, die gegeben ist durch

$$e^{-\int_0^{l_0} \kappa dl}.$$

Ausserdem sind aber alle Sonnenstrahlen bereits einmal durch die ganze Schicht gegangen, so dass das nach P_m gelangende Strahlenbündel einen weiteren Absorptionsfaktor erhält:

$$\sum_1^p (e^{-\kappa \Delta w}).$$

Demnach ist im Ausdruck für i_m die Intensität I_m zu ersetzen durch

$$I \cdot F_a(p_m) \cdot \sum_1^p (e^{-\kappa \Delta w}), e^{-\int_0^{l_0} \kappa dl};$$

dabei ist dann die Dicke ΔB des Sonnenstrahlenbündels der Höhe h_p der obersten Schichtgrenze gleichzusetzen.

Hiezu kommt noch die Beleuchtung der gesamten reinen Atmosphäre selber, die in ihren untern Teilen durch die Schicht mehr oder weniger stark geschwächt wird. In der Regel genügt es aber, eine blosse Superposition der beiden Beleuchtungswirkungen anzunehmen, so dass der Ausdruck (10) für J einfach noch um den Ausdruck auf S. 152 in II zu vermehren ist.

Beschränken wir uns auf den Hauptanteil des Intensitätsausdruckes, auf (9), so lässt sich dessen Verhalten leicht diskutieren.

Der Faktor $A^{\kappa_{m-1} + \dots + \kappa_1}$, der immer kleiner als 1 ist, zeigt die zunehmende Auslöschung der Einzelschicht mit der Zunahme der Anzahl der darunter liegenden Schichten, mit der Zunahme ihrer Auslöschungskoeffizienten und mit der Zunahme der Strecke $\Delta w + \Delta l$ (also mit abnehmender Steilheit des einfallenden und des gestreuten Lichtes).

Bei gegebenem κ gibt der „geometrische Faktor“

$$G = D(1 - A^\kappa)$$

die Abhängigkeit der Intensität i_m von den rein geometrischen Verhältnissen. Dessen Diskussion lässt sich in gleicher Weise durchführen, wie dies in früheren Arbeiten¹⁾ gemacht wurde.

¹⁾ GRUNER, *Helv. phys. Acta* **1**, 1, 1928; GRUNER und GRÜTTER, *Helv. phys. Acta* **3**, 477, 1930.

G ist eine monotone Funktion sowohl von Δw wie von Δl . Bei konstantem Δl nimmt G mit wachsendem Δw ab: vom Wert $1 - e^{-\kappa \Delta l}$ für $\Delta w = 0$, bis zu Null für $\Delta w = \infty$; je kleiner Δl um so flacher verläuft die G -Kurve. Bei konstantem Δw nimmt G mit wachsendem Δl zu: vom Wert Null für $\Delta l = 0$ bis zum Wert 1 für $\Delta l = \infty$; je grösser Δw , um so flacher verläuft die G -Kurve.

Die Abhängigkeit von den physikalischen Eigenschaften der m^{ten} Einzelschicht ist gegeben durch die Faktoren

$$Z \cdot (1 - A^{\kappa}) = \frac{n \cdot I}{\kappa} (1 - e^{-\kappa(\Delta l + \Delta w)}).$$

Im allgemeinen ist $n \cdot I$ proportional κ , so dass die eigentliche Abhängigkeit von κ nur durch $1 - e^{-\kappa(\Delta l + \Delta w)}$ bestimmt ist; die Intensität des gestreuten Lichtes nimmt also mit zunehmender Auslöschung zu! Dieses paradoxe Resultat folgt eben daraus, dass die zunehmende Auslöschung durch eine Zunahme der Intensität der Lichtzerstreuung bedingt ist. Würde man dagegen $n \cdot I$ als unabhängig von κ ansehen, so zeigt der Ausdruck $1/\kappa \cdot (1 - e^{-\kappa(\Delta l + \Delta w)})$ eine Abnahme mit wachsendem κ .

2. Theorie des Purpurlichtes.

Das Auftreten trübender Schichten in der Atmosphäre muss besondere Lichterscheinungen bedingen, die in der meteorologischen Optik ganz allgemein als Ringerscheinungen verschiedenster Art, zur Zeit der Dämmerung aber besonders als *Purpurlicht* bekannt sind. Aus den verschiedenen Erklärungsweisen¹⁾ desselben scheint sich neuerdings nachfolgende Auffassung als die plausibelste zu ergeben.

Eine in der Atmosphäre schwebende, inhomogene Schicht trübender Teilchen wird von der untergehenden bzw. aufgehenden Sonne von unten beleuchtet. Die Sonnenstrahlen haben auf ihrem langen Weg durch die Atmosphäre (und auch durch die unter dem Horizont liegenden Schichten) schon eine starke selektive Auslöschung erfahren, die ein starkes Überwiegen der langwelligen Strahlen bedingt. In der Schicht tritt eine Zerstreuungswirkung ein, die bei geeigneter Grösse der suspendierten Teilchen als *Beugungerscheinung* im weitesten Sinne des Wortes aufgefasst werden kann; d. h. es entsteht um die Sonne eine zentrale, mehr oder weniger weisse Scheibe mit gelbrotem bis purpurrotem Rande; die Intensität dieser roten Töne wird besonders überwiegen, da

¹⁾ GRUNER und KLEINERT, Die Dämmerungerscheinungen. Probleme der kosmischen Physik X. Henri Grand, Hamburg, 1927.

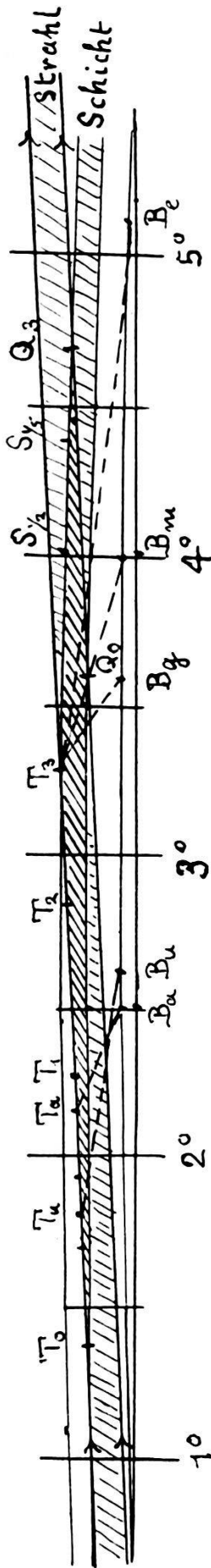


Fig. 2.

dieselben bereits im einfallenden Strahlenbündel verstärkt sind. Dieser rote Ring ist es, der dem Beobachter als Purpurlicht erscheint.

Die zeitlich-räumliche Entwicklung des Purpurlichtes und seiner Intensität hängt, ausser von den Dimensionen der Schicht und der Lichtverteilung im einfallenden Strahlenbündel, wesentlich von der Zerstreuungsfunktion I ab, die ihrerseits eine Funktion des Zerstreuungswinkels φ ist. Der Beugungscharakter von I wird sich allgemein darin äussern, dass I für das „rote“ Licht innerhalb gewisser Werte φ und φ' einen hohen Wert erreicht und ausserhalb derselben sehr gering ist (die ausserhalb der zentralen Beugungsscheibe entstehenden Beugungsmaxima der Beugungsringe sind so schwach, dass sie keine Rolle mehr spielen). Diese Grenzwerte φ und φ' variieren für die verschiedenen Einzelschichten; da die Grösse der schwebenden Teilchen naturgemäss von unten nach oben abnimmt, so werden die obere Einzelschichten starke Beugung mit grossen Winkeln φ und φ' , grossem I und grossem z aufweisen, die untern aber kleine φ und φ' , kleine I und kleine z .

Wenn nun unsere Formeln (9) — (10) zur *angenäherten* Berechnung der Helligkeitsverteilung im Purpurlicht verwendet werden sollen, so können wir folgende Annäherungen treffen:

Das einfallende Sonnenstrahlenbündel ist in Wirklichkeit inhomogen, speziell seine rote Färbung nimmt von unten nach oben ab. Diese Inhomogenität ersetzen wir durch ein im Mittelwert homogenes, rotes Strahlenbündel von der Intensität $I = 100$ und von einer begrenzten Breite ΔB . Die trübende Schicht zerlegen wir in homogene Einzelschichten, deren Wert von I zwischen bestimmten Grenzwerten φ und φ' direkt als konstant (unabhängig von φ) angenommen wird, während er ausserhalb dieser Werte gleich Null gesetzt wird. Für z und für $Z = \frac{n I}{z}$ sind für jede Einzelschicht passende konstante Werte zu wählen.

Um ein Urteil über die Brauchbarkeit dieser Theorie zu bekommen, wird im folgenden ein konkreter Fall durchgerechnet.

Es sei $\Delta B = 10$ km, $R = 6370$ km, $\Delta H = 9$ km, die untere Grenzfläche der Schicht sei in einer Höhe $h_0 = 12$ km. Wir zerlegen die Schicht in 3 homogene Einzelschichten, also $\Delta h = 3$ km, von unten nach oben mit den Indizes 1, 2, 3 versehen, und nehmen folgende Werte der Konstanten an:

$$\begin{array}{llllll} h_1 = 15: & \kappa_1 = 0,01 & Z_1 = 1 & \text{innerhalb} & \varphi_1 = 10^0 & \text{und } \varphi'_1 = 20^0 \\ h_2 = 18: & \kappa_2 = 0,02 & Z_2 = 3 & \text{,,} & \varphi_2 = 20^0 & \text{,, } \varphi'_2 = 30^0 \\ h_3 = 21: & \kappa_3 = 0,03 & Z_3 = 5 & \text{,,} & \varphi_3 = 30^0 & \text{,, } \varphi'_3 = 40^0 \end{array}$$

Die Punkte, in denen der oberste Strahl des „roten“ Strahlenbündels die Grenzflächen der Einzelschichten (in den Höhen $h_0 = 12$ km, $h_1 = 15$ km, $h_2 = 18$ km, $h_3 = 21$ km) schneiden, sind mit T_0, T_1, T_2 und T_3 bezeichnet; die entsprechenden Schnittpunkte mit dem untersten Strahl sind Q_0, Q_1, Q_2, Q_3 ; ihre Lage bzw. die Winkel θ sind nach (3) berechnet.

Für die Punkte T_1, T_2 und T_3 sind nach (10) die Intensitäten J für die, je um 10^0 auseinanderstehenden Werte von φ berechnet, für welche die Z von Null verschieden sind; dazu wurden dann die Winkel ε und δ aus (3) und (4) berechnet. Um noch einige Zwischenwerte zu erhalten, wurden noch die Intensitäten, die von den passend gewählten Punkten $T_{1,5}, T_{1,2}, S_{1,2}$ und $S_{1,5}$ ausgehen, berechnet. Endlich ergibt eine einfache Rechnung, unter welchem Winkel die betreffenden Punkte gerade im Horizont des Beobachters untergehen (also $\varepsilon = 0$ ist).

Auf Grund dieser Zahlen (siehe S. 360), die in Figur 2 im richtigen Verhältnis gezeichnet sind, lässt sich *ein ungefähres Bild des Purpurlichtverlaufes angeben, das mit den Beobachtungsergebnissen in befriedigender Übereinstimmung steht.*

Wir lassen hier die angenähert interpolierten Werte folgen, die einen Vergleich mit den Beobachtungsergebnissen ermöglichen:

δ	Untere Grenze d. Purpurlichtes		Maximalstelle und Intensität			Obere Grenze d. Purpurlichtes	
	φ	ε	φ	ε	J	φ	ε
2° 30'	—	—	—	—	—	20	17° 30'
2° 35'	15°	12° 25'	—	—	—	—	—
3° 0'	10	7°	20	17°	15	30	27°
3° 30'	10	6° 30'	20	16° 30'	22	40	36° 30'
4° 0'	10	6°	20	16°	26	40	36°
4° 30'	10	5° 30'	25	20° 30'	20	35	30° 30'
5° 0'	10	5°	15	10°	10	25	20°
5° 10'	10	4° 50'	—	—	—	10	4° 50'

Es ergeben sich folgende Resultate:

	Θ	δ	ε	J	$\varphi = 10^0$			$\varphi = 20^0$			$\varphi = 30^0$			$\varphi = 40^0$			
					δ	ε	J	δ	ε	J	δ	ε	J	δ	ε	J	
T_0	$1^0 27'$	$4^0 58'$	0^0	0													
$T_{1/5}$	$1^0 43'$				$2^0 33'$	$7^0 27'$	(4,0)										
$T_{1/2}$	$1^0 55'$				$2^0 49'$	$7^0 11'$	8,8	$2^0 17'$	$17^0 43'$	(4,0)							
T_1	$2^0 16'$	$6^0 12'$	0^0	0	$3^0 20'$	$6^0 40'$	14,2	$2^0 42'$	$17^0 18'$	6,6							
T_2	$2^0 51'$	$7^0 9'$	0^0	0	$4^0 17'$	$5^0 43'$	16,3	$3^0 23'$	$16^0 37'$	23,4	$3^0 10'$	$26^0 50'$	11,1				
T_3	$3^0 22'$	$8^0 1'$	0^0	0	$5^0 15'$	$4^0 45'$	(3,9)	$4^0 0'$	$16^0 0'$	25,3	$3^0 45'$	$26^0 15'$	22,6	$3^0 37'$	$36^0 23'$	7,5	
$S_{1/2}$	$4^0 0'$	$8^0 39'$	0^0	0				$4^0 40'$	$15^0 20'$	5,7	$4^0 23'$	$25^0 37'$	18,7	$4^0 16'$	$35^0 44'$	10,7	
$S_{1/5}$	$4^0 23'$	$9^0 2'$	0^0	0							$4^0 47'$	$25^0 13'$	(4,7)	$4^0 38'$	$35^0 22'$	(2,1)	
Q_0	$3^0 31'$	$7^0 2'$	0^0	0													
Q_3	$4^0 39'$	$9^0 18'$	0^0	0													

Bem.: Für J wird ein Schwellenwert willkürlich angenommen: Werte von $J < 5$ sollen dem Auge nicht mehr erkennbar sein.

Als Vergleich geben wir die Mittelwerte, die RIGGENBACH in *Basel* aus seinen Beobachtungen¹⁾ 1883–1885 hergeleitet hat:

δ	Untere Grenze			Obere Grenze		
	φ	ε	h	φ	ε	h
2° 15'	18° 15'	16°	2,6 km	18° 15'	16°	2,6 km
2° 30'	27° 30'	25°	3,5	15° 30'	13°	3,2
3° 0'	31°	28°	5,4	12°	9°	4,5
3° 30'	37° 30'	34°	7,9	11°	7,5°	6,2
4° 0'	37°	33°	10,6	10°	6°	7,7
4° 30'	30° 30'	26°	13,4	10°	5,5°	9,5
5° 0'	25°	20°	16,0	10°	5°	11,3
5° 30'	21° 30'	16°	18,6	8° 30'	3°	11,3
6° 0'	18°	12°	20,7	—	—	—
6° 30'	14° 30'	8°	21,4	—	—	—

RIGGENBACH berechnet die „Höhe“ der trübenden Schicht unter der Annahme, dass sie stets die Stelle angebe, in welcher sie von dem die Erde tangierenden Sonnenstrahl getroffen werde; diese, nach unserer Theorie durchaus nicht zulässige Annahme gibt dann ein ständiges Anwachsen dieser „Höhe“.

Unsere Zahlen zeigen (s. auch Fig. 2, S. 358), dass ein Beobachter B_a zuerst das Purpurlicht als Purpurfleck in der Höhe $\varepsilon = 17^\circ 30'$ erblickt, bald nachher sieht er es in B_u schon wesentlich nach unten ausgebreitet, in einer Höhe $\varepsilon = 12^\circ 25'$. Seine obere Grenze steigt rasch, von B_g aus erscheint (bei $\delta = 3^\circ 30'$) das Purpurlicht in seiner höchsten Ausdehnung: $\varepsilon = 36^\circ 30'$. Etwas später weist es seine maximale Intensität auf, bei $\delta = 4^\circ$, in einer Höhe $\varepsilon = 16^\circ$; dann schrumpft es zusammen, und ein Beobachter B_e sieht, bei $\delta = 5^\circ 10'$, seine letzten Spuren in $\varepsilon = 4^\circ 50'$ verschwinden.

Selbstverständlich werden sich durch passende Veränderung der angenommenen Zahlwerte für φ und φ' , für Z und für \varkappa , sehr verschiedenartige Purpurlichtarten ergeben. — Auf die interessante Frage, in welcher Weise umgekehrt aus photometrischen Beobachtungen die Werte von Z , \varkappa usw. berechnet werden könnten, werden wir erst später eingehen.

Bern, im Oktober 1932.

¹⁾ RIGGENBACH, Verh. Nat. Ges. Basel **8**, 1. — 1886. S. auch GRUNER, Denkschr. Schweizer. Naturf. Gesellschaft **57**, 1921.