

Etendue du système international de mesure

Autor(en): **Perucca, Eligio / Demichelis, Francesca**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Helvetica Physica Acta**

Band (Jahr): **26 (1953)**

Heft III-IV

PDF erstellt am: **27.04.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-112420>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Etendue du système international de mesure

par Eligio Perucca et Francesca Demichelis, Politecnico Torino.

(1 V 1953.)

1. L'accord sur les principes de la métrologie pratique, plus exactement sur les principes auxquels se rallie la constitution d'un système de mesure, constitue un problème métrologique actuel concret et utile, particulièrement en vue de ce Système pratique international, fondé sur le Système M.K.S.A., qui, esquissé par le Bureau international des Poids et Mesures, a eu l'appui de la IX^e Conférence générale des Poids et Mesures (1948).

Sur ces principes nous présentons un groupe de considérations^[1].

Leur but est d'accroître l'intérêt à un fondement commun, pas encore agréé aujourd'hui, pour les conventions dominant les équations-base du calcul entre grandeurs physiques et d'encourager l'idée de réunir celles-ci dans un système de mesures unique, total.

2. Grandeur physique.

Chaque conception utile à la description des phénomènes naturels (physiques) et recevant une définition quantitative, c'est-à-dire mesurable (selon EUCLIDE), est une grandeur physique; on dira simplement «grandeur» si l'on n'aura pas crainte d'ambiguïté.

Dans un certain problème deux grandeurs sont de la *même espèce* ou *physiquement homogènes* si l'on peut établir la signification de leur somme ou de leur égalité ou bien de leur substitution mutuelle.

Ces trois conditions peuvent être considérées équivalentes.

Chaque *espèce* de grandeur contient l'ensemble de toutes les grandeurs qui deux à deux sont de la même espèce.

Nous avons dit «dans un certain problème». En effet, ayant établi, par exemple, qu'une masse de NaCl et une masse de As₂O₃ sont égales (par substitution), donc de la même espèce, dans leur action sur la balance, il faut bien prendre garde de les substituer.....(?) dans un menu.

[1] V. à page 348 le rappel à quelques publications liées à nos considérations.

Enfin : nous acceptons pour chaque (espèce de) grandeur la définition dite *opérative*. La grandeur est définie lorsqu'on établit la manière de la mesurer, et elle est introduite lorsqu'elle est utile à la description du modèle accepté du monde physique.

3. Système d'équations-base.

Un système de mesure est fondé sur l'admission d'un système d'équations-base.

Chaque équation-base est une relation qui lie par une égalité plusieurs grandeurs physiques : $\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2, \mathbf{G}_3, \dots \mathbf{G}_n$.

Les équations-base les plus simples sont du type :

$$\mathbf{G}_2 = k \mathbf{G}_1, \quad (1)$$

k = coefficient numérique ; alors les deux grandeurs physiques $\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2$ sont nécessairement de la même espèce.

Exemple :

$$\mathbf{d} = 2 \mathbf{r}$$

$\mathbf{r}$ = rayon ; $\mathbf{d}$ = diamètre du même cercle.

Pour le cas $k = 1$, voir § 11.

Du cas (1), on passe à une équation-base du type :

$$\mathbf{G}_3 = \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{G}_2 \quad \text{ou} \quad \mathbf{G}_3 = \frac{\mathbf{G}_1}{\mathbf{G}_2} \quad (2)$$

liant trois grandeurs physiques.

Ces équations posent la question fondamentale du calcul entre grandeurs ; c'est-à-dire elles posent la question des *conventions suivant lesquelles une opération monôme élémentaire* entre deux grandeurs physiques peut être définie et employée comme grandeur physique.

Des équations simples (1), (2), on peut passer à des équations plus complexes.

La définition d'une grandeur physique étant la définition dite « opérative », chacun des monômes est un symbole de grandeur physique qui demande des conventions de définition élémentaire sur la grandeur, qu'il veut représenter, et sur son unité.

Nous posons que ces conventions doivent respecter les deux points suivants :

La somme de deux grandeurs élémentaires (de la même espèce) est une grandeur élémentaire (de la même espèce) qui satisfait, elle aussi, à la définition élémentaire ;

une grandeur quelconque peut être considérée somme (intégrale) de grandeurs élémentaires de la même espèce.

Les conventions acceptées, le système d'équations-base acquiert des propriétés de caractère mathématique, correspondantes à celles, possédées par les grandeurs mathématiques, employées dans les équations algébriques.

D'ici le nom de *système d'équations entre grandeurs (physiques)* donné couramment à ce système.

Si l'accord sur les conventions du calcul entre grandeurs sera universel, les équations de la physique seront toutes des équations entre grandeurs (physiques).

Un premier groupe d'équations-base est constitué par les «formules» les plus simples de la physique :

$$\left. \begin{array}{lll} \mathbf{u} = \frac{l}{t} & \mathbf{l}, \text{ longueur;} & \mathbf{t}, \text{ durée;} \\ \mathbf{a}_c = \frac{u}{t} & \mathbf{u}, \text{ vitesse;} & \mathbf{a}_c, \text{ accélération;} \\ \mathbf{f} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{a}_c, & \mathbf{m}, \text{ masse;} & \mathbf{f}, \text{ force;} \\ \mathbf{L} = \mathbf{f} \cdot \mathbf{l} & \mathbf{L}, \text{ travail;} & \dots\dots\dots \end{array} \right\} . \quad (3)$$

La chaîne des équations s'étend de la mécanique aux autres chapitres de la physique.

Soit la succession des équations-base soit la forme de certaines équations peuvent présenter certaines différences selon les différents auteurs; heureusement, lorsque le système d'équations-base est suffisamment établi, on s'aperçoit d'avoir toujours atteint le même système.

Nous rappelons, par exemple, l'importance de partir pour l'électromagnétisme de l'équation-base acceptée pour la définition officielle de l'«ampère».

Cette équation est à son tour déduite d'une équation élémentaire, qui, seulement après une schématisation encore plus forte que dans les autres cas du texte, peut s'écrire (symboles courants):

$$\mathbf{f} = \mu_0 \frac{i\mathbf{l} \cdot i\mathbf{l}}{r^2}.$$

A cette équation on devrait faire suivre les autres équations-base élémentaires de l'électromagnétisme, ce qui n'est pas fait presque par aucun auteur.

Nous n'insisterons jamais à suffisance sur le fait que les équations-base ont toujours un contenu conventionnel soit dans la forme soit dans la substance.

La forme est avant tout schématique. Par exemple : $\mathbf{l}, \mathbf{l}$ ne signifie pas que les deux longueurs sont égales. Analoguement pour les lois électromagnétiques où l'on trouve les produits $\mathbf{q}, \mathbf{q}$ (quantités d'électricité), $\mathbf{m}, \mathbf{m}$ (masses magnétiques), $\mathbf{i}, \mathbf{i}$ (intensités de courant).

Même la substance est conventionnelle.

Exemple : $\mathbf{A} = \mathbf{l} \cdot \mathbf{l}$ rappelle la relation entre longueur des côtés $\mathbf{l}, \mathbf{l}$ et aire $\mathbf{A}$, qu'on suppose rectangulaire.

$\mathbf{u} = \mathbf{l}/\mathbf{t}$ rappelle la relation entre (longueur de) l'espace parcouru par un point en mouvement, durée $\mathbf{t}$ du temps nécessaire à ce parcours et vitesse $\mathbf{u}$ du point, supposée uniforme.

$\mathbf{r} = \mathbf{l}$ rappellera que le rayon du cercle est une «longueur»,.

$\mathbf{Q}_c = \mathbf{E}$ rappellera la chose analogue pour la quantité de chaleur $\mathbf{Q}_c$ et l'énergie cynétique $\mathbf{E}$, les lois de COULOMB supposent des masses ponctuelles ;

Pourvu que l'on établit et que l'on accepte les conventions, un système d'équations-base est suffisant à tous les usages pratiques. Il est formé par un nombre non déterminé d'équations-base, parce qu'il peut être prolongé en lui ajoutant de nouvelles équations-base définissant successivement de nouvelles grandeurs physiques, pourvu que les nouvelles équations soient compatibles avec les équations préexistantes [2].

Ce doit être en particulier le cas du système international. Bien que le nombre d'équations ne soit pas déterminé, on admet couramment que ce système contient un nombre de grandeurs physiques dépassant de six, au maximum, le nombre des équations.

4. Grandeurs fondamentales.

En suivant les mêmes règles valables pour les équations algébriques, on peut donc exprimer (*définir*) toutes les autres grandeurs physiques paraissant dans le système en fonction de six grandeurs (au maximum) indépendantes entre elles et de différentes espèces.

Celles-ci sont les (espèces de) grandeurs dites fondamentales.

Le système d'équations-base est un *système de définitions*.

Nous fixons les deux points suivants :

1° Nous choisissons comme (espèces de) *grandeurs fondamentales* les six grandeurs suivantes : longueur $\mathbf{l}$, durée $\mathbf{t}$, masse $\mathbf{m}$, intensité du courant électrique $\mathbf{i}$, (intervalle de) température Θ , intensité lumineuse $\mathbf{I}_l$; chaque grandeur appartenant à une de ces espèces est *toujours* le produit d'un nombre (mesure) et d'une grandeur physique (unité).

[2] En particulier, il faudra éviter toute incompatibilité soit entre les noms des différentes grandeurs, soit entre les symboles.

2° Les unités correspondantes à ces six (espèces de) grandeurs sont dites *unités fondamentales*; elles sont indépendantes entre elles, et sont les suivantes:

mètre, m	seconde, s (ou sec)
bes ^[3] , b	ampère, A
celsius, °C ^[4]	candela, cd.

Les définitions de ces six unités sont données par les résolutions prises par les Conférences générales des Poids et Mesures, et universellement acceptées.

Dans les cas courants de la mécanique et de l'électromagnétisme, on peut se borner à un système d'équations-base avec quatre grandeurs fondamentales, parce qu'on ne touche pas aux phénomènes thermiques et photométriques. On a alors le système bien plus connu, dit actuellement et par convention MKSA. En vérité, il serait le système $\text{m kg}_\text{m} \text{ s A}$, ou, en accord avec ce schéma, m b s A .

5. Grandeurs dérivées.

Toutes les autres grandeurs physiques introduites par le système d'équations-base sont dites *grandeurs dérivées*.

6. Cohérence.

Soit $[\mathbf{G}]$ l'unité de mesure d'une grandeur $\mathbf{G}$ en général; soit G le nombre donnant combien d'unités $[\mathbf{G}]$ doivent être additionnées pour obtenir la grandeur $\mathbf{G}$ considérée.

On a en général:

$$\mathbf{G} = G \cdot [\mathbf{G}] \quad \text{Exemple: } \mathbf{l} = 5 \text{ m.}$$

Nous fixons que, pour chaque espèce de grandeur, on a une et une seule unité.

Pour les équations entre trois grandeurs (au moins) on a, dans le système accepté, par exemple:

$$\left. \begin{array}{ll} d[\mathbf{d}] = 2 r[\mathbf{l}] & \omega[\boldsymbol{\omega}] = \frac{\varphi[\boldsymbol{\varphi}]}{t[\mathbf{t}]} \\ A[\mathbf{A}] = l \cdot l[\mathbf{l}]^2 & E[\mathbf{E}] = \frac{1}{2} m u^2[\mathbf{m}][\mathbf{u}]^2 \\ u[\mathbf{u}] = \frac{l[\mathbf{l}]}{t[\mathbf{t}]} & \nu[\boldsymbol{\nu}] = \frac{1}{2\pi} \omega[\boldsymbol{\omega}] \\ \varphi[\boldsymbol{\varphi}] = \frac{a[\mathbf{l}]}{r[\mathbf{l}]} = \frac{a}{r} & \end{array} \right\} \quad (4)$$

$\mathbf{a}$, arc cercle $\boldsymbol{\varphi}$, angle $\boldsymbol{\omega}$, vitesse angulaire $\boldsymbol{\nu}$, fréquence

[³] Jusqu'à présent on a appelé cette unité kilogramme-masse; voyez aussi au § 8.

[⁴] La même unité d'intervalle de température est dite aussi «kelvin» (⁰ K).

Le système des unités de mesure employées pour toutes les grandeurs considérées dans le système d'équations-base est dit *cohérent* si l'on établit de séparer de la manière suivante le système précédent en deux:

Système (d'équations) *entre mesures* (relations numériques):

$$\left. \begin{aligned} d &= 2r \\ A &= l \cdot l \\ u &= \frac{l}{t} \\ \varphi &= \frac{a}{r} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \omega &= \frac{\varphi}{t} \\ E &= \frac{1}{2} m u^2 \\ \nu &= \frac{1}{2\pi} \omega; \end{aligned} \quad (5)$$

Système (d'équations) *entre unités*:

$$\left. \begin{aligned} [d] &= [l] \\ [A] &= [l]^2 \\ [u] &= \frac{[l]}{[t]} \\ [\varphi] &= 1 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} [\omega] &= \frac{1}{[t]} = [t]^{-1} \\ [E] &= [m] [u]^2 \\ [\nu] &= [t]^{-1} \end{aligned} \quad (6)$$

En général: la cohérence doit donner un système d'équations-base entre grandeurs formellement identique au système d'équations entre mesures, tandis que le système entre unités peut en différer parce qu'il est dépourvu de tous les coefficients numériques $\neq 1$, paraissant dans les équations-base entre grandeurs; par exemple le coefficient $1/2$ dans l'équation de définition de **E** reste dans l'équation entre mesures seulement.

L'ancienne considération de système *absolu* de mesure est substituée et précisée par celle de *système cohérent* [5].

7. Unités principales ou unités dérivées cohérentes; dimensions.

Le système d'équations entre unités (6) est un système d'équations conventionnelles, qui, cependant, jouit des mêmes propriétés d'un système d'équations algébriques; il permet d'exprimer les

[5] Une signification plus étroite de «système de mesure cohérent» (E. PERUCCA, Atti Ac. Sc. Torino, **79**, 51 (1944)) aurait limité les équations-base au cas que tous les coefficients numériques avaient la valeur 1; un système cohérent aurait accepté, p. ex., la définition d'une «force vive» $m \cdot u^2$ et pas de l'«énergie cinétique» $\frac{1}{2} m \cdot u^2$; ce système aurait accepté la définition du rayon et non plus celle du diamètre. Maintenant il nous semble que cette restriction à l'idée de la cohérence donnerait quelques avantages de simplicité aux frais de beaucoup d'utilité.

relations ayant un sens conventionnel, mais bien établi, existantes entre toutes les unités de mesure cohérentes du système.

En particulier, ces unités cohérentes peuvent s'exprimer en fonction d'unités fondamentales, qui sont au maximum, selon nos conventions, en nombre de six.

Elles sont *unités subordonnées cohérentes*; on les appelle aussi *unités dérivées cohérentes* ou *unités principales*.

Le système des équations entre unités (cohérentes), en particulier après résolution qui nous permet d'exprimer les unités principales en fonction des unités fondamentales, est nommé aussi *système des équations aux dimensions*.

Chaque (espèce de) grandeur fondamentale et son unité (fondamentale aussi) ont pour dimension l'unité fondamentale elle-même.

Exemple: la longueur a pour dimension m.

Chaque (espèce de) grandeur dérivée et son unité principale ont les dimensions qui résultent de la résolution que nous venons d'indiquer pour le système d'équations entre unités.

Exemple: Si m, b (= bes), sec sont les unités fondamentales, on a:

$$[E] = m^2 \cdot b \cdot \text{sec}^{-2}.$$

et l'on dit que soit l'énergie cynétique, soit son unité (cohérente, principale) ont les dimensions mètre carré, bes, seconde à moins 2.

Nous acceptons, donc, d'identifier les dimensions d'une grandeur dans un système de mesure avec son unité (SOMMERFELD), en particulier avec cette unité exprimée en fonction des unités fondamentales.

8. Le système dit MKSA et le CIM.

Le Comitato Italiano di Metrologia (CIM), sous la présidence de M. G. CASSINIS, a dédié toute son attention à traduire la résolution de la IX^e Conférence générale des Poids et Mesures (1948) dans un projet de système de mesure qui devra conduire à une loi d'Etat sur le nouveau Système international de Mesure.

Le travail du CIM a abouti à:

un texte préalable des considérations générales sur le Système dit MKSA;

une série de tables de définitions des unités fondamentales et d'un certain nombre d'unités dérivées cohérentes (*principales*).

Les unités d'usage courant non cohérentes, se trouvent aussi dans les tables comme unités *subordonnées*, avec leur explication (coefficient de conversion), mais on met en évidence leur position secondaire.

Nous pensons que ce travail sera un appui considérable à la diffusion du nouveau Système international de Mesure, et qu'il contient tout ce qu'il faut dans une période de transition entre l'état actuel et l'état définitif bien plus logique et simple.

Le travail du CIM a actuellement abordé la question de la rationalisation dont nous parlerons à § 17.

Le CIM, en considération des avantages de la logique et de l'uniformité des règles n'a pas hésité à introduire dans ses tables des nouveautés.

On propose et on adopte à titre expérimental:

le nouveau terme *bes* (symbole: *b*) pour l'unité de masse dite jusqu'ici «kilogramme-masse»;

micromètre (symbole μm) au lieu de l'étrange singularité d'appeler cette unité avec le nom «micron» et lui concéder le symbole μ tout seul;

$(\text{mm})^2$, $(\text{cm})^2$, $(\text{km})^2$, ... $(\text{mm})^3$, $(\text{cm})^3$, $(\text{km})^3$, ... au lieu des symboles courants ne respectant pas les règles élémentaires de l'arithmétique et par conséquent ambigus et inopportuns;

«litre» paraîtra comme unité subordonnée en laissant la différence entre litre et $(\text{dm})^3$ aux soins des expérimentateurs mesurant les volumes avec une approximation plus grande que $0,03\%$.

Mais, avant qu'on puisse dire que le travail sur le Système international est terminé, il nous semble qu'il y a encore des questions à résoudre. Nous donnons ici une signalisation sur certains points qui nous semblent dignes d'attention générale.

9. Equidimensionalité; adimensionalité. Moment statique; travail.

Dans la succession illimitée des grandeurs physiques qu'on peut définir dans un système logique d'équations-base, on ne peut pas éviter l'existence de grandeurs dérivées appartenant à des espèces différentes, mais équidimensionnelles.

On trouvera plus ou moins aisément des problèmes où les grandeurs équidimensionnelles pourront être même considérées physiquement homogènes. Mais il nous semble que cela ne résout pas le cas général.

Tous connaissent le cas fameux de l'équidimensionalité entre moment statique et travail.

En vérité ce n'est pas le cas que nous désirons discuter le plus.

Le moment moteur unité est le produit $\text{N} \cdot \text{m}$ (N = newton, unité cohérente de force dans le système MKSA); le travail unité est aussi le produit $\text{N} \cdot \text{m}$. Mais dans le premier cas, il est le produit vecteur, dans le deuxième cas, il est le produit scalaire. Que serait la

physique si nous n'avions pas deux symboles différents, l'un pour le produit vecteur et l'autre pour le produit scalaire ?

Eh bien, employons aussi deux symboles différents $N \wedge m$, $N \cdot m$ pour les deux unités.

Ce n'est pas une équidimensionalité vraie.

Soit par le rapport de grandeurs équidimensionnelles (index de réfraction), soit par la formation des nouvelles grandeurs (nombre [!] de REYNOLDS; caractéristique GARBE des locomotives, ...) on trouve des grandeurs physiques *dérivées*, qui sont adimensionnelles *dans le système de mesures considérées*.

Nous pensons bien étrange que plusieurs savants, nous croyons sous une interprétation trop rigide d'une position de J. C. MAXWELL^[6] et sous une position analogue de J. WALLOT^[7], suivent l'idée que ces grandeurs adimensionnelles ne sont pas des grandeurs physiques.

Devrons nous accepter que le rapport de deux grandeurs physiques est une grandeur physique excepté le cas où les dimensions vont s'éliminer, ce cas dépendant du système de mesure et d'unités choisis ?

Est-ce que une grandeur servant à la description des phénomènes physiques aura ou perdra sa qualité de grandeur physique selon le système de mesure ?

La densité du diamant par rapport à l'eau est une grandeur physique si elle est exprimée en carats par gramme d'eau, mais non plus si elle est exprimée en gramme de diamant par gramme d'eau ?

Après tant d'hésitation sur chaque unité avant de l'accepter pour crainte que cette unité n'ait pas toutes les qualités de constance, de reproductibilité, de nécessité, qu'on veut trouver dans les unités, penserons-nous sérieusement que, par exemple, entre les «unités» on n'a pas moins que toutes les «masses d'égale volume» par rapport aux corps considérés ou toutes les grandeurs innombrables que l'on considère au dénominateur des rendements ?

Nous croyons donc que *la considération de grandeurs physiques adimensionnelles* (dans le système de mesure accepté) *s'impose*.

10. Classification des grandeurs.

Acceptons plutôt pour les grandeurs employées dans la physique les trois classes suivantes^[8].

[6] J. C. MAXWELL, Treatise, I Ed., I vol., p. 6, Clarendon Press, Oxford 1873.

[7] J. WALLOT, P. ex. Phys. Zs. **44**, 17 (1943).

[8] E. PERUCCA, Atti Ac. Sc. Torino **79**, 45 (1943—44).

1^o-Classe des grandeurs physiques dimensionnées. — Une grandeur de cette classe est déterminée par :

son nom, ex.: vitesse

sa mesure, ex.: 5

son unité, ex.: m/sec.

2^o-Classe des grandeurs physiques adimensionnées. — Une grandeur de cette classe est déterminée par :

son nom, ex.: densité

sa mesure, ex.: 1,5

pas de nom pour son unité ^[9].

En changeant le système d'équations-base, les grandeurs de cette classe pourront être éliminées en partie, ou s'accroître, ou changer; mais cette classe ne peut pas être éliminée de la physique.

3^o-Classe des nombres purs. — Un nombre pur est une grandeur numérique, déterminée par

sa mesure

seulement.

Toute confusion entre grandeurs adimensionnées et nombres purs est un dommage.

11. Les constantes universelles; les facteurs de conversion. Système global, unique.

Dans une équation-base une constante peut se présenter sous la forme la plus simple suivante :

$$\mathbf{G}_2 = \mathbf{k} \cdot \mathbf{G}_1. \quad (7)$$

La valeur particulière $\mathbf{k} = k = 1$ n'est pas considérée. Cette relation ou se dissout en rien, ou ne respecte pas la convention (§ 6) de tenir une seule unité pour chaque espèce de grandeur.

A différence de § 3, nous considérons trois cas.

1er cas. — $\mathbf{k}$ est un nombre pur k , donc un facteur de multiplication donné. Exemple :

$$\mathbf{d} = 2 \mathbf{r}.$$

L'équation introduit une nouvelle grandeur $\mathbf{d}$ liée à $\mathbf{r}$ et considérée évidemment utile elle aussi. La même unité (ex.: m) sert aux deux grandeurs.

^[9] Radian, stéradian, diamètre (de grandissement) sont des noms parfois très utiles, mais contre règle.

Pas de difficulté à réunir en même temps dans un système de mesure les deux grandeurs $\mathbf{d}$, $\mathbf{r}$, *pourvu que leurs noms et leurs symboles soient différents*.

Pourvu que 2π soit un nombre pur, la même chose vaut pour la constante de PLANCK h et la constante de DIRAC $\hbar$:

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}. \quad (8)$$

2^e cas. — $\mathbf{k}$ est une constante universelle dimensionnée, expérimentale. Donc elle est connue aux erreurs d'observation près et lie deux grandeurs $\mathbf{G}_1$, $\mathbf{G}_2$, métrologiquement indépendantes. On a nécessairement

$$[\mathbf{k}] = \frac{[\mathbf{G}_2]}{[\mathbf{G}_1]}$$

et les unités $[\mathbf{G}_1]$, $[\mathbf{G}_2]$ sont entre elles indépendantes.

Exemple :

$$\mathbf{Q}_c = \mathbf{k} \cdot \mathbf{E} \quad (9)$$

entreliait quantité de chaleur $\mathbf{Q}_c$ et énergie mécanique $\mathbf{E}$, avec :

$$\mathbf{k} = (0,238\ 92 \pm 0,000\ 02) \text{ cal}_{15^\circ\text{C}}/\text{joule}. \quad (10)$$

Les relations (9), (10) peuvent déjà, aux erreurs d'observation près, constituer une équation de conversion expérimentale substituant, par exemple $\mathbf{E}$ en joules à $\mathbf{Q}_c$ en $\text{cal}_{15^\circ\text{C}}$.

La cohérence est respectée parce que (9) se sépare en :

$$Q_c = k E$$

et

$$[\mathbf{Q}_c] = [\mathbf{k}] [\mathbf{E}].$$

Pas de difficultés à faire apparaître la quantité de chaleur, à mesurer par exemple en $\text{cal}_{15^\circ\text{C}}$, dans le cadre des équations-base.

Analoguement: pas de difficultés à faire apparaître la longueur anglaise $\mathbf{l}_{\text{angl.}}$, (à mesurer, par exemple, en inch) entre les grandeurs physiques fondamentales et accepter l'équation-base :

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{l} &= \mathbf{k} \cdot \mathbf{l}_{\text{angl.}} \\ \mathbf{k} &= (25,399\ 98 \pm 0,000\ 02) 10^{-3} \text{ m/inch.} \end{aligned} \right\}. \quad (11)$$

Encore: l'équation

$$\mathbf{l} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{t}$$

$$\mathbf{k} = \mathbf{c} = (2,997\ 92 \pm 0,000\ 01?) \cdot 10^8 \text{ m/sec}$$

pourra être accepté entre les équations base, elle nous donnera le coefficient de conversion expérimental entre durées et longueurs

(parcourues par la lumière dans cette durée de temps), conversion bien connue, mais pas d'emploi courant.

Au même cas appartient le volt-électron; le facteur de conversion qu'il introduit:

$$(1,602\ 0 \pm 0,000\ 5) \cdot 10^{-19} \text{ joule/volt-électron}$$

est affecté d'une erreur d'observation dépendante de la valeur de la charge de l'électron.

Enfin au même cas appartient le «litre» lorsque on accepte le coefficient de conversion expérimental:

$$(1000,028 \pm 0,001) \text{ litre/m}^3.$$

3^e cas. — k est une constante universelle dimensionnée exacte.

Exemple:

$$\left. \begin{aligned} Q_c &= k \cdot E \\ \frac{1}{k} &= 3600/860 \text{ joule/cal}_{15^\circ\text{C}} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} l &= k \cdot l_{\text{angl.}} \\ k &= 0,025\ 400 \text{ m/inch.} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

k est alors un *coefficient de conversion* exact entre deux grandeurs. Celles-ci peuvent être considérées avec le même droit:

de même espèce, mais exprimées en différentes unités de mesure; ce point de vue est bien répandu aujourd'hui; nous ne l'admirons pas; il faudrait reprendre pour lui la question de la cohérence;

d'espèces différentes (exprimées par conséquent avec deux unités différentes), mais agissant comme grandeurs de la même espèce dans beaucoup de problèmes; ce troisième cas peut être considéré comme l'introduction de nouvelles grandeurs dérivées.

L'exemple de la quantité de chaleur liée à l'énergie mécanique est particulièrement expressif.

On pourrait s'amuser à comprendre dans ce cas les coefficients de conversion 1000 mm/m; 0,001 km/m; 10^6 m/m.

Certainement ce cas comprend le coefficient de conversion 5 carat (int)/gramme, qui servirait à introduire la masse de pierre précieuse, grandeur physique dérivée de la masse ordinaire.

12. Quatrième grandeur fondamentale.

Bien qu'il s'agit d'une équation moins simple que (7) au même cas appartient le coefficient 10^{-7} *dimensionné* ($10^{-7} [\mu_0]_{\text{MKSA}}$) qui non ration. entre dans la définition de ampère absolu, 4^e grandeur fondamentale, à page 331.

Si k est une grandeur exacte (3^e cas de § 11), la règle serait que l'on n'introduit pas une unité fondamentale, mais une unité subordonnée.

Mais voilà l'ampère dite 4^e dimension fondamentale.

L'ampère est certainement une unité de référence dimensionnelle^[10] qui s'ajoute à m, bes, sec, ...

Elle est aussi unité fondamentale parce qu'on a sousentendu que, si on changera les autres unités fondamentales, l'ampère aura le droit de ne pas changer et de se définir toujours en fonction des anciens m, bes, sec.

13. Angle, pulsation, fréquence (de rotation).

L'angle $\varphi = a/r$ est adimensionné dans notre système de mesure. On ne devrait pas donner un nom à son unité cohérente. Cependant on l'appelle *radian* et nous allons voir un cas d'utilité de ce terme.

Introduisons la nouvelle équation-base:

$$\beta = k \cdot \varphi \quad (14)$$

avec la constante dimensionnée de conversion exacte:

$$k = \frac{360}{2\pi} \frac{^{\circ}}{\text{rad}}; \quad (15)$$

β est la nouvelle grandeur «angle babyloniens» et $(^{\circ}/\text{rad}) \cdot \text{rad} = ^{\circ}$ est son unité.

Introduisons la nouvelle équation-base

$$\gamma = k' \cdot \varphi \quad (16)$$

avec

$$\frac{1}{k'} = 2\pi \text{ rad/tour} \quad (17)$$

γ est l'angle mesuré en tours. Hélas! Je ne sais pas quel nom attribuer à cette grandeur physique: «révolution»?

Les différentes unités de mesure des angles se présentent à travers des coefficients de conversion connus; ces unités signalent l'emploi de grandeurs d'espèces différentes, pas en vérité plus différentes que quantité de chaleur et énergie cinétique.

Encore plus utile est la considération de la vitesse angulaire (ou pulsation) $\omega = \varphi/t$ et de la grandeur connexe: vitesse de rotation ou fréquence (de rotation) $\nu = \omega/2\pi$.

Si 2π est considéré un nombre pur 2π , nous sommes dans le 1^{er} cas de § 11. L'unité cohérente de la fréquence de rotation est sec^{-1} comme pour la vitesse angulaire.

[10] E. PERUCCA, Atti Acc. Sc. Torino **79**, 48 (1943—44).

Si 2π est une grandeur dimensionnée, on a :

$$2\pi = 2\pi \text{ rad/tour};$$

nous sommes dans le 3^e cas de § 11, et on aura que la vitesse de rotation ou fréquence (de rotation) est une nouvelle grandeur, dérivée de ω , mesurée en tour/sec.

14. Fréquence statistique.

Les phénomènes radioactifs ont introduit plusieurs grandeurs et unités qu'on désire développer dans un esprit physique^[11].

La physique statistique doit introduire dans la métrologie une grandeur primaire et nous pensons qu'elle doit être la *fréquence statistique* $\nu_{\text{stat.}}$; exemple: pour une certaine désintégration simple d'un certain nuclide, la fréquence statistique mesure le nombre d'événements (explosions) à l'unité de temps que la quantité de nuclide considérée produit.

L'intensité de désintégration sera la fréquence statistique rapportée à une quelque unité de masse, etc.

La fréquence statistique $\nu_{\text{stat.}}$ aura pour unité cohérente sec^{-1} , comme la fréquence ordinaire.

Mais quel nouveau problème!

Un étalon d'unité cohérente de fréquence statistique $\nu_{\text{stat.}}$ (un événement statistique à la seconde) ne pourra jamais être réalisé que avec l'approximation de 100%; plus exactement: avec une fluctuation moyenne de 100%.

Un étalon de quelque approximation ne peut être réalisé que par le numérotage de plusieurs événements casuels successifs.

Voilà le *rutherford* (10^6 événements à la seconde) bien connu en radioactivité, unité de fréquence statistique, qui peut limiter sa fluctuation moyenne à 1‰.

Aucune difficulté à l'usage de fractions de rutherford, si petites que l'on veut, *pourvu que le nombre d'événements numérotés soit toujours 10^6* ; c'est la durée (de temps) nécessaire au numérotage (au dénominateur de $\nu_{\text{stat.}}$) qui croîtra.

Le rutherford peut-il être défini avec cette condition? Quelle équation-base introduira la fréquence statistique à fin que cette condition soit respectée?

Sera-t-il suffisant, par exemple, l'équation-base

$$\nu_{1\text{‰}} = 10^6/t? \quad (18)$$

[11] F. DEMICHELIS, Radiologia medica, 35, fasc. 12, 1949.

Il sera, peut-être, un peu moins aisé d'introduire à la place du rutherford l'unité *curie*, qui, à cause des incertitudes expérimentales a perdu sa définition historique en faveur d'une définition conventionnelle [12].

15. Calorie et système Giorgi — Chaleur spécifique.

La calorie (§ 11, 3^e cas) est désormais la «petite calorie»; elle est déterminée sans ambiguïté par sa définition actuelle: elle est l'équivalent thermique de 3600/860 joule exactement [13].

Mais c'est la *grande calorie* qui trouve place d'une manière cohérente dans le système MKSA.

La grande calorie est l'équivalent de 3600000/860 joule et elle est la chaleur spécifique de l'eau pour l'unité de masse (1 bes), à une température convenable ($\cong 15^{\circ}\text{C}$).

Et les chaleurs spécifiques? Il est difficile de prévoir qu'on les exprimera en $\frac{\text{joule}}{\text{bes} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ comme veut la cohérence.

Et bien: que la chaleur spécifique actuelle devienne *chaleur spécifique relative* (à l'eau à une certaine température). Tout sera arrangé. Cette grandeur relative pourra être dite encore «chaleur spécifique» s'il n'y aura pas à craindre de confusions.

Ce sera pour la chaleur la même question que pour la masse lorsqu'on introduit la densité (relative).

Ce sera pour quelques savants (pas pour nous) le moment de déclasser la chaleur spécifique du rang de grandeur physique au rang de ... nombre pur, parce que la chaleur spécifique deviendrait adimensionnée.

16. Photométrie.

Dans la photométrie l'introduction de l'unité adimensionnée, et cependant nommée «stéradian», est désormais universelles. Que ce soit le moyen de faire devenir grandeur physique aussi l'angle solide chez les savants qui ne l'accepteraient pas, parce qu'il est adimensionné, lorsque son unité reste anonyme selon la règle?

Pour l'unité de brillance (luminance) on a introduit le *nit*, ce qui est une victoire de la cohérence et du système dit MKSA.

Dans la définition de «candela» et, après, de «lux», de «lumen», ... les unités (cm)², m, et un coefficient numérique 60 se croisent encore pas mal.

On dira que «candela» est unité fondamentale; elle fait ce qu'elle veut.

[12] F. A. PANETH, *Nature*, **166**, 931 (1950); *Nucleonics* **8**, n. 5, p. 38 (1951).

[13] Procès verbaux des séances, Tome XXI, session de 1948, p. T. 19.

Malheureusement lumières blanches, lumières colorées, colorimétrie système C.I.I., 1931, candela photopique, candela scotopique se croisent encore pis.

Nous pensons qu'un pas simple, mais fondamental, serait accompli si, en suivant une suggestion déjà avancée^[14], on fixait pour unité fondamentale (photopique) celle de flux lumineux (lumen photopique), *défini par la courbe de visibilité (photopique) C.I.I., 1924, et par la valeur $\frac{2000}{3}$ lumen/watt de l'efficacité lumineuse maximum* exprimée en unité photométrique (photopique) par watt.

Le coefficient de conversion numérique très simple $\frac{2000}{3}$ lumen/watt est certainement coïncident dans les incertitudes d'observations avec la valeur expérimentale.

Une telle unité photométrique passerait du 2^e cas au 3^e cas de § 11; elle aurait tous les avantages de l'ampère, unité absolue et cependant fondamentale.

A différence de l'ampère (absolu) cette unité photométrique présente la caractéristique spéciale d'exiger un accord soit sur la valeur d'une constante universelle (efficacité lumineuse maximum), soit sur toutes les valeurs d'une fonction de la longueur d'onde (courbe de visibilité). L'unité photométrique cache en réalité une infinité d'unités, une pour chaque longueur d'onde. On ne voit pas ce caractère spécial de l'unité fondamentale de la photométrie si l'on se borne à la définition actuelle de «candela».

Un problème analogue au précédent se réfère à la photométrie scotopique (vision crépusculaire) pour laquelle la Commission Internationale de l'Eclairage (Stockholm 1951) a établi la courbe de visibilité relative (scotopique) et l'efficacité lumineuse (scotopique) maximum exprimée en unité photométriques (scotopiques) par watt.

17. Rationalisation.

Ce problème, né pour l'électromagnétisme, se présente aussi en quelque point de la mécanique (par exemple constantes de PLANCK h et de DIRAC $\hbar$).

Nous ne connaissons pas le mot «rationalisation» dans la photométrie, bien que le système de ses équations-base contienne une ample floraison de 4π .

En ce qui concerne l'électromagnétisme, fixons-nous sur une équation bien connue.

Dans l'intérieur d'un solénoïde indéfini la physique classique trouve:

$$\mathbf{H} = 4\pi n \mathbf{i} \quad (19)$$

^{14]} F. DEMICHELIS, Atti Acc. Scienze Torino, **80**, 56 (1944).

H intensité du champ magnétique, **n** nombre de tours de l'enroulement à l'unité de longueur du solénoïde; **i**, intensité du courant dans chaque tour. On sépare (19) en:

$$\begin{array}{ll} \text{équation entre mesure} & H = 4 \pi n \cdot i \\ \text{équation entre unités} & \mathbf{H} = [\mathbf{n}] [\mathbf{i}]. \end{array}$$

Dans notre système de mesure on aura:

$$[\mathbf{H}]_{\text{MKSA}} = \text{amp/m.}$$

Exemple numérique: dans un solénoïde ayant 500 tour/m, parcouru par 12 amp/tour on a un champ magnétique d'intensité:

$$\mathbf{H} = \approx 75000 \text{ amp/m.}$$

Eh bien l'électrotechnicien trouve beaucoup plus commode considérer seulement le produit **n · i**.

Cette commodité est à l'origine de la rationalisation. Après un demi-siècle de discussion, nous croyons pouvoir tout résumer en nous appuyant sur le couple de grandeurs $4 \pi \mathbf{n i}$ et **n i**.

Pour «rationaliser» on a proposé trois méthodes:

1^{re} méthode. On écrit encore:

$$\mathbf{H} = 4 \pi \mathbf{n i} \quad (20)$$

équation-base définissant **H**, que l'on a encore le droit d'appeler «champ magnétique».

On sépare (19) en:

équation entre mesures

$$H' = n \cdot i$$

équation entre unités

$$[\mathbf{H}]' = 4 \pi [\mathbf{n}] \cdot [\mathbf{i}]$$

$$\text{ex.: } [\mathbf{H}]'_{\text{MKSA}} = 4 \pi \text{ amp/m.} \quad (21)$$

1^e ration

Dans le solénoïde exemplifié on a le même champ magnétique **H** défini par (19), mais il est mesuré par $H' = 6000$ unités, chacune de 4π amp/m.

La division de l'équation-base selon cohérence n'est pas respectée. Cette exception à la règle général, a conduit à abandonner cette méthode*).

2^e méthode. Au lieu de (19) on écrit:

$$\mathbf{H} = \mathbf{n i} \quad (22)$$

on la sépare en:

équation entre mesures

$$H' = n \cdot i$$

équation entre unités

$$[\mathbf{H}]' = [\mathbf{n}] \cdot [\mathbf{i}]$$

$$\text{ex.: } [\mathbf{H}]'_{\text{MKSA}} = \text{amp/m.} \quad (23)$$

2^e ration

*) *Note sur les épreuves.* — J. R. BARKER et R. O. DAVIES ne sont pas si tranchants dans leur travail qui vient de paraître en Am. Jour. of Physics, **21**, 281, 1953.

Dans le solénoïde exemplifié on a

$$H' = 6000 \text{ unités chacune de } 1 \text{ amp/m.}$$

Mais attention! *on veut que $\mathbf{H}$ dans (22) soit le même (!?) champ magnétique qu'on avait en acceptant la formule (19).*

L'unité est dite encore amp/m, mais, bien qu'on ne le voit pas, elle est 4π fois plus grande que dans le cas (19) et c'est à cause de cette propriété secrète que $\mathbf{H}$ est le même (!?) champ magnétique que (19).

3^e méthode. Au lieu de (19) on écrit:

$$\mathbf{H}_{\text{raz}} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{i} \quad (24)$$

(le symbole $\mathbf{H}_{\text{raz}}$ est employé, faute d'un autre accord).

L'équation (24) est équation-base définissant $\mathbf{H}_{\text{raz}}$ c'est-à-dire le produit $\mathbf{n} \cdot \mathbf{i}$, qui est extrêmement utile dans l'électrotechnique.

On sépare (24) en:

équation entre mesures

$$H_{\text{raz}} = n \cdot i$$

équation entre unités

$$[\mathbf{H}_{\text{raz}}] = [\mathbf{n}][\mathbf{i}]$$

$$\text{ex.: } [\mathbf{H}_{\text{raz}}]_{\text{MKSA}} = \text{amp/m.}$$

3^e ration

Dans le solénoïde exemplifié on a $H_{\text{raz}} = 6000$ unités, chacun de 1 amp/m.

Il semble qu'on a encore des discussions sur l'opportunité d'accepter la 2^e ou la 3^e méthode de rationalisation. Cependant la préférence pour la 3^e méthode nous semble hors de doute.

L'électrotechnicien trouve utile employer le produit $\mathbf{n} \mathbf{i}$? Il peut bien l'employer.

Mais l'on trouve que même:

$$4\pi \mathbf{n} \mathbf{i}$$

est utile pour la description des phénomènes physiques; ne fût ce que parce que par intégration la loi élémentaire (et qu'on a donc raison de prendre simple) de LAPLACE nous donne pour le solénoïde:

$$\mathbf{H} = 4\pi \mathbf{n} \mathbf{i} \quad (26)$$

séparé en

$$H = 4\pi \cdot n \cdot i$$

$$[\mathbf{H}] = [\mathbf{n}] \cdot [\mathbf{i}]$$

$$\text{ex.: } [\mathbf{H}]_{\text{MKSA}} = \text{amp/m} = [\mathbf{H}]_{\text{MKSA}} \cdot$$

3^e ration

Les équations (24), (26) peuvent bien coexister; les deux grandeurs $\mathbf{H}$ et $\mathbf{H}_{\text{raz}} = \mathbf{H}/4\pi$ peuvent bien coexister dans le même système, mesurées avec la même unité, par exemple: amp/m.

C'est la même situation déjà rappelée pour ν et ω , h et $\hbar$; D , induction électrique, et S , déplacement électrique de MAXWELL, diamètre et rayon, ...

Ce que nous avons dit pour H , H_{raz} s'étend à toutes les grandeurs de l'électromagnétisme touchées par la rationalisation.

Les difficultés commencent lorsqu'on veut employer le nom «champ magnétique» et le symbole H déjà employé.

Les difficultés deviennent plus graves si l'on veut soutenir cet emploi en disant que $n \cdot i$ «est» la même grandeur physique définie par (19) = (26), et ce-ci est une thèse principale, portée en faveur de la rationalisation, 2^e méthode. C'est bien étrange, car il n'est pas légitime d'accepter (19) pour introduire une grandeur physique H et après de rejeter l'équation, mais pas la grandeur introduite^[15]; nous trouvons ici une erreur logique.

Au contraire, nous ne voyons pas dans la 3^e méthode ni cette erreur, ni une défense quelconque à employer toute grandeur physique «rationalisée» ou «non rationalisée» qui soit considérée utile. On a simplement doublé un certain nombre de grandeurs à disposition des usagers.

Il s'agit, problème inférieur et cependant d'une importance pratique indiscutable, de trouver des symboles acceptables pour les grandeurs nouvelles dites «rationalisées» et les grandeurs correspondantes anciennes dites «non rationalisées».

Les difficultés dérivent du fait que les noms actuels (par exemple champ magnétique non rationalisé; champ magnétique rationalisé) sont trop longs, et les nouveaux symboles (par exemple: barrés selon l'usage courant de h et $\hbar$ sont plus compliqués que les anciens.

La tension sort du domaine des principes de la métrologie.

18. Conclusion. Système unique, globale.

Nous espérons que ne sera pas cette difficulté à ralentir l'accueil de la 3^e méthode de rationalisation, dite parfois *rationalisation des grandeurs*, c'est-à-dire introduction de nouvelles grandeurs à travers de nouvelles équations-base selon le 1^{er} cas de § 11, sans introduction de nouvelles unités.

[15] A ce fait, qui conduit aux deux significations de amp/m, nous attribuons bien d'incompatibilités logiques qu'on a soulevé récemment dans la métrologie de l'électromagnétisme. V. P. ex.: M. LANDOLT et J. DE BOER, Rev. Gén. de l'Electr. **80**, 499 (1951).

Les équations selon cette rationalisation sont incompatibles avec les équations dites non rationalisées; voilà l'origine des faits signalés.

Seulement cette 3^e méthode de rationalisation est en accord avec des conventions élémentaires et générales de métrologie.

Nous voyons que dans ces années le nombre des savants qui appuient cette rationalisation croît de jour en jour; on peut donc espérer qu'on atteindra sur elle un accord universel.

Toute la physique se trouverait alors sous le domaine d'un système de mesure unique, global, c'est-à-dire capable de contenir, selon les lignes que nous avons touché, bien plus de grandeurs physiques qu'on ne l'ait fait jusqu'à présent; en particulier ce système contiendrait toutes les grandeurs dites rationalisées et non rationalisées^[16].

En définitive les avantages de voir réunis dans un seul système cohérent de mesure tant de grandeurs qui on considère plutôt appartenant à des systèmes de mesure différents, nous semblent vaincre l'inconvénient de trouver dans le système global «trop» de constantes universelles ou numériques ou dimensionnées.

L'inconvénient s'annulera dans la pratique où chacun choisira seulement certains groupes de grandeurs pour la description du domaine choisi de la physique.

Bibliographie.

- 1) Commissione Italiana di Metrologia (CIM) del C.N.R. — Conferenze al 1^o Convegno di Metrologia, 14—15 maggio 1951, Tamburini, Milano 1952.
- 2) F. DEMICHELIS (en collaboration), *La radiologia medica*, **35**, fasc. 12, 1949.
- 3) International Standards Organisation; Technical Committee 12 (ISO, TC/12) — Quantities, Symbols, Units, Conversion Tables — Proposal of Secretariat — 1st Meeting, København, 20—25 oct. 1952.
- 4) M. LANDOLT, *Grösse, Masszahl und Einheiten*, 2e edit., Rascher, Zürich 1952.
- 5) J. C. MAXWELL, *Treatise on Electricity and Magnetism*, 1^o vol., p. 6, Clarendon Press, Oxford 1873.
- 6) National Physical Laboratory (NPL). Recent developments and Techniques in the Maintenance of Standards. — Proceedings of a symposium held at the NPL on 21—22 may 1951. H.M.S. Stationery Office, London 1952.
- 7) E. PERUCCA, *Atti Ac. Sc. Torino*, **79**, 38 (1944) et travaux divers 1949—1952.
- 8) G. POLVANI, *Elementi di Metrologia Teoretica*, 2^a ediz., Marzorati, Milano 1947.
- 9) Union Internationale de Physique Pure et Appliquée, Comité Symboles, Unités, Nomenclature (SUN); Commission Electrotechnique Internationale, Comité d'Etude N. 24; 1948—1952. Travaux divers. — Commission Internationale de l'Eclairage — Comité d'Etude 2—3, 1948—51. Travaux divers.
- 10) J. WALLOT, *Elektr. Zs.* **43**, 1329, 1381 (1922); *Handb. der Phys.* de GEIGER et SCHEEL, 2e vol., 1^e chap., Springer, Berlin 1926; *Phys. Zs.* **44**, 17 (1943).

[16] E. PERUCCA, Fusion des systèmes MKSA rationalisé et non rationalisé dans un système unique, *Ric. Sc.* **21**, 1931 (1951).