Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 25 (1952)
Heft: V

Artikel: Bemerkungen zur skalaren Paartheorie
Autor: Wentzel, Gregor
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-112323

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Bemerkungen zur skalaren Paartheorie

von **Gregor Wentzel**

Institute for Nuclear Studies University of Chicago, Chicago, Ill. (U.S.A.)

(12. V. 52).

Die im Titel genannte Theorie hat neues Interesse auf sich gelenkt dadurch, dass in den pseudoskalaren Yukawa-Theorien, durch Transformationen nach DYSON[1]) oder FOLDY[2]), Wechselwirkungsterme vom Paartheorie-Typus isoliert werden können, derart, dass die (pseudo-) skalare Paartheorie als eine „nullte Näherung" zur pseudoskalaren Yukawa-Theorie gelten kann[3]). Dieser Zusammenhang hat den Verfasser veranlasst, frühere Untersuchungen über die Sättigungseigenschaften der Kernkräfte nach der Paartheorie[4]) weiterzuführen. Die folgende Analyse soll zeigen, dass die Sättigung nach dieser Theorie als Folge der Mehrkörperkräfte zustande kommt, während die Austauschkräfte eine untergeordnete Rolle spielen.

Die Theorie sei charakterisiert durch die Hamilton-Funktion:

$$H = \int dX \left[\Phi^* \frac{-\Delta}{2M} \Phi + \pi^* \pi + \psi^* (\mu^2 - \Delta) \psi + \lambda \Phi^* \Phi \psi^* \psi \right] \quad (1)$$

(Φ = Nukleonfeld, unrelativistisch, 4 Komponenten für Spin und Ladung; ψ = Mesonfeld, komplex; neutrale Mesonen bleiben ausser Betracht. Die im Wechselwirkungsterm benötigte „Abschneidung" wird erst später eingeführt. $\hbar$ und $c = 1$ gesetzt.) Die früheren Untersuchungen[4]) betrafen die „statische Näherung":

$$\Phi^* \Phi \to \sum_s N_s \, \delta (\mathfrak{x} - \mathfrak{x}_s) ,$$

und zwar wurden die Nukleonen in einem oder in zwei Raumpunkten fixiert angenommen, oder es wurde eine periodische Gitteranordnung vorausgesetzt. Für diese Probleme wurden strenge Lösungen abgeleitet, und in der Abhängigkeit von den lokalen Besetzungszahlen N_s bzw. von der Gitterkonstante (Nukleonendichte) traten typische Sättigungserscheinungen zutage.

Gegen die Anwendung der statischen Näherung auf dichte Kernmaterie kann folgender Einwand erhoben werden. Betrachten wir, für den Augenblick, die Wechselwirkung als schwach, so beschreibt sie Meson-Nukleon-Streuprozesse sowie die Erzeugung und Vernichtung von Mesonpaaren bei Nukleon-Nukleon-Stössen. Bei Anwesenheit vieler Nukleonen sind viele dieser (virtuellen) Prozesse

durch das Pauli-Prinzip verboten, weil die betreffenden Nukleon-Endzustände besetzt sind. Dieses Verbot bleibt in der statischen Näherung unberücksichtigt, weil die Zustandsänderung der Nukleonen ignoriert wird; mit anderen Worten, die zugelassenen Impulsänderungen des Mesonfeldes werden *nicht* durch Gesamtimpulserhaltung plus Pauli-Prinzip eingeschränkt. Freilich möchte man vermuten, dass die Einbeziehung des Pauli-Prinzips die Sättigungstendenzen nicht beeinträchtigt, sondern eher verstärkt, denn die betrachteten Kräfte sind ja anziehend und können durch das Wegfallen von Termen nur verringert werden. Tatsächlich ist die Sachlage aber verwickelter wegen der vorzunehmenden Selbstenergie-Subtraktionen.

Es mag daher angezeigt sein, die Frage nach dem Sättigungscharakter der Kräfte wieder aufzunehmen, auf Grund eines Kernmodells, das dem Pauli-Prinzip Rechnung trägt, nämlich des *Fermiongas-Modells*. Zur Vereinfachung soll aber noch „statisch" gerechnet werden, insofern, als die Nukleon-Rückstösse *energetisch* vernachlässigt werden: die kinetische Energie der Nukleonen, d. h. der erste Term in H (1), gilt als vertauschbar mit den übrigen Termen und wird als additive Konstante geführt:

$$H_{\text{kin}} = N \cdot \frac{3}{10} \frac{p_F^2}{M}$$

(N = Nukleonen-Gesamtzahl, p_F = Radius der Fermikugel im Impulsraum). Die Vernachlässigung der Nukleon-Rückstossenergien bringt natürlich einen Fehler mit sich, der namentlich ins Gewicht fallen kann, wenn hohe Meson-Impulse ($\gg \mu$) eine Rolle spielen, doch wird die „Abschneidung" dieser Impulse dafür sorgen, dass keine qualitative Fälschung der Resultate eintritt.

Die nächstliegende Methode zur Behandlung des mathematischen Problems bestände darin, die in I berechneten Zwei- und Mehrkörperpotentiale zu übernehmen und den Erwartungswert der Energie (einschliesslich Austauschenergie) für den Grundzustand des Nukleongases auszurechnen. Es zeigt sich indessen, dass man einen günstigeren Ausgangspunkt für die folgende Diskussion gewinnt, indem man auf die Hamilton-Funktion (1) zurückgeht und beachtet, dass sie, nach Abzug von H_{kin}, ein System linear gekoppelter Oszillatoren darstellt.

Wie in I sei

$$\psi = V^{-\frac{1}{2}} \sum_{\mathfrak{k}} q_{\mathfrak{k}} e^{i\mathfrak{k}\mathfrak{x}}, \quad \pi = V^{-\frac{1}{2}} \sum_{\mathfrak{k}} p_{\mathfrak{k}} e^{-i\mathfrak{k}\mathfrak{x}};$$

ferner

$$\Phi^* \Phi = \varrho = \sum_{\mathfrak{k}} \varrho_{\mathfrak{k}} e^{i\mathfrak{k}\mathfrak{x}} \qquad \left(\varrho_0 = \frac{N}{V} = \frac{2}{3\pi^2} p_F^3\right). \tag{2}$$

Alle Operatoren $\varrho_{\mathfrak{k}}$ kommutieren untereinander und können daher wie c-Zahlen behandelt werden. Die Hamilton-Funktion lautet nun:

$$H - H_{\text{kin}} = \sum_{\mathfrak{k}} p_{\mathfrak{k}}^* p_{\mathfrak{k}} + Q(q), \quad Q(q) = \sum_{\mathfrak{k}} \omega_{\mathfrak{k}}^2 q_{\mathfrak{k}}^* q_{\mathfrak{k}} + \lambda \sum_{\mathfrak{k}\mathfrak{k}'} \varrho_{\mathfrak{k}-\mathfrak{k}'} q_{\mathfrak{k}}^* q_{\mathfrak{k}'} \tag{3}$$

($\omega_{\mathfrak{k}}^2 = \mu^2 + \mathfrak{k}^2$), und das mathematische Problem reduziert sich auf das Eigenwertproblem der quadratischen Form Q.

Wir diskutieren zunächst ein vereinfachtes Problem, das dadurch entsteht, dass in der Doppelsumme in (3) alle Ausserdiagonalterme ($\mathfrak{k} \neq \mathfrak{k}'$) weggelassen werden. Die Eigenwerte der Matrix Q sind dann

$$\Omega_{\mathfrak{k}}^2 = \omega_{\mathfrak{k}}^2 + \lambda\, \varrho_0 = \omega_{\mathfrak{k}}^2 + \lambda\, N/V. \tag{4}$$

Um die potentielle Energie U des Nukleonengases zu berechnen, hat man (wie in I) die Änderung der Nullpunktsenergie des Mesonfeldes infolge adiabatischer Einschaltung der Kopplung λ zu berechnen:

$$\sum_{\mathfrak{k}} (\Omega_{\mathfrak{k}} - \omega_{\mathfrak{k}}), \tag{5}$$

und hiervon ist noch die Selbstenergie der N isolierten Nukleonen, d. h. N mal der Wert von (5) für ein einziges Nukleon, abzuziehen. Im Limes $V \to \infty$, $\varrho_0 = \text{const}$:

$$U = \sum_{\mathfrak{k}} \left[\sqrt{\omega_{\mathfrak{k}}^2 + \lambda\, \varrho_0} - \omega_{\mathfrak{k}} - \frac{\lambda\, \varrho_0}{2\, \omega_{\mathfrak{k}}} \right]. \tag{6}$$

Ohne Abschneidung würde diese Summe logarithmisch divergieren. Nach Abschneidung ($|\mathfrak{k}| < A$) wird U (6) volum-proportional (weil $\sum_{\mathfrak{k}} = V(2\pi)^{-3}$ mal $\mathfrak{k}$-Raumintegral), und U/N ($= U/V\varrho_0$) als Funktion von ϱ_0 zeigt dieselben Sättigungseigenschaften wie sie in I für die Energie eines Nukleon-Kristallgitters grosser Dichte diskutiert wurden (vgl. I, p. 124/25). Insbesondere:

$$\lim_{\varrho_0 \to \infty} \frac{U}{N} = -\frac{\lambda}{2} \frac{1}{V} \sum_{\mathfrak{k}} \frac{1}{\omega_{\mathfrak{k}}}, \tag{7}$$

d. h. bei unendlicher Kompression der Kernmaterie wird gerade die Selbstenergie der Nukleonen frei.

Im Falle schwacher Kopplung oder geringer Dichte ($\lambda\, \varrho_0 \ll \mu^2$) kann man nach λ entwickeln:

$$U = -\frac{\lambda^2}{8} \varrho_0^2 \sum_{\mathfrak{k}} \frac{1}{\omega_{\mathfrak{k}}^3} + \cdots. \tag{8}$$

Diesen Grenzfall kann man aber auch leicht für das vollständige Problem (3) behandeln, indem man die Ausserdiagonalterme $\mathfrak{k} \neq \mathfrak{k}'$ in einer zweiten Näherung berücksichtigt:

$$\Omega_{\mathfrak{k}}^2 = \omega_{\mathfrak{k}}^2 + \lambda \varrho_0 - \lambda^2 \sum_{\mathfrak{k}'}{}' \frac{\varrho_{\mathfrak{k}-\mathfrak{k}'} \varrho_{\mathfrak{k}'-\mathfrak{k}}}{\mathfrak{k}'^2 - \mathfrak{k}^2} + \cdots,$$

$$\Omega_{\mathfrak{k}} = \omega_{\mathfrak{k}} + \lambda \frac{\varrho_0}{2\,\omega_{\mathfrak{k}}} + \lambda^2 \left[-\frac{\varrho_0^2}{8\,\omega_{\mathfrak{k}}^3} - \frac{1}{2\,\omega_{\mathfrak{k}}} \sum_{\mathfrak{k}'}{}' \frac{\varrho_{\mathfrak{k}-\mathfrak{k}'} \varrho_{\mathfrak{k}'-\mathfrak{k}}}{\mathfrak{k}'^2 - \mathfrak{k}^2} \right] + \cdots. \tag{9}$$

Hier ist der letzte Term ein Operator, und in (5) ist sein Erwartungswert für den Grundzustand des Nukleongases einzusetzen. Sei $N(\mathfrak{p}, \sigma)$ die Besetzungszahl des Nukleonzustandes $\mathfrak{p}, \sigma$ ($\mathfrak{p}$ = Impuls, $\sigma = 1 \cdot\cdot\, 4$ numeriert die Spin- und Ladungszustände), also

$$N(\mathfrak{p}, \sigma) = \begin{cases} 1 \text{ für } |\mathfrak{p}| < p_F, \\ 0 \text{ für } |\mathfrak{p}| > p_F. \end{cases}$$

Auf Grund der Definition (2) wird dann der Erwartungswert

$$\langle \varrho_{-\mathfrak{k}} \varrho_{\mathfrak{k}} \rangle = V^{-2} \sum_{\mathfrak{p}, \sigma} N(\mathfrak{p}, \sigma) \left[1 - N(\mathfrak{p} + \mathfrak{k}, \sigma) \right]$$

($\mathfrak{k} \neq 0$). Setzt man dies in (9) ein, und verwendet man statt $\mathfrak{k}'$ die neue Variable $\mathfrak{p}' = \mathfrak{p} + \mathfrak{k}' - \mathfrak{k}$, so folgt:

$$\Omega_{\mathfrak{k}} = \omega_{\mathfrak{k}} + \lambda \frac{\varrho_0}{2\,\omega_{\mathfrak{k}}} + \lambda^2 \left[-\frac{\varrho_0^2}{8\,\omega_{\mathfrak{k}}^3} - \frac{1}{2\,\omega_{\mathfrak{k}}} \cdot 4\, V^{-2} \sum_{\substack{|\mathfrak{p}| < p_F \\ |\mathfrak{p}'| > p_F}} \frac{1}{(\mathfrak{p}' - \mathfrak{p} + \mathfrak{k})^2 - \mathfrak{k}^2} \right] + \cdots. \tag{10}$$

Die Doppelsumme ist natürlich durch ein sechsfaches Integral zu ersetzen, und da die Terme $\mathfrak{k}' = \mathfrak{k}$ in (9) fehlen, ist bei der Integration über Nullstellen des Nenners der Cauchysche Hauptwert zu nehmen ($||\mathfrak{k}'| - |\mathfrak{k}|| > \varepsilon \to O$).

Wir bilden wiederum die Nullpunktsenergie-Änderung (5) und subtrahieren die Selbstenergie der N Nukleonen. Bei dieser Subtraktion hebt sich der Term erster Ordnung in λ wieder fort (wegen $\varrho_0 = N/V$), während von ϱ_0^2 nur ein verschwindend kleiner Bruchteil $(1/N)$ abgeht. Von der Doppelsumme in (10) ist eine Doppelsumme mit dem gleichen Summanden abzuziehen, bei der aber die Beschränkung $|\mathfrak{p}'| > p_F$ fortfällt, denn für ein isoliertes Nukleon $\mathfrak{p}, \sigma$ sind ja *alle* „Endzustände" $\mathfrak{p}', \sigma' = \sigma$ durch das Pauli-Prinzip gestattet. Nach der Subtraktion bleibt eine Doppelsumme übrig,

bei der sowohl $\mathfrak{p}$ als $\mathfrak{p}'$ auf das Innere der Fermikugel beschränkt sind:

$$S_{\mathfrak{k}} = V^{-2} \sum_{\substack{|\mathfrak{p}| < p_F \\ |\mathfrak{p}'| < p_F}} \frac{1}{(\mathfrak{p}' - \mathfrak{p} + \mathfrak{k})^2 - \mathfrak{k}^2} \,. \tag{11}$$

Somit wird die potentielle Energie:

$$U = \lambda^2 \sum_{\mathfrak{k}} \left[-\frac{\varrho_0^2}{8\,\omega_{\mathfrak{k}}^3} + \frac{2\,S_{\mathfrak{k}}}{\omega_{\mathfrak{k}}} \right]. \tag{12}$$

Wir haben $S_{\mathfrak{k}}$ für die Grenzfälle $\mathfrak{k} = 0$ und $|\mathfrak{k}| \gg p_F$ berechnet; beide Werte werden korrekt dargestellt durch die Interpolationsformel

$$S_{\mathfrak{k}} = \frac{1}{(2\,\pi)^4} \frac{p_F^6}{p_F^2 + 9\,\mathfrak{k}^2} = \frac{9}{64} \frac{\varrho_0^2}{p_F^2 + 9\,\mathfrak{k}^2} \,. \tag{13}$$

$S_{\mathfrak{k}}$ ist positiv, d. h. das korrigierte Potential (12) ist algebraisch grösser als der Wert (8) oder (6), der aus der vereinfachten Theorie folgte. Trotzdem bleibt U im ganzen negativ. Der Summand in (12) ist nämlich, nach (13), negativ definit für $p_F > 3/2\,\mu$, und die $\mathfrak{k}$-Summe ist auch für kleinere p_F-Werte negativ, wenn nur der Abschneideradius im $\mathfrak{k}$-Raum gross genug gewählt wird.

Vergleicht man mit den Ergebnissen der früheren Arbeit I, so zeigt sich, dass U (12) die Energie der Zweikörperkräfte ist, sofern man diese nach λ entwickelt und nur den führenden Term beibehält. Der Term mit $S_{\mathfrak{k}}$ ist die Austauschenergie. [Vgl. I, Abschn. 2, speziell Gl. (10).]

Um den Charakter der Entwicklung nach λ besser zu überblicken, haben wir noch die λ^3-Korrekturen zu U berechnet. Zunächst liefert die Ausgangsnäherung (6) den Term

$$+\frac{1}{16} (\lambda\,\varrho_0)^3 \sum_{\mathfrak{k}} \frac{1}{\omega_{\mathfrak{k}}^5} \,, \tag{14}$$

der das Eintreten der Sättigung bei wachsender Dichte erkennen lässt; er rührt offenbar von Dreikörperkräften her. Von den übrigen Termen lässt sich ein Ausdruck abspalten, der bis auf einen negativen Faktor mit (12) übereinstimmt (der also positiv ist, wenn die Zweikörperkräfte anziehend sind). Er stellt die λ^3-Korrektur zu den Zweikörperpotentialen dar, die nach I eine reduzierte Kopplungskonstante enthalten:

$$U_2 = \lambda_A^2 \sum_{\mathfrak{k}} \left[-\frac{\varrho_0^2}{8\,\omega_{\mathfrak{k}}^3} + \frac{2\,S_{\mathfrak{k}}}{\omega_{\mathfrak{k}}} \right], \quad \lambda_A = \frac{\lambda}{1 + \lambda\,A/4\,\pi} \,; \tag{15}$$

hier ist A der durch I (11) quantitativ definierte Abschneideimpuls[5]). Schliesslich kommt noch ein Dreikörperterm hinzu, der gleichfalls positiv ist.

Über die höheren Näherungen kann man nun die folgenden allgemeinen Feststellungen machen. Schreiben wir die gesamte potentielle Energie als Summe der Beiträge der n-Körperkräfte

$$U = \sum_{n=2}^{N} U_n ,$$

so wissen wir aus I, dass die λ-Abhängigkeit von U_n durch den Faktor λ_A^n bestimmt ist. Ferner können wir in U_n die gewöhnliche (Nichtaustausch-) Energie abspalten, nämlich

$$U_n^0 = \binom{\frac{1}{2}}{n} (\lambda_A \varrho_0)^n \sum_{\mathfrak{k}} \omega_{\mathfrak{k}}^{-(2n-1)} \; (n \geqslant 2) . \tag{16}$$

Der Beweis für diese Formel ergibt sich daraus, dass der λ^n-Term aus der Entwicklung des Ausdruckes (6) in U_n^0 enthalten sein muss, und zwar kann er nur aus dem ersten Term der Reihe

$$\lambda_A^n = \lambda^n (1 - n \lambda A / 4 \pi + \cdots)$$

hervorgehen. Für $n = 2$, 3 und 4 haben wir die Formel (16) verifiziert mittels der strengen Lösungen nach I[6]). In

$$U = U^0 + U' \tag{17}$$

lässt sich nun $U^0 = \sum_n U_n^0$ aufsummieren:

$$U^0 = \sum_{\mathfrak{k}} \left[\sqrt{\omega_{\mathfrak{k}}^2 + \lambda_A \varrho_0} - \omega_{\mathfrak{k}} - \frac{\lambda_A \varrho_0}{2 \omega_{\mathfrak{k}}} \right] . \tag{18}$$

Die Bedingung $\lambda_A \varrho_0 < \mu^2$ garantiert die Konvergenz der n-Summe, doch muss (18) unabhängig hiervon gültig sein. Als Funktion von ϱ_0 zeigt U^0 bzw. U^0/N die gewünschte Sättigungstendenz; die Sättigung setzt ein, wenn ϱ_0 sich dem Werte

$$\varrho_s = \frac{\mu^2}{\lambda_A} = \mu^2 \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{A}{4 \pi} \right)$$

nähert (z. B. für $A = 2 \pi \mu$ und $\lambda \gg \mu^{-1}$: $\varrho_s = \frac{1}{2} \mu^3$). Ähnlich wie in (7) kommt[7]):

$$\lim_{\varrho_0 \to \infty} \frac{U^0}{N} = - \frac{\lambda_A}{2} \frac{1}{V} \sum_{\mathfrak{k}} \frac{1}{\omega_{\mathfrak{k}}} . \tag{19}$$

Was andererseits die Austauschenergie U' anlangt, so sind schon die Einzelterme $n > 3$ schwierig zu berechnen, und ihre Summie-

rung in geschlossener Form scheint unmöglich. Man darf aber wohl vermuten, dass U' (als Ganzes) die Eigenschaften hat, die sich sowohl für U_2' als für U_3' aus den obigen Rechnungen ergeben haben, nämlich, dass U' positiv ist und bei zunehmender Dichte, im Vergleich zu U^0, immer bedeutungsloser wird [für $n = 2$, vgl. (15), (13)]. Der Sättigungswert ϱ_s der Dichte mag hierdurch etwas grösser werden, aber es ist kaum anzunehmen, dass die Austauschkräfte das schliessliche Eintreten der Sättigung verhindern können.

Ein stützendes Argument kann man noch aus der folgenden qualitativen Überlegung gewinnen. Im Grenzfall grosser Dichte, nämlich wenn $\lambda \varrho_0 \gg \mu^2 + A^2$, wird es erlaubt sein, in (1) die Terme mit $\psi^* (\mu^2 - \Delta) \psi$ zu vernachlässigen. Dadurch wird $H - H_{\text{kin}}$ additiv (separiert) in den Beiträgen der Volumelemente $dX = V_i$:

$$H - H_{\text{kin}} = \sum_{i=1}^{z} (p_i^* p_i + \lambda \varrho_i q_i^* q_i) . \tag{20}$$

Hier bedeuten q_i, p_i die kanonischen Variablen des Mesonfeldes in der i^{ten} Raumzelle und ϱ_i das räumliche Mittel der Nukleondichte in dieser Zelle. Wir wählen als Volumen einer Zelle $V_i = 6\pi^2 A^{-3}$, damit die Anzahl der Freiheitsgrade des Mesonfeldes dieselbe ist wie nach der oben verwendeten Abschneidevorschrift [$Z = V/V_i = V (2\pi)^{-3} (4\pi/3) A^3$]. Die gemittelten Dichten ϱ_i können als konstant gelten, und der Grundzustand des Nukleongases hinsichtlich der kinetischen Energie ($\sim \sum_i V_i \varrho_i^{5/3}/M$) ist die homogene Verteilung: $\varrho_i = \varrho_0 = N/V$ (sofern $\varrho_0 V_i \gg 1$). Die Nullpunktsenergie des Mesonfeldes wird damit

$$Z \sqrt{\lambda \varrho_0} = N \frac{A^3}{6\pi^2} \sqrt{\frac{\lambda}{\varrho_0}} ; \tag{21}$$

dies ersetzt die Grösse (5) in der früheren Rechnung. Hiervon ist wiederum die Selbstenergie der Nukleonen ($N \cdot$ const) abzuziehen, und diese überwiegt um so mehr, je grösser die Dichte ϱ_0. Damit haben wir das Ergebnis (19) wiedergewonnen[8]). In dieser Näherung treten keine Terme auf, die den Austauschenergien U' entsprechen, was darauf schliessen lässt, dass letztere bei grosser Dichte belanglos sind.

Die hier versuchten Näherungen sprechen also übereinstimmend dafür, dass das Paulische Ausschlussprinzip bzw. die daraus resultierende Austauschenergie für die Bindungsenergie und ihre Absättigung mit zunehmender Dichte keine entscheidende Bedeutung

hat. Daraus erklärt sich, warum bereits ein statisches Modell, welches Austauscheffekte ignoriert, ein qualitativ zutreffendes Bild liefert.

Anmerkungen.

[1]) F. J. Dyson, Phys. Rev. **73**, 929 (1948); K. M. Case, Phys. Rev. **76**, 14 (1949).

[2]) L. L. Foldy, Phys. Rev. **84**, 168 (1951).

[3]) G. Wentzel, Phys. Rev., **86**, 802 (1952).

[4]) G. Wentzel, Helv. Phys. Acta **15**, 111 (1942), im folgenden als I zitiert; Prog. Theor. Physics **5**, 584 (1950), Abschn. II, III.

[5]) In (15) sowie in (16), (18) und (19) sind die Beiträge der höchsten $|\mathfrak{k}|$-Werte ($\gtrsim A$) nicht ganz konsequent behandelt (indem der Imaginärteil des Ausdruckes I (14) vernachlässigt wurde). Es lohnt sich aber nicht, die genaue $\mathfrak{k}$-Abhängigkeit auf Grund einer bestimmten Abschneidevorschrift anzuschreiben.

[6]) Für $n = 4$ muss man bereits die Zweikörperkräfte in zweiter Ordnung berücksichtigen, d. h. die Terme, die sich aus I (10) bei Weiterentwicklung des Logarithmus ergeben. Diese Terme heben sich gegen gewisse Vierkörperterme (oder besser: Zweipaarterme), die nicht die Form (16) haben. Auch bei höheren n-Werten müssen sich solche Terme (die nicht einmal volumproportional sind) allgemein wegheben, da sie in der obigen Störungsrechnung [λ^n-Terme von (9)] überhaupt nicht auftreten.

[7]) Die rechte Seite von (19) stellt wiederum die freigewordene Nukleon-Selbstenergie dar. Vgl. I (8), wo der „arc tg" für nicht zu hohe $\varkappa$-Werte durch sein Argument ersetzt werden darf; bezüglich der Beiträge $\varkappa \gtrsim A$ beachte man Anmerkung 5. Die Ähnlichkeit von U^0 mit der in I, Abschn. 3, berechneten Gitterenergie ist natürlich nicht überraschend.

[8]) Vgl. Anmerkung 7. Für ein einziges, isoliertes Nukleon ergibt (20) die Selbstenergie $\sqrt{\lambda\, \varrho_i} = \sqrt{\lambda/V_i}$, vorausgesetzt, dass $\lambda/V_i \gg A^2$, d. h. $\lambda A \gg 6\,\pi^2$ („starke Kopplung"). Vergleicht man mit I (8) (oder mit (19), wo $\lambda_A \approx 4\,\pi/A$), so scheint der Selbstenergiewert $\sqrt{\lambda/V_i}$ um einen Faktor der Ordnung $\sqrt{\lambda\, A}$ zu hoch. Man hat den Eindruck, dass in (20) λ durch λ_A ersetzt werden sollte, doch kann ich keine Begründung hierfür angeben.