

# Über eine Unbestimmtheit bei dem Vergleich verschiedenfarbiger Lichtquellen nach dem Verfahren von Tikhodeew

Autor(en): **König, H.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Helvetica Physica Acta**

Band (Jahr): **8 (1935)**

Heft I

PDF erstellt am: **26.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-110519>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Über eine Unbestimmtheit bei dem Vergleich verschiedenfarbiger Lichtquellen nach dem Verfahren von Tikhodeew

von H. König (Bern).

(Mitteilung aus dem Eidg. Amt für Mass und Gewicht.)

(11. XII. 34.)

Der Umstand, dass bei dem von TIKHODEEW vorgeschlagenen Verfahren ausschliesslich isochrome Messungen vorkommen, scheint mit der Tatsache, dass jeder heterochrome Vergleich von der spektralrelativen Hellempfindlichkeit abhängt, im Widerspruch zu stehen. Ein solcher besteht jedoch nicht, da sich herausstellt, dass die Messergebnisse mit einer doppelten Unbestimmtheit behaftet sind, zu deren Beseitigung sowohl eine kolorimetrische Annahme über Farbtemperaturen oder Farbgewichte der Lichtquellen (Glühlampen), als auch eine photometrische Annahme über die spektralrelative Hellempfindlichkeit des Beobachters nötig sind. Die Eliminierung der Farbensprünge ist also auf die vorgeschlagene Art nicht möglich.

*Vorschlag von Tikhodeew.* Von TIKHODEEW<sup>1)</sup> stammt die Anregung, die Farbensprünge in der Photometrie der Glühlampen folgendermassen zu vermeiden: Mit  $n$  hinsichtlich ihrer Farbtemperatur geordneter Glühlampen  $L_1, L_2 \dots L_n$  (siehe Fig. 1) verwirklicht man mit einem gewöhnlichen Gleichheits-Photometer möglichst viele Gleichungen, wie z. B.

$$\frac{\cos \eta_1}{a_1^2} \cdot L_1 + \frac{\cos \eta_3}{a_3^2} L_3 = \frac{\cos \eta_2}{a_2^2} L_2 + \frac{\cos \eta_4}{a_4^2} L_4 \quad (1)$$

$$\frac{\cos \eta_1'}{a_1'^2} L_1 + \frac{\cos \eta_3'}{a_3'^2} L_3 \approx \frac{\cos \eta_2'}{a_2'^2} L_2. \quad (2)$$

Die Gleichungen vom Typus (2) gelten der Krümmung der Farbenkurve ( $L_1, L_2 \dots$ ) wegen nur näherungsweise. Die Abstände  $a_i$  bzw.  $a_i'$  der Lampen vom Schirm, sowie die Einfallswinkel  $\eta_i$  bzw.  $\eta_i'$  in Bezug auf denselben sind durch die Einstellung des Photometers auf Gleichheit bestimmt und daher als bekannt anzusehen. Die Grössen  $L_i$  identifiziert TIKHODEEW mit den Lichtstärken. Für  $n \geq 4$  ist die Zahl aller Gleichungen (1) und (2), für  $n \geq 5$  diejenige der Gleichungen (1)  $\geq n$ . Es liegt nahe anzu-

<sup>1)</sup> TIKHODEEW, Sur une méthode de mesure des sources de lumière ayant le spectre différent. Chambre Centrale des poids et mesures de l'U. R. S. S. No. 91, Rapport au Comité consultatif d'Electricité, Session de 1930. Siehe auch <sup>3)</sup> S. 83.

nehmen, dass diese Gleichungen die Verhältnisse  $\frac{L_2}{L_1}, \frac{L_3}{L_1}, \dots, \frac{L_n}{L_1}$  bestimmen. Überzählige Gleichungen wären als Kontrolle aufzufassen. TIKHODEEW bespricht nun den Fall  $n = 4$ . Versuchsergebnisse werden nicht mitgeteilt.

*Bedenken.* Es gibt verschiedene Arten der Überbrückung eines Farbensprunges, bei denen das Auge nur gleiche Farben

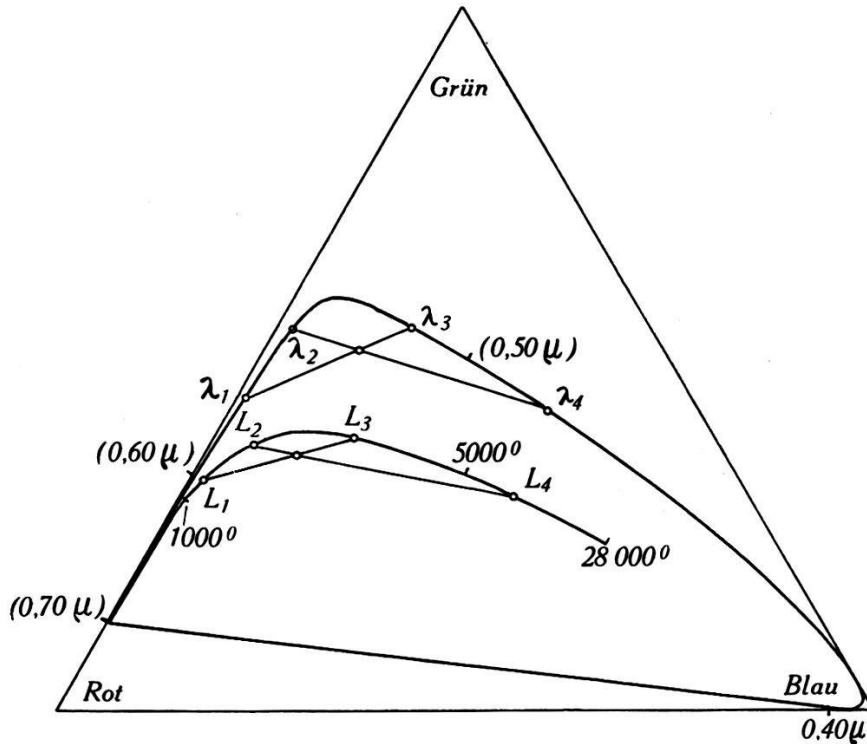


Fig. 1.

Maxwell-Helmholtz'sches Farbdreieck mit Kurve der Spektralfarben ( $\lambda_1, \lambda_2 \dots$ ) und Kurve der schwarzen Strahlungen ( $L_1, L_2 \dots$ ) der Temperatur  $T_i$  ( $T_1 < T_2 < \dots$ ).

vergleicht, während der eigentliche Farbensprung rechnerisch unter Zuziehung der internationalen Augenkurve  $K_\lambda$ <sup>1)</sup> bestimmt wird. Dass dieser Faktor eine Rolle spielen muss, ist klar (siehe z. B.<sup>2)</sup>). Der Gedanke, dass dies bei vorliegendem Verfahren nicht oder in ganz anderem Mass der Fall sein sollte, ist einerseits bestrickend, andererseits befremdend. FABRY<sup>3)</sup> erachtet es für wahrscheinlich, dass die Lösung unbestimmt sei.

Da wir in der Literatur der letzten Jahre keine abklärende Stellungnahme zu dieser Frage gefunden haben, greifen wir sie hier auf.

<sup>1)</sup> Commission Internationale de l'Eclairage, Compte rendu des séances, Cambridge 1926, S. 67.

<sup>2)</sup> JOUAUST, Comptes rendus de l'Académie des Sciences 192, 616, 1931.

<sup>3)</sup> FABRY, Commission Internationale de l'Eclairage, Compte rendu des séances, Cambridge 1931, S. 537.

*Allgemeiner Nachweis der Unbestimmtheit.* Der Beweis, dass die Lösung unbestimmt ist, wird unter Zugrundelegung der exakten Gleichungen vom Typus (1) geführt. Ob einige von ihnen zu dreigliedrigen Gleichungen, welche drei auf einer Farbgeraden liegenden Lichtern entsprechen, entartet sind, ändert an den Überlegungen nichts. Auch ist es für den Beweis belanglos, ob nur physiologisch oder ob physikalisch vollkommen abgeglichen sei, d. h. ob die Photometerflächen nur gleich aussehen oder ob ihre Rückstrahlung spektralgleich sei. Im allgemeinen wird ersteres der Fall sein.

Wir bezeichnen eine lineare Gleichung zwischen den Lichtern  $L_a, L_b, L_c, L_d$  mit  $(a b c d)$ . Da man nun aus zwei unabhängigen linearen Gleichungen stets eine Unbekannte eliminieren kann, ist es möglich, eine Gleichung  $(p q r s)$  aus vier unabhängigen Gleichungen  $(1 2 3 p), (1 2 3 q), (1 2 3 r), (1 2 3 s)$  durch sukzessives Ausscheiden von 1, 2, 3 aufzubauen. Wenn die Lehre von der Farbenmischung widerspruchlos ist, so kann die so erzeugte Gleichung  $(p q r s)$  der experimentell gefundenen Beziehung zwischen  $L_p, L_q, L_r, L_s$  nicht widersprechen, muss also mit ihr identisch sein. Für Gleichungen z. B. vom Typus  $(1 2 p q)$  sind die Überlegungen analog. Folglich sind alle experimentell gefundenen Gleichungen durch die  $n - 3$  Gleichungen  $(1 2 3 p), p = 4 \dots n$  ausdrückbar. Im Falle der Gleichung (2), der angenähert einer eindimensionalen Farbenmannigfaltigkeit entspricht, sind  $n - 2$  Gleichungen unabhängig. Es müssen demnach im allgemeinen Fall (1) drei, im Fall (2) zwei Grössen  $L$  bekannt sein, wenn das System der Lösungen bestimmt sein soll.

*Über das Wesen der Unbestimmtheit.* Der Grad der Unbestimmtheit ist homogen 3. Das bedeutet, dass das Messergebnis ( $L_i$ ) einer Transformation mit 3 willkürlichen Parametern unterworfen werden kann, ohne dass der Beobachter es merkt. Der (normale) Beobachter ist charakterisiert durch die Funktionen  $R(\lambda), G(\lambda), B(\lambda)$ , die sog. Grunderregungsstärken (Farbempfindlichkeiten) der Dreifarben Theorie. Eine Strahlung  $E$  hat für ihn das „Farbgewicht“:

$$M = \int E (R + G + B) d\lambda \quad (3)$$

und die homogenen Dreieckskoordinaten

$$r = \frac{1}{M} \int ER d\lambda, \quad g = \frac{1}{M} \int EG d\lambda, \quad b = \frac{1}{M} \int EB d\lambda \quad (4)$$

$$r + g + b = 1$$

Was man bei dem Verfahren von TIKHODEEW macht, ist nichts anderes als das Herstellen von *Farbgleichungen*, die bekanntlich wie die zur Berechnung von Schwerpunkten dienenden Formeln gebaut sind:

$$r_{\nu_1} M_{\nu_1} + r_{\nu_2} M_{\nu_2} = r_{\nu_3} M_{\nu_3} + r_{\nu_4} M_{\nu_4}$$

$$g_{\nu_1} M_{\nu_1} + g_{\nu_2} M_{\nu_2} = g_{\nu_3} M_{\nu_3} + g_{\nu_4} M_{\nu_4} \quad (1 \leq \nu_i \leq n) \quad (5)$$

$$b_{\nu_1} M_{\nu_1} + b_{\nu_2} M_{\nu_2} = b_{\nu_3} M_{\nu_3} + b_{\nu_4} M_{\nu_4}$$

$$M_{\nu_1} + M_{\nu_2} = M_{\nu_3} + M_{\nu_4} \quad (1 \leq \nu_i \leq n). \quad (6)$$

Die Indices  $\nu_i$  bezeichnen vier von den  $n$  Lichtern; die Grössen  $r_{\nu_i}$ ,  $g_{\nu_i}$ ,  $b_{\nu_i}$  und  $M_{\nu_i}$  charakterisieren die von Licht  $\nu_i$  auf dem Photometerschirm erzeugten Rückstrahlungen.

Um die oben erwähnte Transformation zu finden, brauchen wir nur folgender Tatsache formelmässig Ausdruck zu verleihen: Ein anormaler Beobachter mit den Farbempfindlichkeiten

$$R'(\lambda) = c_1 R(\lambda), \quad G'(\lambda) = c_2 G(\lambda), \quad B'(\lambda) = c_3 B(\lambda)$$

$$(c_1 \neq c_2 \text{ oder } c_1 \neq c_3) \quad (7)$$

anerkennt die durch (5) und (6) beschriebene Abgleichung des normal farbentüchtigen Beobachters. In der Tat findet der anormale Beobachter (gestrichene Grössen) für dieselbe Strahlung  $E$ :

$$r' M' = \int ER' d\lambda = rMc_1$$

$$g' M' = \int EG' d\lambda = gMc_2 \quad (8)$$

$$b' M' = \int EB' d\lambda = bMc_3$$

und wegen der Definition  $r' + g' + b' = 1$ :

$$M' = M (c_1 r + c_2 g + c_3 b) = M \cdot t; \quad (9)$$

ferner

$$r' = \frac{c_1 r}{t}, \quad g' = \frac{c_2 g}{t}, \quad b' = \frac{c_3 g}{t}. \quad (10)$$

Wegen (5) folgt aus (8)

$$r'_{\nu_1} M'_{\nu_1} + r'_{\nu_2} M'_{\nu_2} = r'_{\nu_3} M'_{\nu_3} + r'_{\nu_4} M'_{\nu_4} \quad (11)$$

.....

und wegen (4) und (5) aus (9)

$$M_{\nu_1} \cdot t_{\nu_1} + M_{\nu_2} t_{\nu_2} = M_{\nu_3} t_{\nu_3} + M_{\nu_4} t_{\nu_4} \quad (12)$$

bzw.

$$M'_{\nu_1} + M'_{\nu_2} = M'_{\nu_3} + M'_{\nu_4}. \quad (12a)$$

Die Farbgleichungen sind also gegenüber der Transformation (7) invariant. Insbesondere interessiert (9), wonach die Farbgewichte nur bis auf den Faktor

$$t = c_1 r + c_2 g + c_3 b \quad (13)$$

bestimmt sind.

Zur Beseitigung der Unbestimmtheit der Farbgewichte kann man beispielsweise voraussetzen, die Farbtemperaturen bzw. die Farbkoordinaten seien bekannt. Dann reichen die 4 Gleichungen (5) und (6) aus zur Bestimmung der 3 Verhältnisse  $M_{\nu_1}:M_{\nu_2}:M_{\nu_3}:M_{\nu_4}$  und bei Angabe des Farbgewichtes einer Lampe sind alle Farbgewichte eindeutig bestimmt. Die Transformation (9) hat dann für den normalen Beobachter als Transformation (10) der *Koordinaten* natürlich ihre Bedeutung verloren.

Sie behält aber als Transformation (9) des *Farbgewichtes* in eine andere Grösse, nämlich die Flächenhelligkeit  $H$ , auch jetzt noch ihren Sinn. Damit kommen wir zum zweiten Hauptpunkt unserer Bemerkungen.

Mehr als die Gleichungen (6) enthalten die durch die Gleichungen (1) beschriebenen Messungen zunächst nicht. Das Verfahren von TIKHODEEW arbeitet also nicht nur mit zu wenig Gleichungen, sondern auch es berührt das Helligkeitsproblem überhaupt nicht. Die Farbgleichungen — und als solche sind die Gleichungen (1) ihrem Wesen nach zunächst aufzufassen — fallen eben in das Gebiet der *niederen* Farbenmetrik und enthalten ein *affingeometrisches* Problem, im Gegensatz zum Helligkeitsproblem<sup>1)</sup>, welches als Problem der *höheren* Farbenmetrik ein *metrisches* Problem ist, zu dessen Behandlung erst noch eine begriffliche Erweiterung vorgenommen werden muss, indem Masszahlen wie die absolute Grösse des Verhältnisses der Lichtstärken verschiedenfarbiger Lichtquellen eingeführt werden.

Aus der heute allgemein gemachten Voraussetzung der Additivität der Helligkeit (die mit der Additivität der Farbgleichungen nichts zu tun hat<sup>2)</sup>!) folgt, dass Gleichungen wie

$$h_{\nu_1} M_{\nu_1} + h_{\nu_2} M_{\nu_2} = h_{\nu_3} M_{\nu_3} + h_{\nu_4} M_{\nu_4} \quad (1 \leq \nu_i \leq n) \quad (14)$$

existieren müssen.  $h_{\nu_i} M_{\nu_i}$  ist die von der Strahlung  $E_{\nu_i}$  auf dem Schirm erzeugte Helligkeit,  $h_{\nu_i}$  die spezifische Helligkeit pro „Farbgewichtseinheit“. Identifiziert man die Gleichungen (1) mit (14) (anstatt mit (6)), so ist die oben als Unbestimmtheit

<sup>1)</sup> SCHRÖDINGER, Annalen der Physik **63**, 397, 427 und 481, 1920.

<sup>2)</sup> SCHRÖDINGER, Annalen der Physik **63**, 494, 1920.



der *Farbgewichte* beseitigte Unbestimmtheit als solche der *Helligkeiten* mit einem Schlage wieder in vollem Umfange vorhanden. Die Gleichungen (4) sind nämlich im allgemeinsten Fall aufzufassen als Linearkombinationen der Gleichungen (5) mit den unbestimmten Koeffizienten  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , wodurch für alle  $v_i$

$$h = \alpha r + \beta g + \gamma b \quad (15)$$

folgt. Die Unbestimmtheit  $h$  (15) tritt damit an die Stelle der Unbestimmtheit  $t$  (13).

Für die spektralrelative Hellempfindlichkeit  $K_\lambda$ , definiert durch

$$\text{Helligkeit } H = Mh = \int E_\lambda K_\lambda d\lambda \quad (16)$$

findet man wegen (3), (4) und (16):

$$Mh = \alpha \int R_\lambda E_\lambda d\lambda + \beta \int \dots = \int (\alpha R_\lambda + \beta G_\lambda + \gamma B_\lambda) E_\lambda d\lambda, \quad (17)$$

$$K_\lambda = \alpha R_\lambda + \beta G_\lambda + \gamma B_\lambda. \quad (18)$$

Damit ist gezeigt, dass die Invarianz der Gleichungen (6) gegenüber der Multiplikation der Farbgewichte mit einer in den Farbkoordinaten homogenen linearen Funktion zwei physikalisch vollkommen verschiedene Bedeutungen hat, eine „niedere“ und eine „höhere“, dass also abgesehen von den Voraussetzungen zur Beseitigung der kolorimetrischen Unbestimmtheit in den Farbgewichten noch photometrische Voraussetzungen, die mit einer Festlegung der Hellempfindlichkeit  $K$  des Beobachters gleichwertig sind, gemacht werden müssen, um das Problem zu einem bestimmten zu machen. Beispielsweise müssen die Lichtstärken von drei (im Fall der Gleichungen (2) von zwei Lampen als bekannt vorausgesetzt werden.

*Irreführende Bezeichnungsweise.* Man nennt die in der Photometrie verwendeten Apparate zur visuellen Einstellung auf Eindrucksgleichheit „Gleichheitsphotometer“. Diese Bezeichnungsweise geht streng genommen zu weit, denn der Vorgang, den man „Vergleich der Lichtstärken gleichfarbiger Lichtquellen mit dem Gleichheitsphotometer“ zu nennen gewohnt ist, ist ohne Einführung des Begriffs der Helligkeit möglich und ist wesentlich nur als Vergleich der objektiven Intensitäten anzusehen. Dass die letztere mit dem, was wir Helligkeit nennen möchten, nicht gleichwertig ist, erkennt man erst beim Vergleich *verschiedenfarbiger* Lichtquellen, und erst dann funktioniert der Apparat wirklich als Photometer (= Lichtstärkemesser), weil dann das

Auge zur Abgabe eines Urteils über grösste Ähnlichkeit gezwungen wird.

Das „Gleichheitsphotometer“ dient beim Verfahren von ТИХОДЕЕВ ausgesprochen zur Verwirklichung von Farbgleichungen, d. h. zur Einstellung auf gleiche Farbe und gleiche objektive Intensität (Farbgewicht). Die Feststellung, es werde auf gleiche Helligkeit eingestellt, ist eine bequeme und nicht falsche Schilderung des Sachverhaltes, enthält aber ein begrifflich unnötiges Zusatzurteil aus dem Begriffsgebiet der höheren Farbenmetrik. Wenn man sich dessen bewusst ist, ist man vor einem Irrtum, wie demjenigen, der zu vorliegenden Bemerkungen Anlass gegeben hat, von vorneherein geschützt.

Wir möchten zum Schluss nicht verfehlen, darauf hinzuweisen, dass unsere Kritik nichts ändert an der Tatsache, dass das Prinzip der Darstellung angenähert schwarzer Strahlungen durch Mischung von zwei bekannten schwarzen Strahlungen gut ist, was auch von anderer Seite erkannt worden ist (BAILLAUD und SEFERIAN, siehe<sup>1</sup>).

---

<sup>1</sup>) FABRY, Commission Internationale de l'Eclairage, Compte rendu des séances, Cambridge 1931, S. 537.