

**Zeitschrift:** Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)

**Band:** 77 (1979)

**Heft:** 11

**Artikel:** Robuste Ausgleichung

**Autor:** Carosio, A.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-229709>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 15.07.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

cher Richtung die Untersuchungen anzusetzen sind.

## 6. Zusammenfassung

Mit den vorliegenden Ausführungen sollte klargemacht werden, dass das Problem der Toleranzen der amtlichen Vermessungswerke wegen der Entwicklung der Instrumente und Methoden, aber auch den neuen Erkenntnissen der mathematischen Statistik von Grund auf neu studiert werden muss.

Als Leitgedanken für eine solche «Reform» werden vorgeschlagen:

- Fehlergrenzen sollen vor allem durch

die *Anforderungen* an das Vermessungswerk bestimmt sein.

- Fehlergrenzen sind deshalb grundsätzlich *unabhängig* von der *Entwicklung* besserer *Instrumente* und *Methoden*; sie hängen vielmehr von den Genauigkeitsanforderungen der Benutzer an die Werke ab.
- Der technische Fortschritt soll dazu dienen, diese Genauigkeitsanforderungen mit immer weniger Aufwand einzuhalten.
- Verifikationsmethoden, die unabhängig von den Aufnahmemethoden sind, sollen Unternehmer und Aufsichtsbehörden anregen, neue, un-

konventionelle, wirtschaftliche Verfahren zu entwickeln, zu erproben und einzuführen.

### Literatur

[1] Lotar Sachs: Statistische Auswertungsmethoden. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, 2. Auflage 1969.

[2] DIN: Normen für Vermessungswesen, Nr. 18201, Masstoleranzen im Bauwesen; DIN (Deutsches Institut für Normung e.V.), Taschenbuch 111, Beuth Verlag GmbH Berlin, Köln 1977.

Adresse der Verfasser:

Prof. R. Conzett, Prof. Dr. H. Matthias, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, ETH-Hönggerberg, CH-8093 Zürich

# Robuste Ausgleichung

A. Carosio

*La compensation selon la méthode des moindres carrés conduit aux valeurs les plus probables pour les inconnues seulement si la distribution des erreurs de mesure est normale. La présence même d'une seule erreur grossière peut fausser les inconnues jusqu'à les rendre inutilisables. Parmi les différents procédés qui ont pour but de limiter l'influence des erreurs grossières dans une compensation, il y a le développement de méthodes moins sensibles à de telles erreurs que la compensation classique.*

*Le présent travail indique une voie pour développer des estimateurs robustes utilisables dans les applications géodésiques.*

## 1. Allgemeines

Seit mehr als hundert Jahren wird über die statistischen Eigenschaften der geodätischen Beobachtungen gesprochen und über die Tatsache, dass das für die Auswertung bereitgestellte Material die Hypothese der Normalverteilung nicht vollständig befriedigt. In jeder Einführung in die Ausgleichsrechnung werden die groben Fehler erwähnt, die nicht normalverteilt sind. Die meisten Definitionen solcher Fehler beziehen sich auf ihren Betrag und ihre Ursache, z. B. in Grossmann: «Grobe Fehler sind vorhanden, wenn die Messungswidersprüche beträchtlich grösser sind als... zu erwarten war. ... Sie beruhen meistens auf fehlerhaften Ablesungen, ... Unachtsamkeit oder Übermüdung».

Die Feststellung, dass die Beobachtungen fast, jedoch nicht vollständig normalverteilt sind, hat praktische Folgen, die lange vernachlässigt worden sind. Man hat sich darauf beschränkt, ganz allgemein geeignete Messanord-

nungen vorzuschreiben, die die Entdeckung der groben Fehler erlauben und danach zur Wiederholung der «falschen» Messungen führen. Solche allgemeinen, von jeher aktuellen Vorschriften sind erst in den letzten Jahren eingehender untersucht und die verschiedenen Möglichkeiten in diesem Gebiet systematisch dargestellt worden. Man betrachte als erstes die Verfahren, die den Messungen vorangehen:

### 1.1 Verfahren a priori

Sie beziehen sich auf die Messanordnungskriterien und auf die entsprechenden Beurteilungsmethoden. Ziel solcher Verfahren ist, die Zuverlässigkeit des vorgesehenen Messsystems zu überprüfen.

Sowohl die Triangulationsnetze als auch die Aufnahmen der Katastervermessung haben keinen sehr hohen Überbestimmungsgrad (in günstigen Fällen gibt es doppelt so viele Beobachtungen wie Unbekannten), so dass die Zuverlässigkeitsbetrachtungen eine wichtige Rolle spielen. Die eingehende Prüfung der graphischen Netzdarstellung ist in der Geodäsie bis heute das gebräuchlichste Vorgehen, um sich über die Zuverlässigkeit einer Messanordnung zu vergewissern. Die Einführung von Distanzmessungen und die Ausgleichung immer grösserer Netze mit den verschiedensten Unbekannten (Lotabweichungen, Masstabsfaktoren usw.) machen ein empirisches Urteil zunehmend schwieriger und haben die Entwicklung numerischer Verfahren begünstigt (siehe auch die entsprechenden Publikationen [4], [5], [7]).

### 1.2 Verfahren a posteriori

Es handelt sich hier um Methoden,

die die Eliminierung des Einflusses allfälliger grober Fehler auf die Ergebnisse bewirken sollen. Sehr oft werden nicht befriedigende Beobachtungen mittels statistischer Tests, Gefühl oder Erfahrung gesucht, daraufhin entfernt und wenn möglich wiederholt. Diese Suche basiert meistens auf einer Prüfung der geometrischen Bedingungen (z. B. Winkelsumme eines Dreiecks) oder auf mehr empirischen aber rascheren Methoden wie der Kontrolle der Grösse der Verbesserungen, eventuell ergänzt durch eine graphische Eintragung im Netzplan. Eine Verfeinerung bedeutet die Prüfung der standardisierten Verbesserungen nach Baarda ([4], [13]), die schon beträchtlichen Erfolg in der praktischen Anwendung verbucht hat. Alle diese Verfahren bezwecken, zu einer Reihe von Messungen zu kommen, die dem klassischen Modell entsprechen. Die Aussortierung der «falschen Messungen» enthält aber einige willkürliche Komponenten, so dass die Verfahren an mathematischer Strenge einbüssen.

Es gibt jedoch eine zweite Möglichkeit, der bis heute in der Geodäsie wenig Aufmerksamkeit geschenkt worden ist: nämlich der Entwicklung von Ausgleichungsverfahren, *robuste Ausgleichungen* genannt, die weniger sensibel auf grobe Fehler reagieren als die Methode der kleinsten Quadrate, so dass wirklichkeitsnahe Resultate erzielt werden können, auch wenn sich unter den Messungen noch einige grobe Fehler befinden, das heisst, wenn die Normalverteilung nicht ganz zutrifft. Den dazu nötigen *robusten Schätzfunktionen* haben die Statistiker in letzter Zeit ihre Aufmerksamkeit gewidmet. Manche Autoren verwenden die Bezeichnung «nicht parametrische Schätzungen». Einige Überle-

gungen zu diesen Möglichkeiten bilden das Thema des vorliegenden Artikels.

## 2. Robuste Ausgleichungen

### 2.1 Historischer Überblick

#### 2.1.1 Ursprung der Normalverteilung

Man werfe einen Blick auf den Ursprung der Normalverteilungshypothese für Messfehler [9]. Gauss [10] stellt fest, dass die Bestimmung der wahrscheinlichsten Werte der Unbekannten unmöglich ist, ohne die Verteilungsfunktion der Fehler zu kennen, und sagt aus, dass er diese unbekannte Verteilung durch den umgekehrten Weg gesucht hat: das einfache arithmetische Mittel ist im einfachsten Ausgleichungsfall allgemein als gute Schätzung anerkannt. Eine derartige Schätzung liefert das wahrscheinlichste Resultat für Fehler X, dessen Wahrscheinlichkeit proportional zu einer Exponentialfunktion vom Typus  $e^{-h^2x^2}$  ist. Mit anderen Worten: es wird (als Axiom) angenommen, dass im Falle von mehrfachen direkten Beobachtungen (mit gleichem Gewicht) das einfache arithmetische Mittel den wahrscheinlichsten Wert für die gesuchte Grösse liefert, und von dieser Annahme ausgehend wird die Normalverteilungsfunktion hergeleitet [11].

Um die Normalverteilung der Messfehler zu begründen, werden oft zu didaktischen Zwecken empirische Versuche durchgeführt. Sie haben jedoch für die Ausgleichsrechnung wenig Bedeutung, da die aus einer begrenzten Anzahl Beobachtungen erhaltenen Histogramme keine signifikanten Angaben über die Häufigkeit grösserer Fehler erlauben. Diese aber ist gerade ausschlaggebend für die Wahl der Ausgleichsmethode.

#### 2.1.2 Erste Versuche mit Alternativhypothesen

Das unten stehende Beispiel zeigt, dass nicht immer das arithmetische Mittel als beste Schätzung für eine mehrfach beobachtete Grösse gegolten hat. In gewissen französischen Gegenden wurde, um den mittleren Ertrag einer Liegenschaft zu bestimmen, folgende Methode angewandt:

«Man betrachtet den Ertrag der letzten zwanzig Jahre, subtrahiert das beste und das schlechteste Jahr und teilt den Rest durch 18» (Zitat eines Anonymen 1821 [9]).

Newcomb wich ebenfalls von der klassischen Hypothese ab, indem er die Verwendung der folgenden Dichtefunktion anregte (1886):

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left( \frac{p_1}{\sigma_1} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_1^2}} + \dots + \frac{p_m}{\sigma_m} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_m^2}} \right)$$

Diese Funktion bedeutet, dass die

dazu gehörigen statistischen Variablen X aus m verschiedenen Untermengen  $\Omega_i$  stammen, in denen normalverteilte  $X_i$  mit Standardabweichung  $\sigma_i$  enthalten sind. Die Konstanten  $p_i$  ergeben die Wahrscheinlichkeit, mit der eine statistische Variable X aus  $\Omega_i$  stammt. Die Konstanten  $p_i$  sind so zu wählen, dass  $\sum p_i = 1$  ist ( $i = 1, 2, \dots, m$ ). Eine solche Dichtefunktion berücksichtigt die Feststellung, dass grosse Fehler häufiger sind, als dies die Normalverteilung erwarten lässt. Wegen der sehr arbeitsintensiven Rechnungen, die daraus folgen, ist aber damit kein Fortschritt erzielt worden.

#### 2.1.3 Die neuesten Entwicklungen

Erst in den letzten dreissig Jahren wurde das Problem wirksam erfasst und wurden praktisch verwendbare Alternativen entwickelt. Als Initiator gilt Tukey mit seiner Statistiker-Forschungsgruppe in Princeton, der das Problem populär zu machen begann [9]. Im letzten Jahrzehnt haben überdies die Studien von Peter J. Huber in Zürich und Berkeley zu einem bemerkenswerten Fortschritt der Verfahren geführt.

#### 2.2 Allgemeine Bemerkungen über die robusten Schätzungen

##### 2.2.1 Das statistische Modell

Die Messfehler sind statistische Grössen mit Verteilung

$$F = (1-\epsilon)\Phi + \epsilon H$$

$\Phi$  ist die Normalverteilung, H die unbekannte Verteilung der groben Fehler und  $\epsilon$  die geringe Wahrscheinlichkeit, mit der grobe Fehler auftreten.

Das heisst: Die Beobachtungen sind fast normalverteilt, und die angenommenen mittleren Fehler stimmen beinahe für alle Messwerte. Es gibt jedoch Beobachtungen, die dem Grundmodell nicht entsprechen (grobe Fehler). Ihre Verteilung ist unbekannt.

##### 2.2.2 Die Schätzfunktionen

Sie sind die mathematischen Abbildungen zwischen den beobachteten Grössen  $L_i$  und den ausgeglichenen Werten.

Nach der Festlegung des funktionalen Modells (z. B. der geometrischen Beziehungen) und des statistischen Modells (wie in 2.2.1 vorgeschlagen) geht es nun darum, die Funktionen  $g_i$  zu finden, die die ausgeglichenen Beobachtungen oder andere Unbekannten liefern,

$$\bar{L}_i = g_i(L_1, L_2, \dots, L_n)$$

Die Schätzfunktion  $g_i$  wird robust sein, wenn sie gute Werte für  $\bar{L}_i$  (oder allgemeiner für die Unbekannten) auch bei nicht ganz normalverteilten Beobachtungen ergibt. Solche robusten Schätz-

funktionen werden hauptsächlich nach drei Methoden aufgebaut [9].

##### a) M-Schätzungen (Maximum-Likelihood-Typ)

Eine geeignete Funktion  $p(x)$  einer reellen Variablen wird gewählt und die Funktion  $\bar{L}_i = g_i(L_i)$  gesucht, so dass

$$\sum p(\bar{L}_i - L_i) = \min \text{ ist.}$$

Der Spezialfall  $p(x) = x^2$  führt zum uns bekannten Verfahren der Methode der kleinsten Quadrate, wo die ausgeglichenen Beobachtungen so bestimmt werden, dass

$$\sum p(\bar{L}_i - L_i) = \sum (\bar{L}_i - L_i)^2 = [vv] = \min$$

ist. Durch eine günstige Wahl von  $p(x)$  erhält man die gewünschten Eigenschaften bezüglich der Empfindlichkeit auf grobe Fehler.

##### b) L-Schätzungen (Linearkombinationen von Ordnungsstatistiken [3])

Im einfachsten Fall, nämlich die mehrfach direkt beobachtete Grösse, werden die n Beobachtungen so geordnet, dass

$$L_1 \leq L_2 \leq L_3 \leq \dots \leq L_n$$

ist. Die Schätzfunktion für  $\bar{L}_i : g(L_i)$  ist vom Typ

$$\bar{L}_i = g(L_i) = \sum a_i \cdot L_i \quad \text{wo } \sum a_i = 1$$

Ihre Bedeutung zeigt sich in einigen Beispielen:

Beispiel 1: Es wird  $a_i = \frac{1}{n}$

für alle i gewählt. Daraus folgt:

$$\bar{L}_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} L_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L_i$$

das heisst, das einfache arithmetische Mittel.

Beispiel 2: Wenn  $a_1 = a_n = 1/2$  und ansonsten  $a_i = 0$  gewählt wird, ist

$$\bar{L}_i = \frac{L_1 + L_n}{2}$$

Das heisst:  $\bar{L}_i$  wird so gewählt, dass der absolute Betrag der grössten Verbesserung zu einem Minimum wird. Es ist eine Ausgleichung nach Tschebyscheff [14].  $\bar{L}_i$  ist mit einer solchen Schätzung sehr empfindlich auf grobe Fehler (wenig robust).

Beispiel 3: Für  $a_1 = a_n = 0$  und

$$a_i = \frac{1}{n-2}$$

(wenn  $1 < i < n$ ) erhält man ein *robustes arithmetisches Mittel*

$$\bar{L}_i = \frac{L_2 + L_3 + \dots + L_{n-1}}{n-2}$$

Kleinster und grösster Wert werden nicht berücksichtigt.

c) R-Schätzungen (aus dem Rang-Test [6] abgeleitete Schätzungen). Die beiden Folgen werden gebildet:

$$(\bar{L} - L_1), (\bar{L} - L_2), \dots, (\bar{L} - L_n)$$

und

$$-(\bar{L} - L_1), -(\bar{L} - L_2), \dots, -(\bar{L} - L_n).$$

Die Funktion  $\bar{L} = g(L_i)$  wird so aufgebaut, dass die Hypothese, beide Folgen gehörten zur gleichen Grundgesamtheit, durch einen Rang-Test mit dem besten Resultat bestätigt wird.

### 2.23 Gemeinsame Eigenschaften

Alle drei Methoden führen, nach Annahme von einigen sehr allgemeinen Bedingungen, zu asymptotisch normalen Schätzungen, so dass in der Praxis, wenn der Freiheitsgrad genügend gross und das Netz gut ist, die ausgeglichenen Beobachtungen als normalverteilt betrachtet werden können. Damit sind alle üblichen Beurteilungsverfahren verwendbar.

## 3. Die robuste vermittelnde Ausgleichung

### 3.1 Grundlagen

Als eine überaus interessante Anwendung in der Geodäsie erweist sich die robuste vermittelnde Ausgleichung, deren Grundlagen P. J. Huber veröffentlicht hat [2].

M-Schätzungen werden als besonders geeignete Schätzfunktionen für die Unbekannten der Ausgleichung betrachtet, vor allem wegen der Ähnlichkeit mit der Methode der kleinsten Quadrate und wegen der ähnlichen Wirksamkeit. Es handelt sich hierbei darum, eine Funktion  $p(v)$  zu wählen und danach die Unbekannten zu bestimmen, so dass

$$\Sigma p(v) = \Sigma p(\bar{L}_i - L_i) = \min$$

ist. P. J. Huber schlägt vor, die folgende stetige und konvexe Funktion zu verwenden:

$$p(\bar{L} - L) = p(v) = \frac{1}{2} v^2 \text{ für } |v| < k \\ = k \cdot |v| - \frac{1}{2} k^2 \text{ für } |v| \leq k$$

wobei  $k$  eine Konstante ist. In geodätischen Netzen mit nicht besonders grosser Überbestimmung kann  $k = 3 \cdot m_F$  gewählt werden (eventuell  $2 \cdot m_F$ ).

N. B. Die vorgeschlagene Schätzung ist für  $k \rightarrow \infty$  identisch mit derjenigen der Methode der kleinsten Quadrate.

### 3.2 Numerische Lösung

Ausgangsdaten dafür sind  $n$  lineare Verbesserungsgleichungen, die aus  $n$  Beobachtungen entstanden sind:

$$v_i = a_i x + b_i y + c_i z + \dots + l_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

und die Funktion  $p(v)$  nach Ziffer 3.1. Die Unbekannten  $x, y, z, \dots$  sollen die Bedingung

$$\Sigma p(v_i) = \min$$

erfüllen. Weil  $v_i$  Funktion der Unbekannten ist, kann das Minimum-Problem durch das Gleichungssystem

$$\frac{\delta \Sigma p(v_i)}{\delta x} = 0$$

$$\frac{\delta \Sigma p(v_i)}{\delta y} = 0$$

.....

mit ebenso vielen Gleichungen wie Unbekannten gelöst werden. Unter Berücksichtigung, dass

$$\frac{\delta \Sigma p(v_i)}{\delta x} = \Sigma \frac{\delta p}{\delta x}$$

ist, kann die Differenzierung für jede Verbesserungsgleichung unabhängig stattfinden. Sie bildet den entsprechenden Normalgleichungsanteil.

Für die in 3.1 vorgeschlagene Funktion  $p(v)$  müssen drei Fälle unterschieden werden:

$$a) v \leq -k$$

dann ist

$$p(v) = -kv - \frac{1}{2}k^2 = -k(ax + by + cz + \dots + 1) - \frac{1}{2}k^2$$

Nach der Differenzierung nach  $x, y, z, \dots$  entsteht folgender Anteil für das Normalgleichungssystem

0, 0, ...	-ak
	-bk
	-ck
alles null	...
	...

d. h. kein Anteil für die Koeffizienten der Unbekannten und für die Absolutglieder  $-ak, -bk, \dots$ .

$$b) -k < v < k$$

$$\text{ist } p(v) = \frac{1}{2} v^2 = \frac{1}{2} (ax + by + \dots + 1)^2$$

Durch Quadrieren und Differenzieren entsteht der bekannte Normalgleichungsanteil wie bei der Methode der kleinsten Quadrate.

aa ab ac ...	al
ba bb bc ...	bl
ca cb cc ...	cl
.....	..
.....	..

$$c) v \leq k$$

Analog zu a) wird folgender Anteil gebildet:

0, 0, ...	ak
	bk
	ck
alles null	..
	..

Die Addition der Normalgleichungsanteile ergibt das Normalgleichungssystem, dessen Lösung die gesuchten Unbekannten der robusten vermittelnden Ausgleichung sind. Weil man nicht im voraus weiss, in welchem der drei Intervalle die  $v_i$  sich befinden, sind einige Iterationen nötig. Begonnen wird mit der Annahme, dass für alle Beobachtungen  $-k < v < k$  ist. Nach einigen Wiederholungen wird für jede Verbesserungsgleichung bekannt sein, zu welcher Gruppe sie gehört. Die letzte Iteration ergibt dann die gewünschten Unbekannten.

In der Ausgleichung grosser Netze kann der Rechenaufwand für eine Iteration bedeutend reduziert werden, wenn bei Gruppenwechsel einer Beobachtung nicht die ganze Normalgleichungsmatrix neu gebildet und invertiert wird, sondern nur die Austauschschritte der betreffenden Matrixelemente vor und nach der Anteilskorrektur wiederholt werden.

Die Varianz-Kovarianz-Matrix der Unbekannten kann wie folgt geschätzt werden:

$$\sigma^2 Q_{xx} = \frac{n(\Sigma v^2 + \Sigma k^2)}{(n-r)(n-u)} Q^{(1)}_{xx}$$

wo  $\sigma^2 Q_{xx}$  die gesuchte Varianz-Kovarianz-Matrix,  $n$  die Anzahl Verbesserungsgleichungen,  $u$  die Anzahl Unbekannten,  $r$  die Anzahl Verbesserungen, die nicht im Intervall  $(-k, k)$  enthalten sind, und  $Q^{(1)}_{xx}$  die Kofaktoren-Matrix der entsprechenden Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate (1. Iteration) sind.

### 3.3 Praktische Anwendungen

Die folgenden Beispiele zeigen mögliche geodätische Anwendungen der robusten vermittelnden Ausgleichung:

3.31 Bestimmung der Orientierungsunbekannten durch einen Abriss

Von Station 45 aus werden drei Richtungen beobachtet. Die Azimute sind

bekannt, worauf die Methode der kleinsten Quadrate folgende Orientierungsunbekannte ergibt:

Station	Ziel	Beobachtung	Azimut	Orientierung	v
45	12	0	78.5039	78.5039	-3
	13	45.2618	123.7662	44	+2
	14	152.3690	230.8732	42	0
				$0 = 78.5042$	

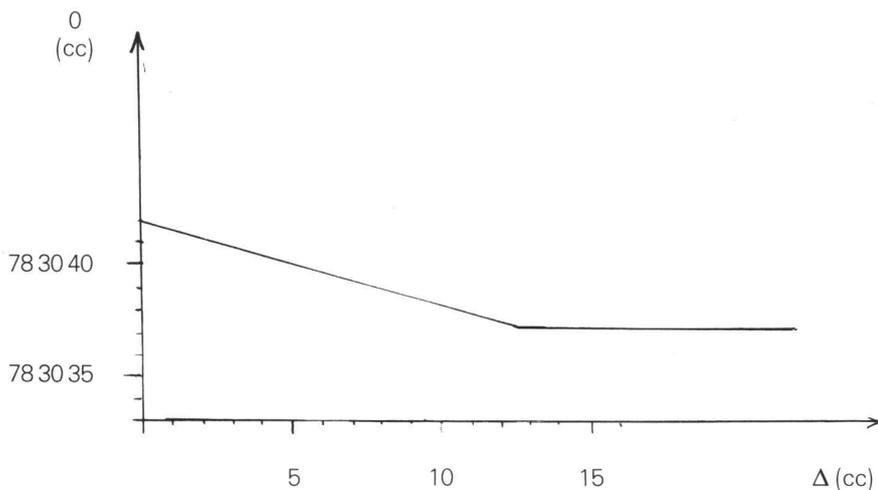
Wenn zu der dritten Beobachtung ein grober Fehler  $\Delta$  addiert wird, so erhält man als entsprechende Orientierung

$0 = 78.5042 - \frac{\Delta}{3}$   
d. h.

	14	152.3690 + $\Delta$		
			$0 = 78.5042 - \frac{\Delta}{3}$	

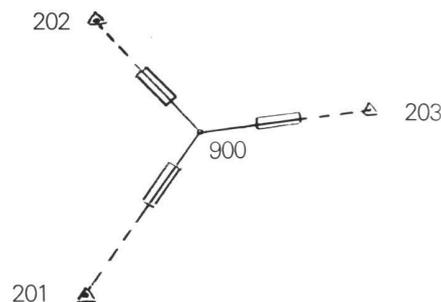
Hingegen ergibt das Verfahren der robusten Ausgleichung nach Ziffer 3.1 mit  $k = 2 m_r = 8^{\text{cc}}$  im oben angegebenen Beispiel für alle  $\Delta \geq 12.5^{\text{cc}}$   $0 = 78.50375$ ,

unabhängig von der Grösse von  $\Delta$ . Die Wirkung auf die Orientierungsunbekannte kann graphisch wie folgt dargestellt werden:



Bei geeigneter Wahl von k kann die Wirkung eines groben Fehlers einer Richtung in annehmbaren Grenzen gehalten werden.

3.32 Einzelpunkteinschaltung



Gegeben sind die Punkte:

	y	x
201	521 810.40	181 081.55
202	521 860.88	182 309.70
203	523 010.92	181 895.08

Auf dem Neupunkt 900 wurden folgende Grössen gemessen:

Station	Ziel	Richtungen	Distanzen
900	201	228.58 10	869,40
	202	345.22 70	672.78
	203	82.03 70	717.24

angenommene mittlere Fehler:  $7^{\text{cc}}$  und  $7 \text{ mm}$

Die Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate führt zu

	y	x
900	522 300.002	181 799.998

Falls die Distanz 900-202 um 1 m verfälscht und in die Ausgleichung mit dem Wert 673.78 eingeführt wird, ergibt dieselbe nach der Methode der kleinsten Quadrate

	y	x
900	522 300.275	181 799.686

Die Lage des Punktes 900 wird somit um ca. 41 cm verfälscht.

Ganz anders verhält sich die robuste Ausgleichung (nach 3.2 mit  $k = 15$ ). Mit den gleichen Beobachtungen wird

	y	x
900	522 300.007	181 799.993

Der grobe Fehler hat einen sehr kleinen Einfluss auf das Resultat (weniger als 1 cm).

Die daraus berechneten Verbesserungen lassen den hier künstlich erzeugten Fehler sofort erkennen:

Station	Ziel	Richtungen (cc)	Distanzen (mm)
900	201	13	10
	202	2	-999
	203	-14	4

4. Schlussfolgerung

Der Leser sollte nicht erwarten, dass das herkömmliche Ausgleichungsverfahren durch robuste Schätzfunktionen ersetzt wird. Es gibt aber viele Anwendungsmöglichkeiten in allen Fällen, in denen man rasch zu korrekten, wenn auch nicht sehr genauen Resultaten kommen möchte. Bedingung hierfür ist eine genügend grosse Überbestimmung. Als Beispiele in der Geodäsie können erwähnt werden: die provisorischen Triangulationsnetzausgleichungen

gen (es handelt sich hier um ungefähr neun Zehntel der elektronisch ausgeglichenen Netze), die Berechnung der Orientierung in den Näherungsabrissen und die Helmertransformations, wenn zahlreiche Passpunkte vorliegen.

Adresse des Verfassers:  
Alessandro Carosio, Hagwiesenstr. 6,  
CH-3122 Kehrsatz

#### Literatur

- [1] W. Grossmann: Grundzüge der Ausgleichsrechnung, Berlin 1969
- [2] P. J. Huber: Robust Estimation of a Location Parameter, Zurich 1963
- [3] W. K. Bachmann: Estimation stochastique de la précision des mesures, Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik, Fachblatt 4-73
- [4] R. Conzett: Kontrolle der Punktkoordinaten einer Einzelpunkteinschaltung mittels statistischem Test nach W. Baarda (unveröffentlicht)
- [5] P. Gerber: Das Durchschlagsnetz zur Gottthard-Basislinie, Schweizerische Bauzeitung Nr. 13, 1974
- [6] E. Kreyszig: Statistische Methoden und ihre Anwendungen, Göttingen 1968
- [7] W. Baarda: A Testing Procedure for Use in

Geodetic Networks, Delft 1968

- [8] K. Linkwitz: Über die Systematik verschiedener Formen der Ausgleichung, München 1960
- [9] P. J. Huber: Robust Estimation, Zurich 1968
- [10] C. F. Gauss: Göttingische gelehrte Anzeigen, 1821 (zitiert in 9)
- [11] P. Dore: Geodesia e Topografia, Bologna 1960
- [12] P. J. Huber: Robust Regression, Zurich 1972
- [13] K. Kraus: Verschiedene Transformationen und Indikatoren zur Lokalisierung grober Datenfehler, Allgemeine Vermessungen Nr. 1, 1975.
- [14] E. Stiefel: Einführung in die numerische Mathematik, Stuttgart 1963

## VSVT/ASTG

Verband Schweizerischer Vermessungstechniker  
Association suisse des techniciens-géomètres

### Procès-verbal de la 49ème assemblée générale du 26 mai 1979 à Lugano

Après les salutations d'usage du président Jo Cochard, l'assemblée se lève pour honorer les membres disparus:

Ami Meyer de Genève  
Hans Brauchli de Zurich  
André Nussbaum de Bienne

Puis le procès-verbal de l'assemblée générale de 1978 est adopté ainsi que les rapports du président, du rédacteur et des différentes commissions. La cotisation pour 1979 est restée inchangée. Sont également adoptés les comptes 1978, le budget et le rapport sur Loèche-les-Bains.

La révision des statuts est reportée à 1980.

Dans un court rapport sur la convention sur les salaires, le président évoque les difficultés avec les employeurs ces deux dernières années. Il mentionne l'échelle des salaires, fonction des années de pratique et invite l'assemblée à accepter la nouvelle convention. Il est suivi par H. Gysin de la Commission d'étude, par E. Steinimann et Aberhard. Les principaux opposants sont Petrozzi, Baumann et Coquoz. Ce dernier voudrait un contrat collectif plus complet.

Finalement la nouvelle convention sur les salaires est adoptée par 59 oui, 52 non et 23 abstentions(!)

Au chapitre des élections, H. Gysin est remplacé par L. Lyss à la Commission du contrat de travail; H. Keiser de la Commission «Image de la profession» cède sa place à H. P. Stählin; c'est M. Jöhri qui succède à P. Barrachi à la Commission professionnelle tandis que B. Beetschmann reprend de W. Frick la place à la Commission du registre des ingénieurs, architectes et techniciens.

H. Aberhard de la section Rätia est nommé réviseur des comptes. Reçoivent le diplôme de vétérans, les membres suivants:

Biéler Albert, Vevey  
Brogli Alfons, Zurich  
Buser Walter, Aarau  
Chabbey Albert, Ayent  
Gemperle Jakob, Coire  
Léger Robert, Plan-les-Ouates  
Schenkel Jakob, Zurich  
Sidler Jakob, Berne  
Stoffel Armin, Coire  
Stucki Bernhard, Wabern  
Thommen Walter, Uster  
Trautmann Willy, Zurich

La prochaine assemblée générale sera organisée par la section vaudoise, celle de 1981 par la section Rätia.

Le président clot l'assemblée en invitant les participants à se retrouver pour les fêtes du Jubilé.

Lugano, le 25 mai 1979:

Le Secrétaire ad hoc: *Martin Oggier*  
Adaptation française: *B. Jacot*

### Bankett zum Anlass des 50jährigen Jubiläums der Sektion Zürich

Samstag, 24. November 1979, im Stadtcasino Winterthur

Zu diesem Anlass konnten die bestbekannten Alder-Buebe und Willy Valotti gewonnen werden. Für Stimmung und Unterhaltung ist somit bestens gesorgt. Die Kosten pro Person werden sich auf etwa Fr. 35.- belaufen. Die Bankettkarte mit detaillierten Angaben wird nach erfolgter Anmeldung zugestellt. Wir hoffen, dass dieser Anlass den sonst mageren Teilnehmerkreis sprengen wird. Nebst allen Mitgliedern sind auch Freunde und Gönner herzlich willkommen.

Anmeldung bis 15. November 1979 an:  
H. R. Göldi, Am Luchsgraben 61, 8051 Zürich.

### Sektionen Ostschweiz, Rätia, Zürich: Einladung zu einem Informationsnachmittag

Thema: Planerstellung – Zeichentisch – Interaktive Graphische Systeme (IGS)  
Zeit: Samstag, 8. Dezember 1979, 14.00  
Ort: Wild Heerbrugg AG, Hauptgebäude (Reception)

#### Programm:

- Begrüssung
- *Dr. J. Höhle* gibt eine Einführung zum Thema «Autonomische Planerstellung» und demonstriert uns anhand von Beispielen die Arbeit eines Zeichentisches.
- *Dr. T. Schenk* erläutert uns den Begriff «Interaktive Graphische Systeme (IGS)» und erklärt uns, was darunter zu verstehen ist.
- Diskussion
- anschliessend kleiner Imbiss.

Der Vorstand freut sich, dass sich zwei kompetente Referenten für diese Veranstaltung zur Verfügung gestellt haben und hofft auf eine grosse Beteiligung.

# triacca SA

GRANITSTEINBRÜCHE  
CH-6799 PERSONICO  
Tel. 092 72 24 52

# MARKSTEINE BORNES