

# Präzisionsnivellement und Schweremessung

Autor(en): **Jessen, Axel**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie**

Band (Jahr): **55 (1957)**

Heft 8

PDF erstellt am: **25.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-213584>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie

Revue technique Suisse des Mensurations, du Génie rural et de Photogrammétrie

Herausgeber: Schweiz. Verein für Vermessungs-  
wesen und Kulturtechnik; Schweiz. Kulturingenieurverein;  
Schweiz. Gesellschaft für Photogrammetrie

Editeur: Société suisse des Mensurations et Améliorations  
foncières; Société suisse des ingénieurs du  
Génie rural; Société suisse de Photogrammétrie

Nr. 8 • LV. Jahrgang

Erscheint monatlich

13. August 1957

## Präzisionsnivellement und Schweremessung

Von Axel Jessen, Geodätisches Institut, Kopenhagen

Die Diskussion der Schwerkraftreduktion des Nivellementes begann im Jahre 1870, als man in einem zweimal die Alpen überquerendem Polygon des Schweizerischen Landesnivellementes den Schlußfehler von 1,186 m konstatierte. U. a. brachten Zachariae und Helmert Vorschläge, das Nivellement wegen des Fehlers, der von der Nichtparallelität der Niveaulflächen der Erde stammt, zu korrigieren (Astr. Nachr. Nrn. 1916 und 1939); nach Zachariae war die Möglichkeit, daß dieser Fehler die Größenordnung von 1 m erreichen könnte, nicht von der Hand zu weisen. Nachträglich hat sich jedoch herausgestellt, daß ein grober Meßfehler in einer einzelnen Sektion die Hauptschuld am großen Schlußfehler trug<sup>1</sup>.

Damals verfügte man über verhältnismäßig wenige Schwerewerte, welche man sich durch ziemlich umständliche Pendelmessungen verschaffte, so daß die Möglichkeit, die Theorie praktisch anzuwenden, sehr begrenzt war. Nach der Konstruktion moderner Gravimeter, die schnelle und genaue Schweremessungen gestatten, ist die Diskussion von neuem in Fluß gekommen. Viele neue Vorschläge sind gemacht worden, und eine umfangreiche Literatur ist über dieses Thema entstanden.

Der zugrunde liegende Gedanke ist folgender. Die Summe  $\sum h$  der Höhenunterschiede längs einer Nivellementslinie ist nicht unabhängig vom Weg. Dies ist dagegen der Fall mit der Summe  $\sum gh$  der Potentialdifferenzen. Also muß der «richtige» Höhenunterschied  $H$  zwischen zwei Punkten  $P$  und  $Q$  so definiert werden, daß er, mit einem geeignet gewählten durchschnittlichen Schwerewert multipliziert, die gemessene Potentialdifferenz ergibt:

$$(a) \quad GH = \sum gh.$$

<sup>1</sup> E. Buffat, Notice sur le Nivellement Général du Canton de Vaud. Schw. Z. f. Verm. u. Kulturtechnik, 1910, No 8, p. 164; Das Präzisionsnivellement des Kantons Waadt, id., p. 231.

Wählt man für  $G$  die normale Schwere auf der Breite  $45^\circ$ , erhält man die sogenannte dynamische Höhe von  $Q$  über  $P$ . Wählt man für  $G$  einen Mittelwert der Schwere längs dem Lote zwischen  $Q$  und dem Geoid unter  $Q$ , erhält man die orthometrische Höhe von  $Q$  über  $P$ . Und werden andere Zahlen für  $G$  eingesetzt, erhält man neue Höhen: Niethammer-Höhen, Vignal-Höhen, Bomford-Höhen usw. Man hat vielen Scharfsinn darauf verwendet, plausible Werte von  $G$  zu finden, aber die Willkür in der Wahl läßt sich nicht wegdiskutieren. Die dynamischen und orthometrischen Höhen können besonders im Gebirge so sehr von den unkorrigierten Höhen abweichen, daß der Anschluß von Linien II. Ordnung Bedenken erregt.

Beim Studium dieser Dinge kann man sich kaum von dem Gefühl losmachen, daß irgend etwas fundamental unrichtig ist in der Art und Weise, wie Gleichung (a) angewandt wird. Um einen Ausweg aus den Schwierigkeiten zu finden, kann man versuchen, sich klarzumachen, wie man die Nichtparallelität der Niveaulächen überhaupt feststellen kann. Man wird dann zu Überlegungen folgender Art geführt.

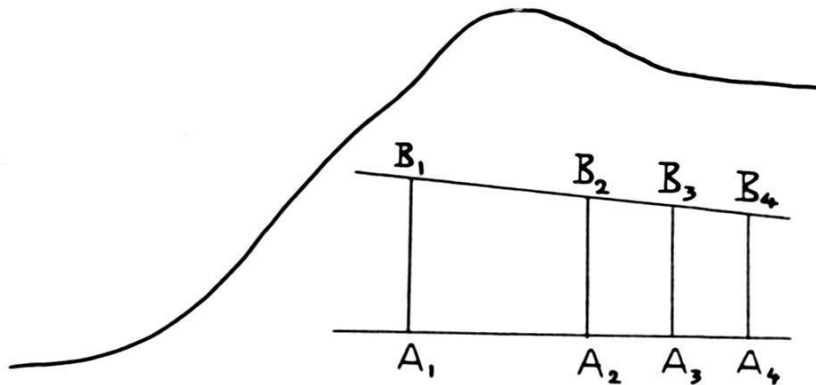


Fig. 1

Die Figur stellt einen Berg vor. Von  $A_1$  am Fuße des Berges aus nivelliert man nach  $A_2, A_3, \dots A_r$ ; gleichzeitig werden Schweremessungen ausgeführt, so daß man imstande ist, die sukzessiven Potentialdifferenzen  $\Sigma gh$  zu berechnen. Hat man jetzt dafür gesorgt, daß die Punkte  $A_1, A_2, \dots A_r$  so liegen, daß  $\Sigma gh$  für sie 0 ist, so haben die Punkte das gleiche Potential  $W_A$  und liegen deshalb auf derselben Niveauläche  $A$ . Analog können die Punkte  $B_1, B_2, \dots B_r$  höher oben am Berge so gesetzt werden, daß ihr Potential konstant  $= W_B$  ist, so daß auch sie auf ein und derselben Niveauläche  $B$  liegen.  $W_B$  wird durch  $W_A + \Sigma gh$  ausgedrückt nach einem Nivellement von  $A_1$  nach  $B_1$  oder von  $A_2$  nach  $B_2$  usw. Eventuelle Widersprüche werden durch eine Ausgleichung der Potentialdifferenzen nach der Methode der kleinsten Quadrate beseitigt.

Jetzt werden die Höhenunterschiede  $\Sigma h$  zwischen Punkten  $A_r$  und  $B_r$ , welche unmittelbar übereinanderliegen, miteinander verglichen.

Hierbei wird vorausgesetzt, daß der Berg genügend steil sei, so daß der Einfluß der Schwerkraft auf die Messung der  $\Sigma h$  vernachlässigt werden kann. Die Punkte  $B_r$  werden dann auf einer Geraden liegen, wenn die  $\Sigma h$  graphisch als Ordinaten zu den Abständen  $A_1 A_r$  als Abszissen dargestellt werden. Eine neue Ausgleichung ist nötig, um diese Gerade zu bestimmen. Hierdurch erhält man Lage und Neigung des Schnittes der Niveauläche  $B$  mit dem Berge relativ zur Niveauläche  $A$ . Wird auf diese Weise um den ganzen Berg herum nivelliert, so ist es möglich, nicht nur die Schnitte der Niveaulächen mit dem Berge, sondern auch die gegenseitige Lage und Neigung der Niveaulächen selbst zu erhalten, unter der Voraussetzung, daß das Gebiet nicht größer ist, als daß die Niveaulächen als Ebenen betrachtet werden können. Hier wird also der Schlußfehler  $\Sigma h$  des Polygons  $A_1 B_1 \dots B_r A_r A_1$  nicht als ein Fehler aufgefaßt, der wegkorrigiert werden soll, sondern als eine Größe, die dazu dienen kann, die Neigung der Niveauläche  $B$  gegen  $A$  zu bestimmen.

Wenn so gemessen und ausgeglichen wird, wie beschrieben, dann stimmen alle Messungen, die «Schlußfehler» der Polygone werden  $O$ , und die Berechnung der Höhen wird eindeutig. Das heißt, daß ein zweckmäßig ausgeführtes Nivellement, kombiniert mit Schweremessungen, die Bestimmung sowohl der Höhen der einzelnen Punkte als auch der Lage und Neigung der Niveaulächen gegeneinander ermöglicht.

Nachdem nun gezeigt worden ist, wie man in einem beschränkten Gebiet verfahren kann, die Beobachtungen ohne Hilfe der Gleichung ( $\alpha$ ) auszunützen, scheint es, daß die Erklärung der eingangs erwähnten Schwierigkeiten darin zu suchen ist, daß die Gleichung ( $\alpha$ ) überflüssig ist. Man muß eben die Potentialdifferenzen dazu verwenden, um diejenigen Punkte ausfindig zu machen, welche auf ein und derselben Niveauläche liegen, und dann weiter verfahren, wie oben angegeben.

Freilich ist die Methode kaum in einem weitmaschigen Netz I. Ordnung anwendbar. Die Schuld daran trägt die geschichtliche Entwicklung. Es liegt aber kein Zwang vor, nach Korrekturen wegen der Nichtparallelität der Niveaulächen zu suchen. Denn der Wert eines Nivellementsnetzes kommt erst recht zur Geltung, wenn es mit einem ebenso guten früheren oder späteren Nivellement desselben Netzes verglichen werden kann. Aber hierzu braucht man eventuelle Schwerekorrekturen nicht, denn sie werden für dieselben Punkte dieselben Werte annehmen und können darum weggelassen werden.