Zum appollonischen Berührungsproblem

Autor(en): **Müller, Emil**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières**

Band (Jahr): **28 (1930)**

Heft 9

PDF erstellt am: **05.06.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-192095

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Ruhestätte im Schoßhaldenfriedhof, wo wir auf immer von unserm Freund und Kollegen Abschied nahmen.

Die Erde sei ihm leicht! *E. J. A.*

Zum appollonischen Berührungsproblem.

In No. 8, Jahrgang 1928 dieser Zeitschrift, wurde eine Näherungskonstruktion für die allgemeine Kreisberührungsaufgabe veröffentlicht. Die mit derselben erreichbare Genauigkeit ist natürlich abhängig vom Maßstab der Zeichnung und deshalb nicht in allen Fällen befriedigend, da dieser Maßstab nicht beliebig vergrößert werden kann, wenigstens nicht ohne besondere Maßnahmen. Als Ergänzung zu jener Arbeit soll nun im Nachfolgenden an einem bestimmten Fall gezeigt werden, wie die Genauigkeit ad libitum gesteigert werden kann. Das Vorgehen, wie es hier für den Kreis gezeigt wird, welcher die drei gegebenen Kreise einschließt, bleibt ganz ähnlich für die 7 übrigen Fälle.

Es seien gegeben: Die Radien und die Koordinaten der Mittelpunkte der Kreise k_1, k_2, k_3 in Metern.

	r	y_m	x_m	
k_1	300,00	0,00	0,00	
k_2	350,00	400,00	650,00	
k_3	200,00	800,00	100,00	m

Gesucht: Radius und Zentrumskoordinaten des einschließenden Kreises.

In Fig. 1 sind diese Kreise im Maßstab 1 : 10 000 gezeichnet. Ebenso ist dort gemäß dem zit. Artikel die graphische Konstruktion des gesuchten Kreises durchgeführt. Aus der Zeichnung greifen wir nun die Koordinaten des gesuchten Zentrums ab und erhalten als erste Näherung: $Z_1 \quad Y_1 = 310{,}00$ m $\quad X_1 = 285{,}00$ m.

Einen Einblick in die damit erzielte Genauigkeit erhalten wir, wenn wir daraus den Radius des gesuchten Kreises berechnen, und zwar aus jedem der drei gegebenen Kreismittelpunkte nach der Formel:

1) $\quad R = r + \sqrt{(y-Y)^2 + (x-X)^2}$, deren Richtigkeit ohne weiteres einleuchtet. Wir erhalten

R_1 (aus M_1) $= 300{,}00 + \sqrt{310{,}00^2 + 285{,}00^2} = 300{,}00 + 421{,}10 = 721{,}10$

R_1 (aus M_2) $= 350{,}00 + \sqrt{\ 90{,}00^2 + 365{,}00^2} = 350{,}00 + 375{,}93 = 725{,}93$

R_1 (aus M_3) $= 200{,}00 + \sqrt{490{,}00^2 + 185{,}00^2} = 200{,}00 + 523{,}76 = 723{,}76$

Wenn die Koordinaten von Z_1 richtig gewesen wären, so müßten diese Resultate übereinstimmen bis auf den cm. Dies ist nicht der Fall und wir müssen auf eine bessere Annäherung trachten. Dazu benützen wir diese Ergebnisse von R_1 und ändern den Maßstab der Zeichnung in 1 : 100, behalten aber die Lage von Z_1 bei. Wir konstruieren nun im neuen Maßstab genauere Hyperbelpunkte, die wir allerdings nicht mehr als Schnitte von Kreisbögen erhalten können, da die Mittelpunkte der gegebenen Kreise weit außerhalb der Zeichnungsfläche liegen. Doch das hindert weiter nicht, da an Stelle der Kreisbögen die Tangenten verwendet werden können, die senkrecht auf den Zentralen M_1–Z_1,

M_2-Z_1 und M_3-Z_1 in entsprechenden Abständen von Z_1 stehen. Wählen wir als Hilfsradien die Werte 723,40 und 724,00 zwischen welchen vermutlich der richtige Wert von R liegt, so ergeben sich diese Abstände von Z_1 wie folgt:

Für die Tangenten senkrecht M_1-Z_1	723,40—721,10	=	+2,30 m resp.
	724,00—721,10	=	+2,90 m
Für die Tangenten senkrecht M_2-Z_1	723,40—725,93	=	—2,53 m resp.
	724,00—725,93	=	—1,93 m
Für die Tangenten senkrecht M_3-Z_1	723,40—723,76	=	—0,36 m resp.
	724,00—723,76	=	+0,24 m

Dabei bedeutet das Vorzeichen +, daß die betr. Tangente auf der entgegengesetzten Seite des entsprechenden Mittelpunktes M zu liegen

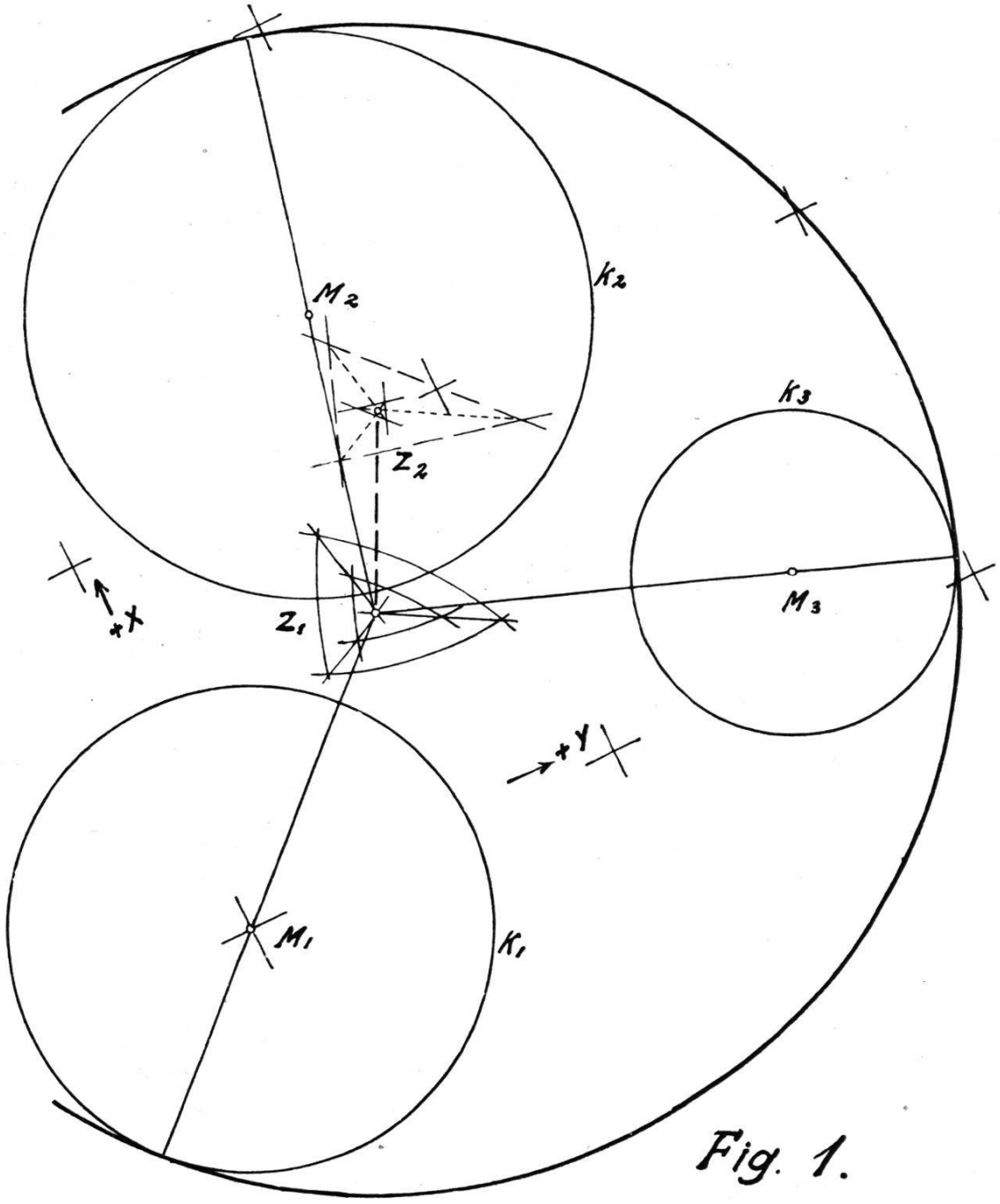


Fig. 1.

kommt, und umgekehrt das Vorzeichen —, daß die Tangente zwischen Z_1 und das entsprechende M zu liegen kommt.

Nun zeichnen wir wieder die Hyperbelsekanten (in Fig. 1 fein gestrichelt) und erhalten als zweite Annäherung den Punkt Z_2. Im gewählten Maßstab 1 : 100 greifen wir schließlich in Richtung der Koordinatenachse die Korrekturen ab, die an Z_1 anzubringen sind. Im vorliegenden Fall erhalten wir

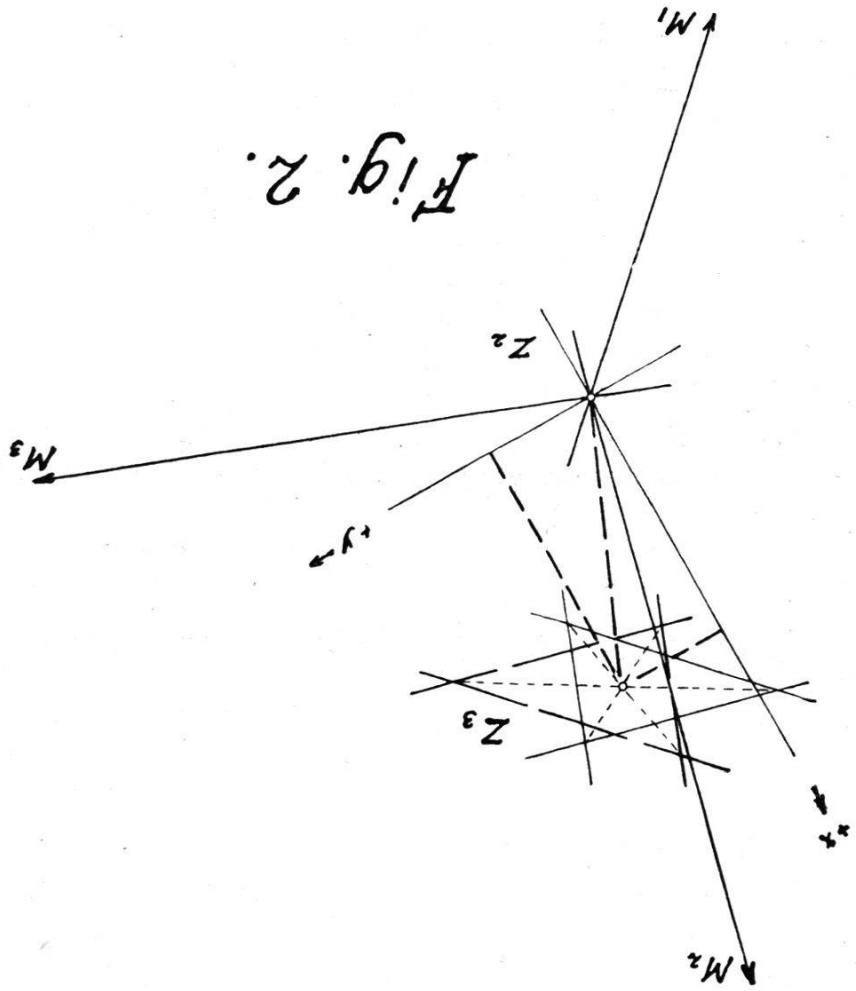
$D_1y = +1{,}10$ und $D_1x = +2{,}10$. Es ist also für

Z_2 $Y_2 = 310{,}00 + 1{,}10 = \mathit{311{,}10}$ $X_2 = 285{,}00 + 2{,}10 = \mathit{287{,}10}$.

Diese Werte sind schon bedeutend genauer als diejenigen von Z_1. Zur Sicherheit wiederholen wir jedoch die Rechnung nach Formel 1) mit den Werten für Z_2 nochmals und erhalten

$$R_2 \text{ (aus } M_1) = 300{,}00 + 423{,}33 = 723{,}33$$
$$R_2 \text{ (aus } M_2) = 350{,}00 + 373{,}63 = 723{,}63$$
$$R_2 \text{ (aus } M_3) = 200{,}00 + 523{,}48 = 723{,}48.$$

Die zweite Näherung ist also noch nicht ganz genügend, so daß wir den Maßstab nochmals vergrößern wollen und zwar auf 1 : 5. Zur bessern Uebersichtlichkeit sei die Konstruktion der dritten Näherung von der



übrigen Zeichnung getrennt dargestellt in Fig. 2. Zunächst zeichnen wir den Punkt Z_2 mit den Richtungen nach M_1, M_2 und M_3. Dazu senkrecht die Tangenten als Ersatz für die Kreisbögen mit den Radien

723,45 und 723,50, zwischen welchen wahrscheinlich das gesuchte R liegt. Die Abstände dieser Tangenten von Z_2 sind

für die Senkrechten zu Z_2-M_1 723,45 —723,33 = +12 cm resp.
723,50 —723,33 = +17 cm
für die Senkrechten zu Z_2-M_2 723,45 —723,63 = —18 cm resp.
723,50 —723,63 = —13 cm
für die Senkrechten zu Z_2-M_3 723,45 —723,48 = — 3 cm resp.
723,50 —723,48 = + 2 cm.

Diese Abstände werden entsprechend den Vorzeichen im gewählten Maßstab (1 : 5) aufgetragen und die Tangenten senkrecht zu den Zentralen gezeichnet. Durch die zusammengehörenden Schnittpunkte legen wir neuerdings die Hyperbelsekanten und erhalten als deren Schnittpunkt Z_3.

Nun können die Korrekturen abgegriffen werden, welche an den Koordinaten von Z_2 anzubringen sind, um diejenigen von Z_3 zu erhalten. Dadurch ergibt sich

für Z_3 $Y_3 = 311{,}10 + 0{,}06 = \mathit{311{,}16}$; $X_3 = 287{,}10 + 0{,}15 = \mathit{287{,}25}$.

Aus der Fig. 2 können wir nun auch noch die richtige Größe des Radius R bestimmen, indem wir in der Richtung der Zentralen die entsprechenden Korrekturen für die Werte R_2 abgreifen. Wir erhalten übereinstimmend nach allen drei Richtungen:

$R = 723{,}33 + 0{,}14 = 723{,}47$ m aus M_1
$R = 723{,}63 - 0{,}16 = 723{,}47$ m aus M_2
$R = 723{,}48 - 0{,}01 = 723{,}47$ m aus M_3.

Aus dieser Uebereinstimmung kann geschlossen werden, daß die erhaltenen Größen bis auf 1 cm genau ermittelt sind. Zur Kontrolle wird die nochmalige Berechnung von R nach Formel 1) durchgeführt. Hier wollen wir jedoch davon Umgang nehmen.

Bezüglich der Anwendung dieses Verfahrens auf den allgemeinen Fall (alle acht möglichen Lösungen) ist zu bemerken, daß dabei nur die Vorzeichen vor dem Wurzelausdruck in Formel 1) richtig zu wählen sind, im übrigen ändert sich nichts.

Emil Müller, Frick.

Extrait du Rapport du Conseil fédéral sur sa gestion en 1929 concernant le Registre foncier et la mensuration cadastrale.

(Suite et fin.)

c) *Facilités pour la mensuration cadastrale dans les régions montagneuses, à titre d'aide aux populations montagnardes.* — Par arrêté du 7 juin 1929, le département de justice et police a été autorisé, pour donner suite au rapport de la commission extra-parlementaire chargée d'étudier la motion Baumberger concernant les mesures à prendre en faveur des populations montagnardes:

aa) à faciliter la mensuration cadastrale dans les cantons montagneux en faisant des avances sur le coût des mensurations parcellaires jusqu'à concurrence du montant de la subvention fédérale,

bb) à allouer une subvention extraordinaire de 30 pour cent des frais d'abornement dans les régions montagneuses où le remaniement