

**Zeitschrift:** Zeitschrift des Vereins Schweizerischer Konkordatsgeometer [ev. = Journal de la Société suisse des géomètres concordataires]  
**Herausgeber:** Verein Schweizerischer Konkordatsgeometer = Association suisse des géomètres concordataires  
**Band:** 3 (1905)  
**Heft:** 5  
  
**Artikel:** Näherungsrechnungen  
**Autor:** [s.n.]  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-178675>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 13.07.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

zeigen. So viel Sektionen, ebenso viele Kandidaten und in der Regel auch dieselbe Zahl von Jahren entsprechen sich. Angenommen auch, der Übernehmer finde seine Rechnung bei diesem Arbeitsgange oder seine Bequemlichkeit führe ihn zu dieser Illusion, so ist doch so viel sicher, daß dabei eine große Arbeitsmenge unnütz verpulvert wird, und der Auftraggeber schließlich, auch wenn die einzelnen Sektionen klaglos sind, doch nicht zu einem „gefremten“ Vermessungswerk gelangt.

Den vorstehend berührten Übelständen und Erschwerungen, die sich dem Erwerbe des Geometers gegenüberstellen, ließen sich noch verschiedene anfügen. Ich möchte nicht so in die Breite gehen, wird man mir doch mit einigem Rechte entgegenhalten, meine Erörterungen hätten nichts gebracht, was nicht schon bekannt gewesen wäre. Wenn ich dies auch anstandslos zugebe, so hoffe ich doch, daß diese Zeilen nicht unnütz geschrieben sind, sondern namentlich die jüngern Kollegen zum Nachdenken veranlassen werden. So komme ich denn zum Schlusse, indem ich noch auf ein Universalmittel hinweise, sich den Arbeitserfolg zu sichern.

„Des Herrn Fuß düngt den Acker“ lautet ein alter goldener Spruch. Der Geometer ist stets auf Hilfskräfte angewiesen; er behalte sie in dieser Stellung, indem er ihnen durch sein Beispiel die freudige Überzeugung beibringt, daß von seiner Leitung und seiner immerwährenden Mitarbeit das Gelingen des Werkes abhängig ist. Er sei der erste und der letzte auf Feld oder Bureau, seine eigene strenge Pflichterfüllung sei für seine Angestellten ein Ansporn, selbst ihre ganze Kraft einzusetzen, sie sei für die Praktikanten, deren Ziel die eigene Selbständigkeit ist, das Beste und Dauerndste das sie in solcher Lehrzeit erwerben.

St.

---

### Näherungsrechnungen.

Bei unsern Aufnahmen werden die Polygonseiten wenn möglich derart angeordnet, daß sie mit den Seiten der aufzunehmenden Feldfiguren annähernd parallel, oder dann annähernd senkrecht verlaufen.

Werden nun die einzelnen Punkte durch rechtwinklige Koordinaten auf die Polygonseiten bezogen, so bilden die zwischen zwei aufeinander folgenden Punkten liegenden Seiten der Figur die Hypothenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen eine Kathete sich als Abszissendifferenz, die andere als Ordinatendifferenz ergibt. In der Mehrzahl der Fälle wird die Länge der Abszissendifferenz die der Ordinatendifferenz weit übersteigen, in den andern weniger häufigen Fällen, in denen die aufzunehmenden Linien nahezu senkrecht zur Aufnahmslinie stehen, ist das Umgekehrte der Fall.

Werden die schiefen Entfernungen zum Zwecke der Kontrolle noch gemessen, so ergibt sich in erster Linie für den Verifikator, in zweiter Linie aber auch für den Geometer das Bedürfnis, diese Kontrollmaße selbst noch zu prüfen.

Der direkte Weg zur Lösung des rechtwinkligen Dreiecks ist etwas mühsam. Wir wollen deshalb unter der Annahme, daß die eine Kathete klein sei gegenüber der andern, eine Näherungsformel aufstellen, welche uns auf kürzerem Wege und mit genügender Genauigkeit die Länge der Hypothenuse ergibt.

Es sei  $a$  die längere,  $b$  die kürzere Kathete,  $c$  Hypothenuse. Wir haben nun zunächst:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \text{ oder in anderer Weise geschrieben:}$$

$$c = a \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = a \left(1 + \frac{b^2}{a^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \left(1 + \frac{b^2}{a^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Die Entwicklung des Binoms gibt:

$$\left(1 + \frac{b^2}{a^2}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{b^2}{a^2} - \frac{1}{8} \frac{b^4}{a^4} + \frac{1}{16} \frac{b^6}{a^6} - \dots$$

Diese Entwicklung konvergiert um so rascher, je größer  $a$  im Verhältnis zu  $b$ , oder je kleiner der Bruch  $\frac{b}{a}$  ist. Wir können die Reihe offenbar, wenn  $\frac{b}{a}$  genügend klein ist, schon mit dem zweiten Gliede abschließen, ist der Bruch verschwindend klein, schon mit dem ersten Gliede. Wir hätten in diesem Falle, was ohne weiteres klar ist:

$$c = a.$$

Die einzelnen Glieder der Reihe bilden Verhältniszahlen, welche, mit dem ersten Gliede verglichen, für ein beliebiges Verhältnis die Abweichung vom wahren Werte angeben, wenn wir mit diesem Gliede abschließen.

Soll unsere auf zwei Glieder abgekürzte Formel eine Genauigkeit der Kontrollmaße auf  $1/1000$  liefern, so setzen wir demgemäß:

$$\frac{1}{8} \frac{b^4}{a^4} = \frac{1}{1000}$$

$$\frac{b^4}{a^4} = \frac{8}{1000} \text{ oder sehr angenähert}$$

$$\frac{b^4}{a^4} = \frac{81}{10000}$$

Vermöge dieses kleinen Kunstgriffes können wir sofort die 4. Wurzel ziehen und erhalten:

$$\frac{b}{a} = \frac{3}{10}$$

Für diesen speziellen Fall hat man

$$\left(1 + \frac{3}{10}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{9}{200} - \frac{81}{80000} + \frac{729}{16000000} -$$

oder mit Abrundung der nach dem zweiten folgenden Glieder:

$$\left(1 + \frac{3}{10}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{9}{200} - \frac{1}{1000} + \frac{1}{20000}$$

Das 4. Glied fällt als verschwindend weg und man hat noch

$$c = a \left(1 + \frac{9}{200} - \frac{1}{1000}\right)$$

Schließen wir mit dem 2. Gliede ab, so wird der Wert von  $c$  zu groß um  $\frac{a}{1000}$

Die Vermessungsinstruktion gestattet Abweichungen von

$$10 = 0,01 \sqrt{4l + \frac{5}{1000} l^2}$$

somit für eine Länge von 100 m

$$10 = 0,21 = \frac{1}{500} l$$

also das Doppelte der oben gemachten Annahme. Für die relativ kleinen Kontrolldistanzen, welche ja nur in äußerst seltenen Fällen

100 m erreichen, wird der relative, gestattete Widerspruch noch größer. Wir dürfen deshalb für unsere Kontrollrechnungen, wenn der Wert  $\frac{b}{a} \frac{3}{10}$  nicht übersteigt, unsere Formel schreiben:

$$c = a \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{b^2}{a^2} \right) = a + \frac{b^2}{2a}$$

Das zweite Glied  $\frac{b^2}{2a}$  läßt sich mit dem gewöhnlichen Rechenschieber, wenn wir das  $a$  im Kopfe verdoppeln, wobei wieder die Abrundung auf ganze Meter erfolgen kann, mit einer einzigen Einstellung bilden. Eine einfache Addition ergibt dann die Länge der Hypothenuse.

Wir haben aus der Vermessung der Gemeinde Uster, Handriß No. 70, einige Beispiele ausgezogen, die wir hier folgen lassen:

	Handriß	Rechnung
1.	$a = 22,67 \quad b = 8,11$	$c = 24,07 \quad c = 22,67 + 1,41 = 24,08$
2.	$a = 11,83 \quad b = 5,73$	$c = 13,13 \quad c = 11,83 + 1,38 = 13,21$
3.	$a = 12,57 \quad b = 3,87$	$c = 13,13 \quad c = 12,57 + 0,59 = 13,16$
4.	$a = 15,57 \quad b = 3,92$	$c = 16,07 \quad c = 15,57 + 0,49 = 16,06$
5.	$a = 8,06 \quad b = 1,89$	$c = 8,30 \quad c = 8,06 + 0,22 = 8,28$
6.	$a = 18,77 \quad b = 2,22$	$c = 18,93 \quad c = 18,77 + 0,13 = 18,90$
7.	$a = 13,46 \quad b = 0,65$	$c = 13,49 \quad c = 13,46 + 0,02 = 13,48$
8.	$a = 16,55 \quad b = 4,50$	$c = 17,06 \quad c = 16,55 + 0,61 = 17,16$
9.	$a = 31,57 \quad b = 8,72$	$c = 32,75 \quad c = 31,57 + 1,21 = 32,78$

Zu diesen Zahlen sei bemerkt, daß das Beispiel No. 2 mit dem Verhältnis  $\frac{b}{a} = \frac{5,73}{11,83}$  sehr ungünstig und außerhalb der von

uns angenommenen Grenze,  $\frac{b}{a} = \frac{3}{10}$  liegt; die direkte Berechnung, ebenfalls mit dem Rechenschieber, ergibt als Kontrolldistanz 13,14.

Es stimmen somit, wie die Vergleichung zeigt, alle Kontrolldistanzen, mit Ausnahme von No. 8, welche als genügend bezeichnet werden kann, in sehr schöner Weise. No. 2 und No. 3 betreffen, wie sich durch Vergleichung leicht ergibt, dieselbe Linie.

Wenn umgekehrt Hypothenuse und die kleinere Kathete gegeben ist, so folgt nach ähnlicher Entwicklung für die längere Kathete

$$a = c - \frac{b^2}{2c}$$

*Dieci mi*

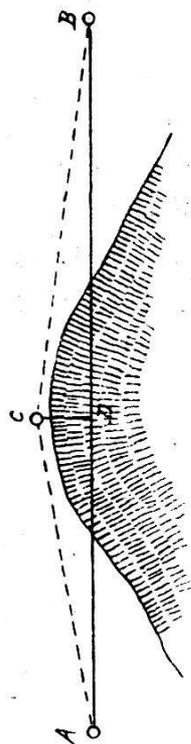
Diese Formel läßt ebenfalls dankbare Anwendungen zu, von denen wir hier nur folgende anführen wollen:

I. Eine Polygonseite, die wir direkt von  $A$  nach  $B$  führen möchten, führt über ein Hindernis (Abgrund, Gewässer etc.), das uns wohl das Visieren, nicht aber das Messen gestattet. Wir wählen nun einen der Polygonseite nahe liegenden Zwischenpunkt  $C$ , zu dem sowohl von  $A$  als auch von  $B$  zuverlässig gemessen werden kann und dessen senkrechter Abstand von  $AB$  ebenfalls (durch Ausstrecken einer Meßstange, bis sie in die Visur  $AB$  gelangt und Ablesung bei  $C$ ) genügend genau ermittelt werden kann.

Bezeichnen wir  $AC$  mit  $c_1$ ,  $CB$  mit  $c_2$ , den senkrechten Abstand mit  $b$ , so wird

$$AB = c_1 - \frac{b^2}{2c_1} + c_2 - \frac{b^2}{2c_2}$$

$$AB = c_1 + c_2 - \left( \frac{b^2}{2c_1} + \frac{b^2}{2c_2} \right)$$



Beispiel: Es sei  $AC = 64,25$  m  $CB = 42,08$  m  $CD = 4,50$  so wird die Länge der gesuchten Polygonseite

$$AB = 64,25 + 42,08 - \left( 0,31 + 0,48 \right) = 106,33 - 0,79 = 105,54$$

Wie oft könnten Polygone in schwierigem Terrain durch die Anwendung dieser einfachen Formel rationeller gestaltet werden, indem der Zwischenpunkt  $C$  in dieser Weise ausgeschaltet wird!

(Fortsetzung folgt.)

### Studien für die Pragelstraße.

Im «Boten der Urschweiz» wird über den gegenwärtigen Stand der Vorarbeiten rapportiert. Vom Bureau Müller und Zeerleder in Zürich, das die Vermessungs- und Planierungsarbeiten auf dem Gebiete des Kantons Schwyz übernommen hat, werden die Pläne sowie die Kostenberechnung auf Anfang Juni dieses Jahres in Aussicht gestellt, so daß die Pragelfrage in das zweite Stadium der Prüfung und Genehmigung durch die kantonalen und eidgenössischen Behörden gelangen werde. Die Stimmung im Schwyzer-