

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **50 (2004)**

Heft 3-4: **L'enseignement mathématique**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

We may now define  $|\xi|_h^2$  for  $\xi \in L_x$  with  $x \in X$  by

$$|\xi|_h^2 = \begin{cases} e^{-\gamma(x)} |\xi/s(x)|^2 & \text{if } x \in X \setminus Y, \\ e^{-\alpha(x) - \epsilon\beta(x)} |\xi|_k^2 & \text{if } x \in V. \end{cases}$$

Then  $h$  is a well-defined  $C^\infty$  Hermitian metric in  $L$  since, for  $x \in V \setminus Y$  and  $\xi \in L_x$ , we have

$$e^{-\gamma(x)} |\xi/s(x)|^2 = e^{-(\alpha(x) - \log |s(x)|_k^2 + \epsilon\beta(x))} |\xi|_k^2 / |s(x)|_k^2 = e^{-\alpha(x) - \epsilon\beta(x)} |\xi|_k^2.$$

Furthermore, on  $X \setminus Y$  we have

$$\mathcal{R}_h = \Delta_g(-\log |s|_h^2) = \Delta_g \gamma \begin{cases} > 0 & \text{on } X \setminus Y \\ > 1 & \text{on } V \setminus Y \end{cases}$$

By continuity, we also have  $\mathcal{R}_h \geq 1 > 0$  at points in  $Y$ . Thus  $\mathcal{R}_h > 0$  on  $X$ .  $\square$

For  $X$  a Riemann surface, the above proofs become especially simple. For example, the construction of  $\alpha$  in the proof of Theorem 2.3 is trivial for  $\dim X = 1$  because  $Y$  is discrete. For  $X$  an open Riemann surface, Theorem 0.1 provides a  $C^\infty$  strictly plurisubharmonic exhaustion function and, therefore, by [Gr] and [DG], one gets the theorem of [BS] that an open Riemann surface is Stein. For a compact Riemann surface  $X$ , Theorem 2.3 becomes the familiar fact (see, for example, [GriH]) that the holomorphic line bundle associated to a nontrivial effective divisor admits a  $C^\infty$  Hermitian metric  $h$  with positive curvature  $\Theta_h$ .

#### REFERENCES

- [BS] BEHNKE, H. und K. STEIN. Konvergente Folgen von Regularitätsbereiche. *Math. Ann.* 116 (1938), 204–216.
- [D] DEMAILLY, J.-P. Cohomology of  $q$ -convex spaces in top degrees. *Math. Z.* 204 (1990), 283–295.
- [DG] DOCQUIER, F. und H. GRAUERT. Levisches Problem und Rungescher Satz für Teilgebiete Steinscher Mannigfaltigkeiten. *Math. Ann.* 140 (1960), 94–123.
- [EM] ELIASHBERG, Y. and N. MISHACHEV. *Introduction to the  $h$ -Principle*. Graduate Studies in Math. 48. Amer. Math. Soc., Providence, 2002.
- [GoG] GOLUBITSKY, M. and V. GUILLEMIN. *Stable Mappings and their Singularities*. Grad. Texts in Math. 14. Springer-Verlag, New York–Heidelberg, 1973.

- [Gr] GRAUERT, H. On Levi's problem and the imbedding of real-analytic manifolds. *Ann. Math. (2)* 68 (1958), 460–472.
- [GreW] GREENE, R. and H. WU. Embedding of open Riemannian manifolds by harmonic functions. *Ann. Inst. Fourier (Grenoble)* 25 (1975), 215–235.
- [GriH] GRIFFITHS, P. and J. HARRIS. *Principles of Algebraic Geometry*. Wiley–Interscience, New York, 1978.
- [M] MALGRANGE, B. Existence et approximation des solutions des équations aux dérivées partielles et des équations de convolution. *Ann. Inst. Fourier (Grenoble)* 6 (1956), 271–355.
- [N] NARASIMHAN, R. *Complex Analysis in One Variable*, second edition. Birkhäuser, Boston, 2001.
- [O] OHSAWA, T. Completeness of noncompact analytic spaces. *Publ. Res. Inst. Math. Sci.* 20 (1984), 683–692.

(Reçu le 27 mai 2004)

Terrence Napier

Department of Mathematics  
Lehigh University  
Bethlehem, PA 18015  
U. S. A.  
*e-mail*: tjn2@lehigh.edu

Mohan Ramachandran

Department of Mathematics  
SUNY at Buffalo  
Buffalo, NY 14260  
U. S. A.  
*e-mail*: ramac-m@newton.math.buffalo.edu