

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **45 (1999)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **27.04.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

que  $\lambda(t)v_i = t^{n_i}v_i$ . Désignons par  $V^*$  l'espace vectoriel dual de  $V$ , et par  $v_1^*, \dots, v_d^*$  la base duale de  $V^*$ . Comme on suppose que  $X$  n'est contenu dans aucun  $\mathbf{P}(W)$ ,  $W$  sous-espace linéaire propre de  $V$ , il existe  $[v] \in X(\lambda, p^\circ)$  tel que  $\langle v, v_i^* \rangle \neq 0$  quel que soit  $i = 1, \dots, d$ . On en déduit que  $n_1 < n_i$  ( $i \geq 2$ ), et que  $X(\lambda, p^\circ) = \{[v] \in X \mid \langle v, v_1^* \rangle \neq 0\}$ . En particulier  $X(\lambda, p^\circ)$  est un ouvert affine de  $X$ .

Montrons que  $X(\lambda, p^\circ)$  est stable par  $C$ . Désignons par  $v_1^\perp$  l'hyperplan de  $V^*$  orthogonal à  $v_1$ . Le groupe  $G$  opère aussi dans  $V^*$  et  $\mathbf{P}(V^*)$ . Si  $G \cdot w$  est une orbite de  $G$  contenue dans  $v_1^\perp$ , alors  $w$  est orthogonal à tout vecteur de  $G \cdot v_1$ , donc  $w = 0$  (car  $G \cdot v_1$  engendre  $V$  comme espace vectoriel). Par conséquent, toute orbite de  $G$  dans  $\mathbf{P}(V^*)$  rencontre  $\mathbf{P}(V^*) \setminus \mathbf{P}(v_1^\perp)$ . Puisque  $\lambda(t)v_i^* = t^{-n_i}v_i^*$  ( $i = 1, \dots, d$ ), tout  $y \in \mathbf{P}(V^*) \setminus \mathbf{P}(v_1^\perp)$  vérifie  $\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda(t) \cdot y = [v_1^*]$ , d'où il suit que l'orbite  $G \cdot [v_1^*]$  est fermée dans  $\mathbf{P}(V^*)$ . Notons  $P$  le groupe d'isotropie de  $G$  en  $[v_1^*]$ . Comme  $P$  est parabolique et contient  $T$ ,  $P$  contient un  $B \in \mathbf{B}^T$ . Par suite  $C$  est contenu dans  $P$ . Comme  $C$  est unipotent, il fixe non seulement  $[v_1^*]$  mais aussi  $v_1^*$ . Puisque  $X(\lambda, p^\circ) = \{[v] \in X \mid \langle v, v_1^* \rangle \neq 0\}$ , il s'ensuit bien que  $X(\lambda, p^\circ)$  est stable par  $C$ .

Enfin, on a  $X(\lambda, p^\circ) = X(p^\circ)$  (en effet  $X(\lambda, p^\circ) \subset X(p^\circ)$  est vrai par définition, et l'autre inclusion vient du fait que  $X(\lambda, p^\circ)$  est ouvert, stable par  $T$ , et contient  $p^\circ$ ). Le groupe  $N_G(T)$ , qui opère transitivement dans  $X^T$ , permute les  $X(p)$  ( $p \in X^T$ ). Par ailleurs,  $N_G(T)$  normalise visiblement  $C$ . Par conséquent, tous les  $X(p)$  ( $p \in X^T$ ) sont des ouverts affines de  $X$ , stables par  $C$ .  $\square$

REMARQUE. Un peu plus loin dans la théorie, on peut montrer que les  $X(\lambda, p)$  ( $p \in X^T$ ) ci-dessus sont en fait les cellules de la «décomposition de Bruhat» (voir [Bo] § 14 et [Sp] chap. 8). Les  $X(p)$  ( $p \in X^T$ ) ne sont donc rien d'autre que les «grosses cellules» associées aux différents  $B \in \mathbf{B}^T$ .

## RÉFÉRENCES

- [Bo] BOREL, A. *Linear Algebraic Groups*. Second Enlarged Edition, Springer-Verlag (1991).
- [B-B] BIAŁYNIICKI-BIRULA, A. Some theorems on actions of algebraic groups. *Ann. of Math.* 98 (1973), 480–497.
- [Ch] CHEVALLEY, C. *Classification des groupes de Lie algébriques*. Séminaire de l'École Normale Supérieure, Paris, 1956–1958.

- [Do] DOKOVIC, D.Z. An elementary proof of the structure theorem for connected solvable affine algebraic groups. *L'Enseignement Mathématique* 34 (1988), 269–273.
- [Sp] SPRINGER, T.A. *Linear Algebraic Groups*. Second Edition, Birkhäuser (1998).

(Reçu le 15 avril 1999)

D. Luna

Institut Fourier  
B.P. 74  
F-38402 Saint-Martin-d'Hères Cedex  
France