

Objektyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **44 (1998)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## A NEW PROOF OF VINCENT'S THEOREM

by Alberto ALESINA and Massimo GALUZZI

ABSTRACT. Vincent's theorem (1836) asserts that, given a real polynomial  $f(x)$  without multiple roots, the substitution

$$x \leftarrow c_0 + \frac{1}{c_1 + \frac{1}{c_2 + \dots + \frac{1}{c_h + \frac{1}{x}}}}$$

where the  $c_i$  are arbitrary positive integers and  $h$  is sufficiently large, transforms  $f(x)$  into a polynomial  $f_{h+1}(x)$  which has at most one sign variation in the sequence of its coefficients.

This theorem is basic for highly efficient methods (implemented in modern computer algebra systems) to separate the roots of a real polynomial.

In this paper we provide a new simple proof of the theorem, which improves the known estimates of the size of  $h$  and can be extended to the case of multiple roots. We also give an historical survey of the subject.

### 1. INTRODUCTION

The aim of this paper is to give a new and simple proof of Vincent's theorem. The theorem has an interesting history.

It originally appeared as a note, *Sur la résolution des équations numériques*, appended at the end of the sixth edition of Bourdon's *Éléments d'algèbre* [13], without explicit mention of Vincent's authorship. Bourdon, who was Vincent's father-in-law<sup>1</sup>), merely acknowledges his debt to his son-in-law for "plusieurs améliorations de détail et quelques additions" in the *Avertissement* at the beginning of his book.

---

<sup>1</sup>) Information about Vincent, who was an influential personality in his time, can be found in [21] and [31].