

Objektyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **39 (1993)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **18.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

REMARKS AND PROBLEMS ON FINITE AND PERIODIC CONTINUED FRACTIONS

by Michel MENDES FRANCE

SUMMARY. We present eight problems related to the length of continued fractions of rational numbers and to the length of the period of quadratic surds.

§ 1. A FRUSTRATING QUESTION

Let a and b be two coprime integers, $1 < b < a$. *Is it true that the sequence $(a/b)^n$, $n = 0, 1, 2, \dots$ is dense (mod 1)?* This very old problem of Pisot and Vijayaraghavan is still unanswered. Pisot, Vijayaraghavan and André Weil did however show that there exist infinitely many cluster points.

Are any one of these cluster points irrational? Even this seems unanswered. We address a simpler question, but before we must define the depth of a rational number x : it is simply the length $\delta(x)$ of the continued fraction of x

$$x = [c_0, c_1, c_2, \dots, c_\delta]$$

where we choose δ to be even ($c_\delta \geq 1$). For example

$$\delta(k) = 0, k \in \mathbf{Z}; \quad \delta\left(\frac{1}{2}\right) = 2; \quad \delta\left(\frac{3}{5}\right) = 4.$$

Quite obviously $\delta(a/b) = O(\ln(b))$, $1 \leq b < a$ (see [8]).

Suppose that the sequence $(a/b)^n$ has an irrational cluster point ζ (mod 1). Then some subsequence $(a/b)^{n_j}$ (mod 1) tends to ζ hence

$$\delta((a/b)^{n_j}) \rightarrow \infty.$$