

## 5) Beweis des Satzes

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **28 (1982)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **18.04.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## 5) BEWEIS DES SATZES

Wir haben noch zu zeigen, daß  $A$  in  $K$  interpretierbar ist. Wegen (7), genügt es zu zeigen, daß  $F$  in  $K$  definierbar ist. Wir unterscheiden drei Fälle:

$$L = L_p, \mathbf{C} \text{ oder } q \neq 2 \text{ und } L = \mathbf{R}.$$

Dann ist  $K \subset L^p$  und wir haben nach (6)

$$F = \{a \in K \mid \forall b \in K (1 + b \in K^q \& a_q + b^{-1} \in K^q) \Rightarrow b \in K^q\}$$

$$L = \mathbf{R}, q = 2.$$

Dann ist  $F^* \cdot K^q = K^q \cup -K^q$ . Und wir haben mit (6')

$$F = \{a \in K \mid \forall b \in K (1 + b \in K^q \& a^q + b^{-1} \in K^q) \Rightarrow b \in K^q \cup -K^q\}$$

$$L = \mathbf{Q}_p.$$

Wir erhalten aus (6) eine Definition von  $F$ , wenn wir  $K \cap L^q$  in  $K$  definieren können. Weil aber  $\mathbf{Q}$  dicht in  $\mathbf{Q}_p$  ist, ist nach Hensels Lemma

$$c \in L^q \text{ gdw. es gibt } d \in K \text{ (oder: } \mathbf{Q} \text{) mit } w(c - d^q) \geq w(c) + 3.$$

Es genügt also die  $p$ -adische Bewertung  $w$  in  $K$  elementar zu beschreiben: Wenn  $r$  relativ prim zu  $p$  ist, ist für alle  $c \in L$

$$w(c) \geq 0 \text{ gdw. } 1 + pc^r \in L^r.$$

Wenn  $r$  eine von  $q$  und  $p$  verschiedene Primzahl ist, gewinnen wir daraus mit (2) für alle  $c \in K$

$$w(c) \geq 0 \text{ gdw. } 1 + pc^r \in K^r.$$

## LITERATUR

- [AK] AX, KOCHEN. Diophantine problems over local fields, I, II, III. *Amer. J. of Math.* 87, 88 (1965, 1966).
- [C] CHERLIN, G. *Mathematical reviews* 50 (1975), 9567. (Resprechung von H1).
- [CK] CHANG-KEISLER. *Model Theory*. Alsterdam (1973).
- [E] ERSOV, Ju. L. Fields with a solvable theory. *Doklady Akademii Nauk SSSR* 174 (1967), 19-20, (englische Übersetzung: *Soviet math.* 8 (1967), 575-576).
- [F] FICHT, H. *Zur Theorie der pythagoräischen Körper*. Diplomarbeit, Konstanz (1979).