Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 18 (1972)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: FIBRES EN DROITES ET FEUILLETAGES DU PLAN
Autor: Godbillon, Claude
Kapitel: 7. Classification des fibrés en droites
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-45373

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

7. Classification des fibrés en droites

Soient x et y deux points non séparés de X. On peut trouver dans X un voisinage ouvert V de $\{x, y\}$ et un homéomorphisme, croissant ou décroissant (cf. exemple 3.2), de V sur le branchement simple Z.

Dans l'arbre $\hat{X}$ associé à X ce voisinage V correspond à un sous-arbre $\hat{V}$ ayant l'un des deux aspects suivants:

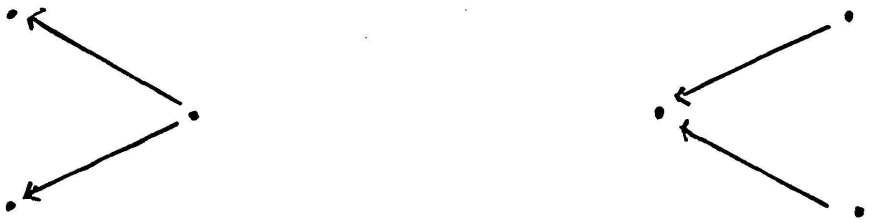

Fig. 4

Par conséquent (proposition 2.1):

7.1 *Proposition. Soit η un fibré en droites sur X. A tout couple ordonné (α, β) d'arêtes de $\hat{X}$ ayant même origine ou même extrémité on peut associer un nombre $[\alpha, \beta] = \pm 1$ de façon que $[\beta, \alpha] = -[\alpha, \beta]$.*

7.2 *Définition. Une assignation sur l'arbre $\hat{X}$ est une correspondance $\mathscr{A}$ associant à tout couple ordonné (α, β) d'arêtes de $\hat{X}$ ayant même origine ou même extrémité un nombre $\mathscr{A}(\alpha, \beta) = \pm 1$ de façon que $\mathscr{A}(\beta, \alpha) = -\mathscr{A}(\alpha, \beta)$.*

On dit alors que l'assignation de la proposition 7.1 est l'*assignation associée au fibré η.*

Si $\mathscr{A}$ est une assignation sur $\hat{X}$, et si $\hat{f}$ est un automorphisme de $\hat{X}$, on désigne par $-\mathscr{A}$ l'assignation $(\alpha, \beta) \to -\mathscr{A}(\alpha, \beta)$, et par $\hat{f}\mathscr{A}$ l'assignation $(\alpha, \beta) \to \mathscr{A}(\hat{f}^{-1}\alpha, \hat{f}^{-1}\beta)$.

Soient η et η' deux fibrés en droites sur X, et soient $\mathscr{A}$ et $\mathscr{A}'$ les assignations correspondantes sur $\hat{X}$. On a alors (théorème 2.3):

7.3 THÉORÈME. *Si η et η' sont équivalents pour le groupe G^+ (resp. pour le groupe G) on a $\mathscr{A}' = \mathscr{A}$ (resp. $\mathscr{A}' = \pm \mathscr{A}$). Si η et η' sont isomorphes pour le groupe G^+ (resp. pour le groupe G) il existe un automorphisme $\hat{f}$ de $\hat{X}$ tel que $\mathscr{A}' = \hat{f}\mathscr{A}$ (resp. $\mathscr{A}' = \pm \hat{f}\mathscr{A}$).*

De plus si X est simple ces conditions sont aussi suffisantes.

Inversement si $\mathscr{A}$ est une assignation sur $\hat{X}$ il existe un fibré en droites η sur X ayant $\mathscr{A}$ pour assignation (on construit η par récurrence en commençant par ôter un sommet extrémal de $\hat{X}$).

Soient $\mathscr{A}'$ une seconde assignation sur $\hat{X}$ et η' le fibré en droites sur X correspondant à $\mathscr{A}'$. Si $\hat{f}$ est un automorphisme de $\hat{X}$ tel que $\mathscr{A}' = \hat{f}\mathscr{A}$ il existe un isomorphisme (F, f) de η sur η' tel que $\hat{f}$ soit l'automorphisme de $\hat{X}$ correspondant à l'homéomorphisme f.

Par conséquent:

7.4 THÉORÈME. *Soit X une variété topologique de dimension 1 à base dénombrable, simplement connexe, ayant un nombre fini de points de branchement tous simples. La classification des fibrés en droites sur X est équivalente à la classification des assignations sur l'arbre $\hat{X}$ associé à X.*

7.5 *Exemple.* Dans le cas où X est la variété de l'exemple iii) de 6.4 il existe

a) en ce qui concerne les fibrés sur X:

4 classes d'équivalence pour le groupe G^+;

2 classes d'équivalence pour le groupe G;

3 classes d'isomorphisme pour le groupe G^+;

2 classes d'isomorphisme pour le groupe G;

b) en ce qui concerne les feuilletages du plan orienté ayant X pour espace des feuilles (cf. § 5):

2 classes de conjugaison pour les feuilletages non orientés;

5 classes de conjugaison orientée pour les feuilletages non orientés;

5 classes de conjugaison pour les feuilletages orientés;

6 classes de conjugaison orientée pour les feuilletages orientés.