

§6. Une représentation intégrale sur un domaine strictement pseudo-convexe

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **18 (1972)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

§ 6. UNE REPRÉSENTATION INTÉGRALE
SUR UN DOMAINE STRICTEMENT PSEUDO-CONVEXE

Nous conservons les notations utilisées jusqu'ici. Soit γ une $(0, q)$ -forme indéfiniment différentiable sur \bar{G} . D'après le théorème 7 on a

$$\int_{x \in \partial G} \gamma(x) \wedge B_{nq}(x, y) = \int_{x \in \partial G} \gamma(x) \wedge \Omega_{nq}(x, y) + \int_{x \in \partial G} \gamma(x) \wedge \bar{\partial}_x A_{nq}(x, y) + \int_{x \in \partial G} \gamma(x) \wedge \bar{\partial}_y C_{nq}(x, y).$$

Toutes les formes intervenant sont de classe \mathcal{C}^1 sur $W(B_{nq}, \Omega_{nq}, A_{nq}, C_{nq})$ et de classe \mathcal{C}^∞ en y . Dans la dernière intégrale échangeons la différentiation et l'intégration.

$$\int_{x \in \partial G} \gamma(x) \wedge \bar{\partial}_y C_{nq}(x, y) = \bar{\partial}_y \int_{x \in \partial G} \gamma(x) \wedge C_{nq}(x, y) = \bar{\partial}_y B(y)$$

où $B \in \mathcal{C}_{(0, q-1)}^\infty(G)$.

Pour transformer la deuxième intégrale du second membre, nous avons besoin de

$$\bar{\partial}_x A_{nq}(x, y) = dx A_{nq}(x, y).$$

Nous construisons pour $y \in G$ l'intégrale

$$\int_{\partial G} d_x (\gamma(x) \wedge A_{nq}(x, y)).$$

Pour chaque y fixé, c'est l'intégrale d'une forme d_x exacte qui est donc nulle.

D'autre part

$$\begin{aligned} d_x [\gamma(x) \wedge A_{nq}(x, y)] &= d_x \gamma(x) \wedge A_{nq}(x, y) \\ &\quad + (-1)^q \gamma(x) \wedge d_x [A_{nq}(x, y)] \\ &= \bar{\partial}_x \gamma(x) \wedge A_{nq}(x, y) + (-1)^q \gamma(x) \wedge \bar{\partial}_x A_{nq}(x, y), \end{aligned}$$

d'où

$$0 = \int_{x \in \partial G} \bar{\partial}_x \gamma(x) \wedge A_{nq}(x, y) + (-1)^q \int_{x \in \partial G} \gamma(x) \wedge \bar{\partial}_x A_{nq}(x, y).$$

Et par conséquent

$$\begin{aligned} \int_{\partial G} \gamma(x) \wedge B_{nq}(x, y) &= \int_{\partial G} \gamma(x) \wedge \Omega_{nq}(x, y) \\ &\quad + (-1)^{q+1} \int_{\partial G} \bar{\partial}_x \gamma(x) \wedge A_{nq}(x, y) + \bar{\partial}_y B(y). \end{aligned}$$

On porte cette relation dans le théorème 4 ainsi on en tire:

THÉORÈME 8.

Pour chaque domaine strictement pseudo-convexe G de \mathbf{C}^n , avec un bord de classe \mathcal{C}^4 , il existe des doubles formes $\Omega_{nq}(x, y)$ et $A_{nq}(x, y) \in \mathcal{C}_{n, n-q-1; 0, q}^1(W)$ et $C_{n, n-q-2; 0, q}^1(W)$ sur un ouvert W contenant $\partial G \times G$, de telle sorte que ce qui suit est valable :

Si $\gamma \in \mathcal{C}_{pq}^\infty(\bar{G})$, alors $\forall y \in G$

$$\gamma(y) = \frac{1}{(2\pi i)^n} \left[\int_{x \in \partial G} \gamma(x) \wedge \Omega_{nq}(x, y) + (-1)^{q+1} \int_{x \in \partial G} \bar{\partial}_x \gamma(x) \wedge A_{nq}(x, y) - \int_G \bar{\partial}_x \gamma(x) \wedge B_{nq}(x, y) \right] + \bar{\partial}_y \Gamma(y).$$

Avec $\Gamma \in \mathcal{C}_{(0, q-1)}^\infty(G)$. On rappelle $\bar{\partial}_y \Omega_{nq} = 0$ pour $q = 0$, $\Omega_{nq} = 0$ pour $q > 0$, Ω_{nq} et A_{nq} sont de classe \mathcal{C}^∞ en y .

Il est clair que pour les domaines G_ν introduits au début de ce chapitre, la même représentation est valable avec les mêmes noyaux.

CHAPITRE III

UNE FORMULE DE RÉOLUTION
POUR L'ÉQUATION DE CAUCHY-RIEMANN

Si G est un domaine borné dans le plan avec un bord suffisamment régulier et g une fonction bornée \mathcal{C}^∞ sur G , alors la fonction

$$f(y) = \frac{1}{2\pi i} \int_G \frac{g(x)}{x - y} dx \wedge d\bar{x}, \quad y \in G,$$

satisfait l'équation différentielle $\frac{\partial f}{\partial \bar{y}} = g$.

Dans ce chapitre nous construisons au moyen du théorème 8 une solution de $\bar{\partial}\alpha = \beta$ sur un domaine strictement pseudo-convexe au moyen d'une intégrale de la même forme.