TABLE DES 2-RANG, 4-RANG ET 8-RANG DU 2-GROUPE DES CLASSES D'IDÉAUX AU SENS RESTREINT DE $Q(\sqrt{m})$ m ÉTANT UN ENTIER RELATIF SANS FACTEUR CARRÉ TEL QUE 1 < |m| < 10000

Autor(en): **Bouvier, Lyliane**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **18 (1972)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **29.03.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-45359

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

TABLE DES 2-RANG, 4-RANG ET 8-RANG DU 2-GROUPE DES CLASSES D'IDÉAUX AU SENS RESTREINT DE $\mathbf{Q}(\sqrt{m})$ m ÉTANT UN ENTIER RELATIF SANS FACTEUR CARRÉ TEL QUE $1 < |m| < 10\,000$

par Lyliane BOUVIER

Cette table a été établie en utilisant les méthodes de détermination du 4-rang et du 8-rang du 2-groupe des classes au sens restreint d'une extension quadratique de $\mathbf{Q}$ exposées par L. Redei et H. Reichardt dans [3], [4], [5] et [6], méthodes dont je résume ci-dessous les étapes essentielles. Les calculs numériques ont été effectués par l'ordinateur IBM 40-65 de Grenoble.

Soit m un entier relatif sans facteur carré, on note k l'extension $\mathbf{Q}(\sqrt{m})$ de $\mathbf{Q}$ et D son discriminant. Soit $\mathscr{H}$ le sous-groupe du groupe des classes d'idéaux au sens restreint engendré par les éléments dont l'ordre est une puissance de 2, $\mathscr{H}$ est encore appelé le 2-groupe des classes d'idéaux au sens restreint. On appelle 2^n-rang de $\mathscr{H}$ — on le désigne par R_n — la dimension du $\mathbf{Z}/2\mathbf{Z}$-espace vectoriel $\mathscr{H}^{2^{n-1}}/\mathscr{H}^{2^n}$ — cf. [1] —, c'est aussi le nombre de composantes d'ordre supérieur ou égal à 2^n qui interviennent dans une décomposition de $\mathscr{H}$ en produit direct de sous-groupes cycliques. On remarque alors que le nombre de sous-groupes d'ordre 2 de $\mathscr{H}$ qui sont contenus dans un sous-groupe cyclique d'ordre $\geqslant 2^n$ de $\mathscr{H}$, est égal à $2^{R_n} - 1$. Par suite, $\mathscr{H}$ étant isomorphe à son groupe dual, on montre que le nombre d'extensions quadratiques non ramifiées de k qui sont contenues dans une extension non ramifiée cyclique de degré 2^n de k est égal à $2^{R_n} - 1$. C'est en déterminant ce nombre pour $n = 2$ et $n = 3$ que l'on déterminera le 4-rang et le 8-rang de $\mathscr{H}$.

L'ensemble des extensions quadratiques non ramifiées de k est l'ensemble des extensions $\mathbf{Q}(\sqrt{D_1}, \sqrt{D_2})$ où D_1 et D_2 sont des nombres discriminants d'extensions quadratiques de $\mathbf{Q}$ (i.e.: $D_i \equiv 1 \pmod 4$ ou $D_i \equiv 8 \pmod{16}$ ou $D_i \equiv 12 \pmod{16}$ pour $i = 1, 2$) tels que $D_1 D_2 = D$ et que $D_i \neq 1$ pour $i = 1, 2$.

Définition 1 : On appelle *D-décomposition* un couple (D_1, D_2) d'entiers relatifs tels que D_1 et D_2 soient des nombres discriminants d'extensions quadratiques de $\mathbf{Q}$ et que $D_1 D_2 = D$.

En identifiant les couples (D_1, D_2) et (D_2, D_1), on voit que le nombre de D-décompositions est égal à 2^{R1}. La D-décomposition $(1, D)$ est appelée D-décomposition triviale.

Définition 2 : Une D-décomposition (D_1, D_2) non triviale est appelée *D-décomposition de n-ième espèce* (n entier > 1) si et seulement si $\mathbf{Q}(\sqrt{D_1}, \sqrt{D_2})$ est contenue dans une extension non ramifiée cyclique de degré 2^n de k.

Par convention, la D-décomposition $(1, D)$ est considérée comme une D-décomposition de n-ième espèce, quel que soit $n > 1$. On voit alors que le nombre de D-décomposition de n-ième espèce est égal à 2^{Rn}.

Pour déterminer R_2 (resp. R_3) il suffit donc de dénombrer les D-décompositions de 2e-espèce (resp. 3e-espèce). Pour cela nous allons utiliser la propriété caractéristique suivante démontrée par H. Reichardt dans [6].

Définition 2' : Soit n un entier naturel > 1, une D-décomposition non triviale (D_1, D_2) est une D-décomposition de n-ième espèce si et seulement si $\mathbf{Q}(\sqrt{D_1}, \sqrt{D_2})$ est contenue dans une extension non ramifiée cyclique de degré 2^{n-1} de k, dans laquelle tout idéal premier de k divisant D est totalement décomposé.

Dans le cas $n = 2$, nous obtenons en corollaire la proposition suivante:

Proposition 1 : Une D-décomposition non triviale (D_1, D_2) est une D-décomposition de 2e-espèce si et seulement si $\left(\frac{D_1}{q}\right) = +1$ quel que soit q premier divisant D_2 et $\left(\frac{D_2}{q}\right) = +1$ quel que soit q premier divisant D_1 (le symbole (—) désignant le symbole de Legendre-Jacobi-Kronecker).

Or si (D_1, D_2) est une D-décomposition de 2e-espèce non triviale, il existe des entiers relatifs non nuls x, y et z tels que x, yD_1 et zD_2 soient premiers entre eux deux à deux, que y soit pair et que $x^2 = y^2 D_1 + Z^2 D_2$ (si D est pair, y étant pair, D_1 est l'élément pair du couple (D_1, D_2)). En choisissant les signes de x et de y tels que

$$x + y \equiv 1 \pmod 4 \text{ si } D \text{ est impair}$$

et

$$x \equiv 1 \pmod 4 \text{ si } D \text{ est pair,}$$

on peut alors montrer la proposition suivante, démontrée par L. Redei dans [4]:

(N.B.: les conditions ci-dessus vérifiées par x, y et z seront désignées par la suite par conditions (1)).

Proposition 2: Une D-décomposition de 2e-espèce (D_1, D_2) non triviale est une D-décomposition de 3e-espèce si et seulement si il existe une D-décomposition $\mathscr{E} = (E_1, E_2)$ telle que

si $D \equiv 1 \pmod 4$ ou $D \equiv 8 \pmod{16}$

$$\left(\frac{2x\,\mathscr{E}}{q_2}\right) = +1 \qquad \text{et} \qquad \left(\frac{x\,\mathscr{E}}{q_1}\right) = +1$$

si $D \equiv 12 \pmod{16}$

$$\left(\frac{2x\,\mathscr{E}}{q_2}\right) = +1\,,\ \left(\frac{x\,\mathscr{E}}{q_1}\right) = +1 \qquad \textit{pour} \qquad q_1 \neq 2$$

$$\text{et} \qquad \left(\frac{(x+2y)\,\mathscr{E}}{2}\right) = +1$$

où q_i parcourt les diviseurs premiers de Di $(i=1, 2)$ avec $\left(\frac{a\,\mathscr{E}}{q}\right) = \left(\frac{a\,E_1}{q}\right)$ $\left(\text{resp. } \left(\frac{a\,E_2}{q}\right)\right)$ si q divise E_2 (resp. E_1).

Une méthode pour évaluer R_2 et R_3 consiste donc à déterminer l'ensemble des D-décompositions, puis parmi celles-ci l'ensemble des D-décompositions de 2e-espèce et enfin, parmi ces dernières celles qui sont de 3e-espèce.

Mais on peut aussi procéder de façon plus « mécanique » — cf. [3] et [4] —:

Soit t le nombre de diviseurs premiers de D que l'on désigne par P_i $(i=1, 2, ..., t)$ avec, si D est pair, $P_t = 2$. On sait que $R_1 = t - 1$. Notons $P_i^* = (-1)^{\frac{P_i - 1}{2}} P_i$ pour tout $i \in \{1, 2, ..., t\}$ tel que $P_i \neq 2$.

a. Considérons la matrice M_k suivante

$$M_k = \begin{bmatrix} \left(\frac{D/P_1^*}{P_1}\right) & \left(\frac{P_2^*}{P_1}\right) & \cdots & \left(\frac{P_i^*}{P_2}\right) & \cdots & \left(\frac{P_{t-1}^*}{P_2}\right) \\ \left(\frac{P_1^*}{P_2}\right) & \left(\frac{D/P_2^*}{P_2}\right) & \cdots & \left(\frac{P_i^*}{P_2}\right) & \cdots & \left(\frac{P_{t-1}^*}{P_2}\right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & & & \vdots \\ \left(\frac{P_1^*}{P_i}\right) & \left(\frac{P_2^*}{P_i}\right) & \cdots & \left(\frac{D/P_i^*}{P_i}\right) & \cdots & \left(\frac{P_{t-1}^*}{P_i}\right) \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ \left(\frac{P_1^*}{P_t}\right) & \left(\frac{P_2^*}{P_t}\right) & \cdots & \left(\frac{P_i^*}{P_t}\right) & \cdots & \left(\frac{P_{t-1}^*}{P_t}\right) \end{bmatrix}$$

C'est une matrice à $t-1$ colonnes et t lignes dont les éléments sont égaux à $+1$ ou -1. On dit que la i-ème colonne ($i=1, ..., t-1$) « appartient à P_i », avec $d = P_1^{*\varepsilon 1} P_2^{*\varepsilon 2} \ldots P_{t-1}^{*\varepsilon t-1}$ où les ε_i ($i=1, ..., t-1$) sont tous nuls et appartiennent à $\mathbf{Z}/2\mathbf{Z}$, on appelle « produit des colonnes appartenant à d» la colonne de t lignes dont l'élément de la j-ème ligne ($j=1, 2, ..., t$) est égal au produit des éléments de la j-ème ligne des colonnes appartenant aux P_i ($i=1, 2, ..., t-1$) qui divisent d. On appelle aussi « colonne unité », la colonne de t lignes dont tous les éléments sont égaux à $+1$.

On voit alors que la D-décomposition non triviale (D_1, D_2) est une D-décomposition de 2e-espèce si et seulement si le produit des colonnes appartenant à D_1 (ou à D_2 si P_t divise D_1) est la colonne unité. En conséquence:

Proposition 1' : 2^{R2} est égal au nombre d'éléments $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_{t-1})$ de $(\mathbf{Z}/2\mathbf{Z})^{t-1}$ tels que le produit des colonnes appartenant à $d = P_1^{*\varepsilon 1} P_2^{*\varepsilon 2} \ldots P_{t-1}^{*\varepsilon t-1}$ soit égal à la colonne unité, en associant, par convention, la colonne unité à $d = P_1^{*0} P_2^{*0} \ldots P_{t-1}^{*0}$.

b. Soient (D_1, D_2) une D-décomposition de 2e-espèce non triviale et x, y et z des entiers relatifs vérifiant les conditions (1). Considérons la matrice $M_k(x)$ suivante:

$$M_k(x) = \begin{bmatrix} \left(\frac{D/P_1^*}{P_1}\right) & \left(\frac{P_2^*}{P_1}\right) & \cdots & \left(\frac{P_{t-1}^*}{P_1}\right) & \left(\frac{a}{P_1}\right) \\ \left(\frac{P_2^*}{P_2}\right) & \left(\frac{D/P_2^*}{P_2}\right) & \cdots & \left(\frac{P_{t-1}^*}{P_2}\right) & \left(\frac{a}{P_2}\right) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \left(\frac{P_1^*}{P_t}\right) & \left(\frac{P_2^*}{P_t}\right) & \cdots & \left(\frac{P_{t-1}^*}{P_t}\right) & \left(\frac{a}{P_t}\right) \end{bmatrix}$$

C'est une matrice à t lignes et t colonnes telle que, si D est impair, P_t divise D_1 et où

$$\left(\frac{a}{P_i}\right) = \begin{cases} \left(\frac{2x}{P_i}\right) & \text{si } P_i \text{ divise } D_2 \\ \left(\frac{x}{P_i}\right) & \text{si } P_i \text{ divise } D_1 \text{ et } i \neq t \\ \left(\frac{x+2y}{P_t}\right) & \text{si } D \equiv 12 \pmod{16}, \left(\frac{x}{q_t}\right) \text{ sinon.} \end{cases}$$

En utilisant les mêmes conventions que précédemment et en désignant la dernière colonne de $M_k(x)$ par « la colonne appartenant à P_t », on obtient la proposition suivante:

Proposition 2′ : La D-décomposition de 2e-espèce non triviale (D_1, D_2) est une D-décomposition de 3e-espèce si et seulement si il existe $d = P_1^{*\varepsilon 1} P_2^{*\varepsilon 2} \ldots P_{t-1}^{*\varepsilon t-1}$ avec $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_{t-1})$ appartenant à $(\mathbf{Z}/2\mathbf{Z})^{t-1}$ tel que le produit des colonnes appartenant à $d.p_t$ soit la colonne unité.

Le programme employé pour déterminer R_2 et R_3 a été établi en utilisant les propositions 1′ et 2′ et écrit en Algol 60.

L'entier $m > 0$ étant sans facteur carré, on détermine successivement le 4-rang $\tilde{R}_2$ et le 8-rang $\tilde{R}_3$ correspondant à $\tilde{k} = \mathbf{Q}(\sqrt{-m})$, puis le 4-rang R_2 et le 8-rang R_3 correspondant à $k = \mathbf{Q}(\sqrt{m})$. Ceci non seulement pour utiliser le fait que les éléments des tableaux $M_{\tilde{k}}$ et M_k sont presque tous identiques mais aussi pour tenir compte de l'inégalité $\tilde{R}_2 \geqslant R_2$ démontrée

par P. Domey et J. J. Payan — cf. [2] —, et qui permet de simplifier le programme.

Schéma du programme :

1. Introduction de $m > 0$ dans la machine.
2. Test pour savoir si m est sans facteur carré.
3. Détermination des facteurs premiers de m.
4. a. Remplissage du tableau $M_{\tilde{k}}$.
   b. Recherche des quantités D_2 qui correspondent à des produits de colonnes égaux à la colonne unité et détermination de $\tilde{R}_2$ (si $\tilde{R}_2 = 0$, alors $\tilde{R}_3 = R_2 = R_3 = 0$).
   c. Avec chacune des quantités D_2:
      1. Recherche d'une solution $dX^2 = Y^2 D_1 + Z^2 D_2$ vérifiant les conditions (1).
      2. Remplissage de $M_{\tilde{k}}(x)$.
      3. Test pour savoir si (D_1, D_2) est une D-décomposition de 3e-espèce et détermination de $\tilde{R}_3$.
5. a. Modification de $M_{\tilde{k}}$ pour obtenir M_k.
   b. Cf. 4.b.
   c. Cf. 4.c.

Pour déterminer une solution de l'équation $X^2 = Y^2 D_1 + Z^2 D_2$, on se ramène d'abord à résoudre l'équation équivalente du type $a\alpha^2 = b\beta^2 + c\gamma^2$ où a, b et c sont des entiers strictement positifs. On fait ensuite calculer une solution en entiers α, β et γ de l'équation $a\alpha^2 = b\beta^2 + c\gamma^2$ en programmant des essais méthodiques, dans l'ordre croissant, pour l'entier α, puis, α étant fixé, pour l'entier β: on prend pour valeur initiale de α la partie entière de $\dfrac{b+c}{a}$ et, pour une valeur de α fixée, on fait balayer par β les valeurs comprises entre 1 et $\sqrt{\dfrac{a\alpha^2 - c}{b}}$; on itère le procédé jusqu'à ce que l'on obtienne une solution.

Bien que les calculs aient été faits à la machine pour $1 < |m| < 10\,000$, nous ne donnons ici qu'un extrait des tables ainsi obtenues [1]). Cet extrait

[1]) Un exemplaire roneotypé complet de ces tables peut être obtenu à l'Institut de mathématiques pures, Boîte postale 116, 38 — Saint-Martin d'Hères, France.

correspond à $4600 < |m| < 5200$, cette tranche de nombres est telle que l'on trouve la plupart des valeurs obtenues pour (R_1, R_2, R_3) et $(\tilde{R}_1, \tilde{R}_2, \tilde{R}_3)$ lorsque $|m|$ varie de 1 à 10 000.

On peut noter cependant que, pour les valeurs de $|m|$ inférieures à 10 000, deux extensions seulement ont un 8-rang du 2-groupe des classes d'idéaux au sens restreint strictement supérieur à 1; il s'agit de $\mathbf{Q}(\sqrt{-6497})$ et $\mathbf{Q}(\sqrt{-7966})$, pour lesquelles $\tilde{R}_3$ est égal à 2.

On peut aussi remarquer que, alors que la différence $\tilde{R}_2 - R_2$ est toujours positive ou nulle — cf. [2] —, il n'en est pas de même pour $\tilde{R}_3 - R_3$ par exemple pour $\mathbf{Q}(\sqrt{-4705})$ et $\mathbf{Q}(\sqrt{4705})$, $\tilde{R}_3 - R_3 = -1$.

TABLEAU I: R_1, R_2, R_3 pour $\mathbf{Q}(\sqrt{m})$.

m	R_1	R_2	R_3	m	R_1	R_2	R_3	m	R_1	R_2	R_3	m	R_1	R_2	R_3
4607	2	1	1	4767	3	1	0	4899	3	1	1	5066	2	1	0
4614	2	1	0	4777	1	1	0	4902	3	1	0	5069	1	1	0
4633	1	1	0	4786	1	1	0	4930	3	1	0	5105	1	1	1
4645	1	1	0	4807	3	1	1	4939	2	1	0	5109	2	1	0
4658	2	2	0	4810	3	2	0	4946	1	1	0	5134	2	1	0
4669	2	1	1	4827	2	1	0	4953	2	1	0	5135	3	1	0
4674	3	1	0	4830	4	1	0	4971	2	1	1	5138	2	1	0
4705	1	1	1	4834	1	1	0	4981	1	1	1	5141	1	1	0
4711	2	1	0	4838	2	1	0	5002	2	1	1	5181	2	1	0
4715	3	1	0	4849	1	1	0	5017	1	1	0	5183	2	1	1
4717	1	1	0	4882	1	1	0	5026	2	1	0	5186	1	1	1
4718	2	1	0	4890	3	1	0	5037	2	1	0	5190	3	1	0
4738	2	1	1	4891	2	1	0	5042	1	1	0				
4754	1	1	0	4895	3	1	0	5045	1	1	0				
4763	2	1	0	4898	2	1	0	5057	1	1	0				

TABLEAU II: $\tilde{R}_1$, $\tilde{R}_2$, $\tilde{R}_3$ pour $\mathbf{Q}(\sqrt{-m})$.

m	$\tilde{R}_1$	$\tilde{R}_2$	$\tilde{R}_3$	m	$\tilde{R}_1$	$\tilde{R}_2$	$\tilde{R}_3$	m	$\tilde{R}_1$	$\tilde{R}_2$	$\tilde{R}_3$	m	$\tilde{R}_1$	$\tilde{R}_2$	$\tilde{R}_3$
4602	3	1	1	4754	1	1	0	4899	2	1	1	5069	2	1	0
4605	3	1	1	4763	1	1	0	4902	3	1	1	5073	3	1	0
4607	1	1	1	4766	1	1	1	4907	1	1	0	5074	2	1	0
4613	2	1	0	4767	2	1	1	4917	3	1	0	5079	1	1	1
4614	2	1	0	4771	1	1	0	4921	3	1	0	5081	1	1	0
4619	1	1	0	4777	2	2	1	4930	3	1	1	5083	2	1	0
4622	1	1	0	4781	2	1	1	4935	3	1	0	5086	1	1	1
4631	1	1	0	4786	1	1	1	4937	1	1	0	5089	2	1	1
4633	2	2	1	4790	2	1	1	4939	1	1	1	5095	1	1	1
4634	2	1	0	4791	1	1	0	4942	2	1	0	5102	1	1	1
4641	4	1	1	4793	1	1	1	4946	1	1	1	5105	2	1	0
4642	2	1	0	4794	3	1	1	4953	3	1	1	5106	3	1	0
4645	2	1	1	4798	1	1	1	4955	1	1	0	5109	3	1	1
4646	2	1	0	4801	1	1	1	4962	2	1	1	5113	1	1	0
4647	1	1	1	4807	2	1	0	4963	1	1	0	5115	3	1	0
4649	1	1	1	4810	3	2	0	4965	3	1	0	5117	3	1	1
4657	1	1	1	4817	1	1	1	4966	2	1	0	5129	2	1	0
4658	2	2	1	4818	3	1	1	4969	1	1	1	5134	2	2	1
4665	3	1	0	4821	2	1	0	4971	1	1	1	5135	2	1	0
4669	3	1	1	4823	2	1	1	4978	2	1	0	5138	2	1	1
4673	1	1	0	4826	2	1	0	4981	2	1	1	5141	2	1	0
4674	3	1	0	4827	1	1	0	4982	2	1	0	5143	1	1	1
4677	2	1	0	4829	2	1	0	4985	2	1	0	5153	1	1	0
4681	2	1	1	4830	4	1	0	4993	1	1	1	5154	2	1	0
4683	2	1	1	4834	1	1	0	4994	2	1	1	5155	1	1	0
4687	1	1	1	4838	2	1	0	5002	2	1	1	5159	2	1	0
4690	3	1	1	4841	2	1	1	5005	4	1	0	5161	2	1	0
4699	1	1	0	4843	1	1	1	5006	1	1	0	5173	2	1	0
4702	1	1	1	4845	4	1	0	5007	1	1	0	5174	2	1	0
4705	2	1	0	4846	1	1	0	5009	1	1	0	5177	2	1	0
4710	3	1	1	4849	2	1	1	5010	3	1	0	5178	2	1	1
4711	1	1	0	4853	2	1	1	5015	2	1	0	5181	3	1	0
4715	2	1	0	4855	1	1	0	5017	2	1	1	5182	1	1	1
4717	2	1	0	4858	2	1	0	5026	2	1	0	5183	1	1	1
4718	2	2	1	4863	1	1	0	5033	2	1	0	5185	3	1	1
4721	1	1	1	4866	2	1	0	5034	2	1	0	5186	1	1	1
4722	2	1	0	4867	1	1	1	5037	3	2	0	5187	3	1	0
4729	1	1	1	4882	1	1	1	5042	1	1	0	5190	3	2	1
4730	3	1	0	4889	1	1	1	5045	2	1	0	5191	1	1	1
4738	2	1	1	4890	3	1	1	5053	2	1	0	5195	1	1	1
4741	2	1	0	4891	1	1	0	5057	2	1	1	5198	2	1	0
4745	3	1	0	4894	1	1	1	5063	1	1	0				
4747	1	1	1	4895	2	2	1	5065	2	1	0				
4749	2	1	1	4898	2	1	0	5066	2	1	0				

N.B.: Dans le tableau I ne sont pas mentionnées les valeurs de m telles que, pour $\mathbf{Q}(\sqrt{m})$, $R_2 = 0$. De même, les valeurs de m telles que, pour $\mathbf{Q}(\sqrt{-m})$, $\tilde{R}_2 = 0$ ne sont pas mentionnées dans le tableau II.

BIBLIOGRAPHIE

[1] BOURBAKI, N. *Algèbre*, chap. VII, §4, exercice.

[2] DAMEY, P. et J. J. PAYAN. Existence et construction des extensions galoisiennes et non-abéliennes de degré 8 d'un corps de caractéristique différente de 2. *J. reine angew. Math. 244* (1970), 37-54.

[3] REDEI, L. Arithmetischer Beweis des Satzes über die Anzhal der durch 4 teilbaren Invarianten der absoluten Klassengruppe im quadratischen Zahlkörper. *J. reine angew. Math. 171* (1934), 55-64.

[4] —— Über die Grundeinheit und die durch 8 teilbaren Invarianten der absoluten Klassengruppe im quadratischen Zahlkörper. *J. reine angew. Math. 171* (1934), 131-148.

[5] —— und H. REICHARDT. Die Anzahl der durch 4 teilbaren Invarianten der Klassengruppe eines beliebigen quadratischen Zahlkörpers. *J. reine angew. Math. 170* (1933), 69-74.

[6] REICHARDT, H. Zur Struktur der absoluten Idealklassengruppe im quadratischen Zahlkörper. *J. reine angew. Math. 170* (1933), 75-82.

(Reçu le 26 octobre 1971)

Lyliane Bouvier
Institut de mathématiques pures
Boîte postale 116
F-38 — Saint-Martin d'Hères