

# JOVAN KARAMATA (1902-1967)

Autor(en): **Tomi, M.**

Objektyp: **Obituary**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **15 (1969)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **19.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# JOVAN KARAMATA

(1902-1967)

Jovan Karamata est issu d'une ancienne famille commerçante de Zemun, petite ville au bord du Danube, vis-à-vis de Belgrade. Avant la première guerre mondiale, Zemun était la ville frontière entre la Serbie et l'ancien empire austro-hongrois. Jovan Karamata est né à Zagreb (Yougoslavie) le 1<sup>er</sup> février 1902, mais il a toujours considéré Zemun comme sa ville natale. C'est là qu'il fit ses trois premières années de lycée, quand la guerre éclata en 1914. Comme Zemun était en première ligne du front, son père l'envoya en Suisse ainsi que sa sœur et ses frères. C'est à Lausanne qu'il termina en 1920 ses études secondaires, au Gymnase scientifique. La même année, il commençait ses études supérieures à la Faculté technique de Belgrade, et en 1922, après le premier certificat, il continuait ses études à la Faculté des sciences mathématiques et naturelles de Belgrade où il obtint en 1925 la licence ès sciences mathématiques. Quelques mois plus tard, en 1926, il soutenait sa thèse [2]. Il passa l'année 1927-1928 à Paris comme boursier de la Fondation Rockefeller. Un an plus tard, il fut nommé assistant à l'Université de Belgrade, puis en 1930, maître de conférences à la Faculté des sciences. En 1937 il est devenu professeur de mathématiques à l'Université de Belgrade, et après la deuxième guerre mondiale, en 1950, professeur ordinaire de la même Université. En 1951 il fut nommé professeur ordinaire à l'Université de Genève.

En 1933, il était élu membre correspondant de l'Académie yougoslave des sciences et des beaux-arts de Zagreb, en 1936, membre correspondant de la Regia Societas Scientiarum Bohemica (Prague). En 1939 il fut élu membre correspondant et en 1948 membre de l'Académie serbe des sciences et des arts de Belgrade.

Depuis 1954, il était membre du comité de rédaction et directeur de la revue *L'Enseignement Mathématique*. C'est depuis ce moment que cette revue a beaucoup changé dans sa forme et son contenu.

En 1931, Jovan Karamata épousa M<sup>lle</sup> Emilie Nikolajević. Ils avaient trois enfants, deux fils et une fille. M<sup>me</sup> Karamata mourut en 1959.

Jovan Karamata a succombé à une grave maladie le 14 août 1967 à Genève. Ses cendres reposent dans sa ville natale, au cimetière de Zemun.

C'est Michel Petrovitch (1863-1943), professeur à l'Université de Belgrade, qui devait lui faire entrevoir les horizons de la science mathématique. Petrovitch, ancien élève de l'École normale supérieure, disciple de Darboux, Picard et Painlevé fut bien connu avant 1914 par ses recherches sur les équations différentielles et sur la théorie des fonctions, en particulier sur les fonctions définies par les séries de puissances. Ce sont ses dernières recherches qui ont attiré l'attention du jeune Karamata. Malheureusement, la guerre devait bouleverser la vie de Petrovitch et l'a laissé assez fatigué. Mais malgré tout, son influence fut très grande dans la vie scientifique de Jovan Karamata. Son conseil, qu'il faut faire des recherches parmi les résultats contemporains, le véritable progrès se trouvant dans les méthodes nouvelles, a été suivi sans restrictions par son élève. Karamata a souvent dit que son vrai maître en analyse classique était aussi le fameux livre de G. Pólya et G. Szegö: *Aufgaben und Lehrsätze aus der Analysis*<sup>1)</sup>. C'est là qu'il a trouvé l'idée pour sa thèse [2]. C'est là aussi qu'il a appris ce que signifie le style en mathématiques, en particulier en analyse classique: ce moyen d'exprimer les faits mathématiques avec un minimum d'outils et de symboles, en donnant la plus grande clarté possible, avec un ordre naturel dans les preuves, évitant les phrases « il est facile de démontrer... », « il est clair que... ». Il est certain qu'à cette époque, vers 1925, il existait en analyse un nombre de résultats importants démontrés avec une élégance extrême, qui pouvaient servir comme modèles de démonstration. Un grand nombre de tels modèles se trouvent dans la collection de Pólya et Szegö, exposés d'une manière attrayante avec beaucoup de références.

Aujourd'hui l'analyse classique n'a peut-être plus une telle signification, l'attrait et l'influence qu'elle avait il y a quarante ans, à l'époque où Karamata lui a consacré ses jours. Privée de certaines propriétés fondamentales des mathématiques modernes, par exemple de la notion de structure, elle ressemble pour la plupart des mathématiciens contemporains à une collection de théorèmes isolés. Si l'on ne sait pas sentir la beauté d'un tel théorème isolé, ces résultats peuvent sembler sans but, une sorte d'art pour l'art. Mais il y a en analyse classique — ainsi que dans tous les domaines mathématiques — des théorèmes qui ne seront pas dissouts par les théories nouvelles de l'avenir. Ce sont les résultats qui n'appartiennent pas à une époque déterminée ni à un domaine spécial — ils font le véritable progrès de la Science. Toutes les contributions qui se groupent autour de tels résultats en les amplifiant, expliquant ses conséquences, donnant des applications

---

<sup>1)</sup> Springer (Berlin), 1925.

dans divers domaines mathématiques, représentent aussi un succès considérable.

L'œuvre de Jovan Karamata appartient à l'analyse classique, à l'époque où elle a culminé et donné des résultats durables. Karamata a possédé les qualités et les caractéristiques des grands analystes de cette époque. Il a aimé l'élégance dans les démonstrations, cette sorte d'art qui éveille l'enthousiasme pour les mathématiques, ainsi que les démonstrations originales et les idées inattendues, assez fréquentes chez les jeunes mathématiciens. C'est peut-être la raison pour laquelle il a quelque fois fait sienne l'opinion de Hardy que la science mathématique est le jeu de jeunes gens.

Comme nous l'avons dit, il s'est inspiré dans sa thèse [2] des *Aufgaben und Lehrsätze* de Pólya et Szegö (t. I, chap. 4). Cette thèse contient une généralisation de la notion de H. Weyl d'équirépartition de nombres modulo un, avec quelques applications. Le problème central de cette thèse est le suivant. Soit  $\{ a_{vn} \}$  une suite à double entrée de nombres réels bornés :  $a < a_{vn} < b$ , et  $f(x)$  une fonction  $R$ -intégrable dans  $[a, b]$ ; sous quelles conditions imposées à la suite  $\{ a_{vn} \}$  et à la fonction  $f(x)$  la limite suivante existe-t-elle

$$\lim_{n \rightarrow \infty} A_n(f) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n f(a_{vn}) \right\} = A(f) ?$$

Pour répondre à cette question, il introduit la notion de répartition d'une suite à double entrée, définie par

$$v(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r_n(x)}{n},$$

où  $r_n(x)$  désigne le nombre des  $a_{vn}$  plus petits que  $x$ , pour  $n$  fixe. Pour une suite ordinaire et si  $v(x) = x$ , ceci se réduit à la notion de Weyl d'équirépartition de nombres modulo un<sup>1)</sup>. La réponse de Karamata est la suivante.  $A(f)$  existe toutes les fois que la fonction de répartition  $v(x)$  existe pour tout point de  $[a, b]$  sauf peut-être pour les points d'un ensemble dénombrable et sous la condition que les points de discontinuité de  $v(x)$  et  $f(x)$  ne coïncident pas. Dans ce cas on a

$$A(f) = \int_0^1 f[\mu(\xi)] d\xi,$$

où  $\mu(x)$  est la fonction inverse de  $v(x)$ . Il donne alors une suite de conditions nécessaires et suffisantes pour l'existence de la fonction  $v(x)$ , en généralisant

<sup>1)</sup> *Math. Ann.*, t. 77, pp. 313-315.

ainsi les résultats de Weyl, Pólya et Fejér. Finalement, il applique les résultats obtenus à la détermination du domaine de convergence de la série  $\sum a_\nu P_\nu(x)$  où les  $P_\nu(x)$  sont des polynômes à coefficients réels. Le problème se réduit à l'évaluation de la fonction de répartition  $\nu(x)$  des zéros des polynômes  $P_\nu(x)$ . Dans le cas, où les  $P_\nu(x)$  sont des polynômes orthogonaux, le problème avait été posé et résolu par G. Szegő<sup>1)</sup>.

Malheureusement cette thèse, publiée en serbe, resta inaccessible à la plupart des mathématiciens s'occupant des équirépartitions. Nous remarquons qu'une suite de résultats donnés par Karamata dans sa thèse étaient démontrés indépendamment et presque en même temps par I. Schoenberg dans sa belle thèse<sup>2)</sup>.

Vu que les  $A_n(f)$  sont des fonctionnelles linéaires, Karamata a donné dans les *Comptes-Rendus* [3] un théorème<sup>3)</sup> sur les suites de fonctionnelles linéaires qu'il a utilisé dans sa thèse. Il s'agit du théorème suivant: Soient  $A_n(f)$  et  $A(f)$  des fonctionnelles linéaires portant sur les fonctions continues dans  $[a, b]$  et soient  $\alpha_n(x)$  et  $\alpha(x)$  leurs fonctions génératrices avec  $\alpha_n(a) = \alpha(a) = 0$ ,  $\alpha_n(x)$  étant non-décroissantes. Pour que la suite  $A_n(f)$  tende vers  $A(f)$  pour toute fonction continue  $f(x)$ , il faut et il suffit que la suite  $\alpha_n(x)$  elle-même tende vers  $\alpha(x)$  en tout point de continuité de  $\alpha(x)$ .

Karamata m'a souvent dit: « J'ai tout d'abord voulu approfondir mes connaissances sur les fondements de la théorie des fonctions. C'est la raison pour laquelle j'ai commencé par l'étude de la théorie des séries. Mais quand j'eus appris cela, il s'y est trouvé tant de résultats anciens et nouveaux qui ont capté mon attention, que je suis resté là. » Dans ce domaine de l'analyse, il a fait les plus belles de ses recherches, celles qui ont fait connaître le nom de Karamata parmi les mathématiciens. Ce sont d'abord ses recherches sur les problèmes de sommabilité, et en particulier sa démonstration du théorème de Littlewood<sup>4)</sup> sur l'inversion du théorème d'Abel. Ce théorème peut être formulé comme suit: Soit  $f(x) = \sum a_n x^n$  convergente pour  $|x| < 1$  et supposons que  $f(x)$  tend vers une limite finie  $s$  lorsque  $x \rightarrow 1 - 0$  (c'est-à-dire que la série  $\sum a_n$  est  $A$ -sommable); si  $a_n = O(1/n)$ , alors la série  $\sum a_n$  converge et sa somme est  $s$ . Il existe aujourd'hui une littérature très abondante sur les théorèmes inverses des procédés de sommation — nommés théorèmes tauberiens. Après la théorie générale de Wiener (1932), exposée à la manière classique dans les livres de Hardy,

1) *Math. Ann.*, t. 82, p. 188.

2) *Math. Zeit.*, t. 28 (1928), pp. 177-199.

3) Voir aussi: F. RIESZ et B. SZ. NAGY, *Leçons d'analyse fonctionnelle*, Paris 1955, p. 121.

4) *Proc. London Math. Soc.* (2) t. 9 (1911), pp. 434-448.

Widder, Pitt, etc., A. Beurling<sup>1)</sup> a aussi donné une version abstraite de cette théorie, qui a été développée ensuite dans toute sa généralité par Gelfand, Godement et Segal. Mais les méthodes élémentaires de Littlewood et de Karamata présentent toujours un intérêt, en particulier s'il s'agit de résultats numériques, par exemple sur le reste dans le théorème de Littlewood. Un bel aperçu sur toutes ces méthodes de démonstration a été donné par A.E. Ingham dans un article récent<sup>2)</sup>. Parmi les méthodes élémentaires, celle de Karamata est certainement la plus simple et la plus élégante. C'est un modèle de démonstration en analyse classique, inséré dans des monographies comme celles de Titchmarsh, Knopp, Zygmund. La portée de cette méthode ressort du fait que le théorème de Littlewood n'est pas un théorème tauberien seulement, mais aussi un résultat important dans la théorie des fonctions. La méthode de Karamata est fondée sur le théorème de Weierstrass concernant l'approximation des fonctions continues par polynômes. L'idée de la démonstration est la suivante. Si l'on pose

$$g(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x < e^{-1}, \\ 1, & e^{-1} \leq x \leq 1, \end{cases}$$

alors, à tout  $\varepsilon > 0$  correspond un polynôme  $p(x)$  tel que

$$\int_0^1 |x^{-1} g(x) - p(x)| dx < \varepsilon.$$

De ce fait et des « conditions tauberiennes »  $na_n = O(1)$  résulte, d'une façon extrêmement simple, que  $\sum a_n$  est  $C$ -sommable. Le simple lemme de Hardy:

$C - \sum a_n$  et  $|na_n| \leq K$  entraînent la convergence de  $\sum a_n$ , donne alors le théorème de Littlewood. Karamata a obtenu sa démonstration en 1929, mais il n'était pas convaincu de sa portée. Il a envoyé à Landau une petite note en demandant son opinion. C'est Landau qui l'a publiée tout de suite dans le *Mathematische Zeitschrift* [16]. En 1952, H. Wielandt<sup>3)</sup> a montré qu'on peut éviter le passage par la sommabilité de Cesàro, ce qui sera très utile dans les démonstrations du théorème de Littlewood qui donnent le reste. Les théorèmes de ce type ont été donnés par A.G. Postnikov<sup>4)</sup>, G. Freud<sup>5)</sup> et J. Korevaar<sup>6)</sup> en s'appuyant sur la méthode de Karamata.

<sup>1)</sup> *Acta Math.*, t. 77 (1945), pp. 127-136.

<sup>2)</sup> *Proc. London Math. Soc.*, t. 14a (1965), pp. 157-173.

<sup>3)</sup> *Math. Zeit.*, t. 56 (1952), pp. 206-209.

<sup>4)</sup> *Doklady Akad. Nauk SSSR* (N.S.) t. 77 (1951), pp. 193-196.

<sup>5)</sup> *Acta Math. Acad. Sci. Hungar.*, t. 2 (1952), pp. 299-308.

<sup>6)</sup> *Indag. Math.*, t. 16 (1954), pp. 36-45.

Entre les deux guerres mondiales Karamata a publié une série de travaux sur les problèmes de nature tauberienne. En partant de l'idée essentielle de Wiener sur l'impossibilité d'évanouissement de la transformée de Fourier, il a donné une nouvelle méthode de démonstration des divers théorèmes tauberiens. La méthode est basée sur les familles normales des fonctions [55]. Cette méthode lui a permis de trouver les relations importantes entre les divers théorèmes de nature tauberienne [39]. La synthèse de ces travaux se trouve dans la petite monographie de la collection de Hermann [60]. Nous citerons encore ici son idée se rapportant aux théorèmes tauberiens dans le domaine complexe [66]. Il a démontré: Soit (\*)  $f(z) = \sum a_n z^n$  convergente dans  $|z| < 1$  et  $f(z)$  bornée dans  $K: |z - \frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$ . Pour que la série (\*) en  $z = 1$  soit  $B$  (Borel-)sommable vers  $s$ , il faut et il suffit que la série de Fourier de  $f$  sur  $K$  converge dans le même point vers  $s$ . De plus, Karamata a présumé le cas général de ce problème en remplaçant  $K$  par une parabole ayant un contact d'ordre  $k - 1$  ( $k \geq 1$ ) avec l'axe des imaginaires, donc un théorème intermédiaire entre le résultat de Landau-Wiener ( $k = \infty$ ) et celui de Littlewood-Schmidt ( $k = 1$ ). Ce cas général a été résolu par son élève V.G. Avakumović dans sa thèse<sup>1)</sup>.

C'est sans doute au cours de ces années, entre 1930 et 1937, qu'il a donné ses plus beaux résultats, et également dans les autres domaines de l'analyse. Nous en mentionnons quelques-uns: [22], [30], [63], [25]. Ils sont souvent cités dans la littérature. Ces notes ressemblent à celles des grands maîtres de l'analyse. Quelquefois, un fait extrêmement élémentaire l'a conduit aux résultats intéressants. Ainsi, dans [25], du théorème connu de Cauchy-Jensen il a déduit comme conséquences presque immédiates, un nombre de théorèmes élémentaires de nature mercerienne.

Dans cette période tombe aussi une découverte importante de Karamata: c'est la notion de *fonctions à croissance lente*, plus précisément les fondements de la théorie de telles fonctions. Le germe de la définition des fonctions à croissance lente se trouve déjà chez Landau<sup>2)</sup>. Mais c'est Robert Schmidt qui en généralisant les « conditions tauberiennes » dans son important travail « Über divergente Folgen und lineare Mittelbildungen »<sup>3)</sup> a donné une nouvelle définition de cette classe de fonctions — nommées fonctions lentement oscillantes. D'après lui, une fonction  $\psi(x)$  définie pour  $x > 0$  et telle que  $\psi(y) - \psi(x) \rightarrow 0$  lorsque  $x \rightarrow \infty$ ,

1) Sur le comportement des intégrales de Laplace sur leur frontière de convergence (en serbe). Belgrade 1940, 40 p. Voir aussi: *C. R. Acad. Sci.*, Paris, 204 (1937), 204-205; et *Mathematische Zeitschrift* 46 (1940), 62-66; *ibid.*, pp. 67-69.

2) *Bull. Acad. Belgique* (1911), p. 444.

3) *Math. Zeit.*, t. 22 (1925), pp. 89-152.

avec  $y > x$  et  $y/x \rightarrow 1$ , est lentement oscillante; elle est très lentement oscillante si ceci a lieu lorsque  $y/x$  tend vers une limite finie et positive. En réalité, R. Schmidt n'utilise ces notions que pour des suites. Ce sont ses « langsam oszillierende » und « sehr langsam oszillierende » Folgen, qui généralisent et expliquent le rôle des conditions  $na_n = o(1)$  de Tauber et  $na_n = O(1)$  de Littlewood. Dans ses travaux [15] et [37] Karamata a repris la définition de Landau. D'après lui, une fonction à croissance lente est une fonction  $L(x)$  définie pour  $x > 0$ , positive, continue et telle que

$$(1) \quad \frac{L(\lambda x)}{L(x)} \rightarrow 1 \quad (x \rightarrow \infty) \text{ pour tout } \lambda > 0 \text{ fixe.}$$

C'est le mérite de Karamata d'avoir pu, en partant de cette simple définition, créer la théorie générale de cette classe de fonctions. De (1) il a déduit non seulement les propriétés les plus importantes de ces fonctions, mais aussi leur représentation canonique à savoir

$$(2) \quad L(x) = c(x) e^{\int_0^x \frac{\varepsilon(u)}{u} du}$$

où  $c(x) \rightarrow c > 0$  et  $\varepsilon(x) \rightarrow 0$  lorsque  $x \rightarrow \infty$ .

Il ne faut pas oublier à quelle époque cette théorie a été développée. Il n'existait alors que peu de résultats provenant d'une simple définition. Les applications des fonctions à croissance lente qui augmentent de jour en jour dans divers domaines mathématiques — de la probabilité à l'analyse (séries et intégrales trigonométriques) — montrent la fertilité de cette classe de fonctions, aujourd'hui connues sous le nom de fonctions à croissance lente au sens de Karamata. Il suffit de jeter un coup d'œil sur le livre de W. Feller<sup>1)</sup> pour s'en persuader. Karamata n'applique lui-même son concept de fonction à croissance lente que dans le même but que R. Schmidt: afin de généraliser les théorèmes tauberiens. Ainsi, dans [55] Karamata remplace la classe des fonctions  $\varphi(x) = ax^\sigma \log_k x$  par une fonction positive plus générale, par la fonction  $\varphi(x)$  à croissance régulière. C'est une fonction positive qui croît avec  $x$  vers l'infini et telle que

$$(3) \quad \frac{1}{x \varphi(x)} \int_0^x \varphi(t) dt \rightarrow \frac{1}{\sigma + 1}, \quad \sigma \geq 0 \quad (x \rightarrow \infty).$$

<sup>1)</sup> *An Introduction to Probability Theory and its Applications*. John Wiley and Sons, New York (1966). Vol. II, chap. VIII.



Alors on a

$$(4) \quad \varphi(x) = x^\sigma L(x)$$

où  $L(x)$  est une fonction à croissance lente définie par (1). Inversément, de (4) et de (1) résulte (3).

Finalement, Karamata a introduit une classe plus vaste [51] que la classe des fonctions  $\varphi(x)$ . C'est la  $R-O$ -classe. Une fonction  $g(x)$  appartient à cette classe s'il existe des nombres  $\gamma > 0$  et  $\Gamma > 0$  tels que  $x^\gamma g(x)$  est presque croissante,  $x^{-\Gamma} g(x)$  presque décroissante. Il est intéressant que la  $R-O$ -classe a beaucoup en commun avec une classe de fonctions introduite par N.K. Bari et S.B. Stečkin<sup>1)</sup> et appliquée aux divers problèmes de la théorie de l'approximation. Bien entendu, la note [51] de Karamata n'était pas connue de Bari et Stečkin. Evidemment, les classes de fonctions  $L$ ,  $\varphi$  et  $g$  introduites et développées avec toutes leurs propriétés par Karamata étaient une très bonne idée. Leurs applications dans divers domaines mathématiques montrent sans ambiguïté qu'elles sont devenues un appareil utile qui remplace la puissance et le logarithme itéré, ainsi que leurs produits, par des classes plus générales. Remarquons que la représentation canonique (2) de  $L(x)$  et ses propriétés fondamentales ont été démontrées par J. Korevaar, T. van Ardenne-Ehrenfest et N.G. de Bruijn<sup>2)</sup> en supposant seulement que  $L(x)$  soit  $L$ -intégrable.

En pleine activité, Karamata ne se limitait pas aux travaux scientifiques seulement. A cette époque, il a visité un grand nombre d'universités d'Europe occidentale, donnant des conférences sur ses recherches. Il a aussi participé à presque tous les congrès mathématiques, faisant connaissance avec de nombreux savants. Il est resté en amitié cordiale avec des personnalités telles que Landau, Knopp, Schur, Fejér... Mentionnons enfin, de cette époque, ses références dans le *Zentralblatt für Mathematik*, pleins de contenu.

Son activité scientifique et ses plans ont été interrompus brusquement par les crises à la veille de la deuxième guerre mondiale et par la guerre elle-même. Dans la misère des années de guerre, tout travail scientifique à Belgrade était impossible et insensé... La bibliothèque de l'Université de Belgrade fut détruite pendant la guerre, ce qui aggrava encore les conditions de recherches entre 1945 et 1947 à Belgrade. Mais le temps a passé; beaucoup d'amis parmi les mathématiciens ont disparu. Les nouvelles théories mathématiques sont en plein développement, mais Karamata est mainte-

1) *Trudy Mosk. mat. obšč.*, t. 5 (1956), pp. 438-522.

2) *Nieuw Archief voor Wiskunde*, t. XXIII (1949), pp. 77-86.

nant éloigné des activités, il vit dans l'isolement. Il n'est cependant heureux que lorsqu'il pense aux mathématiques. Il appartient à ceux qui ne peuvent supporter la vie sans faire de recherches. C'est la raison pour laquelle il a recommencé à travailler, et quelques-unes des notes de cette époque, [85], [91], [104], [107], ont le brillant des jours anciens. Il a écrit en 1948 un livre en serbe sur l'intégrale de Stieltjes et ses applications [88]. Il est regrettable que ce livre n'ait pas été traduit, car il est une excellente introduction élémentaire à l'analyse, en particulier aux séries et intégrales. Venant à Genève, il ne renonça pas au travail scientifique. L'activité didactique ne l'empêcha pas d'écrire quelques notes, souvent en dehors du cadre de l'analyse. Invité par plusieurs universités d'Europe et des Etats-Unis, il a donné une série de cours et de conférences sur ses recherches.

Il est impossible de parler de l'œuvre scientifique de Jovan Karamata sans mentionner ses efforts pour la formation de ses disciples. Il a eu de nombreux élèves, en Yougoslavie, en Allemagne, en Suisse et aux Etats-Unis. Il n'était pas un maître qui donne des directives personnelles, insistant sur ses propres conceptions. Il a toujours essayé d'expliquer les idées et les principes qui constituent le progrès de la science, ne soulignant jamais ses opinions. Il a estimé en même temps les domaines mathématiques qui étaient loin de ses propres recherches, car il savait sentir ce qui est valable dans les mathématiques. Dans ses dernières années, il a écrit une série de travaux en commun avec ses élèves. Il a considéré cette sorte de travail très utile pour ses élèves et pour lui-même.

Sa personnalité non dépourvue de bonne humeur, affable et bienveillante, lui donnait un charme attrayant parmi les mathématiciens. Ceux qui ont eu le privilège de le connaître se souviennent non seulement d'un mathématicien doué d'un talent remarquable, mais aussi d'un vrai et fidèle ami. C'est la générosité de cœur qui était un trait de son caractère et ses élèves déplorent non seulement un savant et un vrai maître, mais aussi un ami qu'on ne peut oublier et dont le souvenir sera toujours pour eux inséparable de leur reconnaissance.

M. TOMIĆ