Notes bibliographiques de la partie III

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **14 (1968)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

Notes bibliographiques concernant la partie I

Les notions de groupe, d'algèbre associative, d'idéal, d'espace quotient peuvent se trouver dans presque n'importe quel texte d'algèbre moderne. En ce qui concerne les algèbres de Lie on peut citer les références suivantes: Bourbaki [1] et Jacobson [2]. En ce qui concerne les algèbres de Vinberg, voir Vinberg [3]. Les modules sur les algèbres associatives et les algèbres de Lie sont bien connus; ceux sur les algèbres de Vinberg semblent être inconnus quoique non nouveaux. Le théorème de la section 3, le second à partir de la fin, est la variation d'un théorème bien connu concernant les modules sur les algèbres associatives. Avec les mêmes notations la structure de module sur M' est donnée par

$$\lambda' (x, \alpha) y = \lambda (x, \alpha y), \quad \rho' (\alpha, x) y = - \rho (\alpha x, y) + \alpha \mu (x, y) .$$

Notes bibliographiques de la partie II

Les références principales en ce qui concerne les produits de composition des algèbres associatives sont Gerstenhaber [4, 5]. Dans ces papiers là, les systèmes vérifiant (9) sont appelés anneaux de pré-Lie. La cohomologie des algèbres associatives est due à Hochschild [6] qui n'utilise ni les produits de composition ni leurs commutateurs. La relation entre la cohomologie et les extensions est due à Hochschild. La théorie de la déformation des algèbres associatives est due à Gerstenhaber. On peut trouver en détail la méthode utilisant le théorème des fonctions implicites pour résoudre les équations de déformation dans Nijenhuis — Richardson [7]; Kuranishi l'a utilisée dans son travail sur les déformations des structures analytiques complexes. De même que la théorie de la déformation sous la forme présente a trouvé son commencement dans le contexte des structures analytiques complexes, c'est pour ces structures qu'a été prouvé le premier théorème de rigidité (dû à Frölich et Nijenhuis). Des résultats plus formels sur les déformations et les obstructions étaient déjà présents dans le texte miméographié d'une conférence de l'auteur donnée en 1956 à Seattle USA lors de l'Institut d'été sur la Géométrie differentielle.

Notes bibliographiques de la partie III

Le produit de composition (« hook ») des algèbres de Lie fut tout d'abord introduit par Frölicher et Nijenhuis [8] dans le contexte de la géométrie differentielle; dans le même papier on introduit une structure de Lie graduée (construite sur l'algèbre de Lie des corps vectoriels), structure qu'on a trouvée à nouveau dans la section 12 dans un contexte semble-t-il totalement différent. Les sources en ce qui concerne les déformations des algèbres de Lie comprennent un article de Levy-Nahas [11] qui étend les idées de Gerstenhaber aux algèbres de Lie et donne une discussion très détaillée des déformations des algèbres de Lie à trois dimensions. Il discute aussi les contractions — un type inverse de déformation. Un autre article sur les déformations d'algèbres de Lie par Nijenhuis et Richardson [12] procède suivant les lignes données ici mais donne plus de détails. Le produit de composition pour les algèbres de Vinberg est dû à Matsushima (non publié); le même vaut sur le reste de la section 10. Les algèbres commutatives et associatives sont étudiées au moyen d'un système de composition qui est un sous-système de celui qui vaut pour les algèbres associatives. Les applications bilinéaires par exemple sont symétriques; les applications de degré plus grand doivent vérifier d'autres conditions. La source première est Harrison [9]; des détails sur le système de composition peuvent aussi être trouvés dans Nijenhuis-Richardson [17] et dans Nijenhuis [15].

Le cup-produit et le cup-crochet sont pour les algèbres associatives dus à Gerstenhaber (voir la partie II); le seul dans le cas de Lie est une extension directe et peut se trouver dans un article de Nijenhuis et Richardson [13] qui discute les déformations d'homomorphismes. Une série d'articles d'Hermann [10] accentue les applications physiques plus que les considérations théoriques. Le cup-produit et le cup-crochet des algèbres de Vinberg sont dans le contexte juste des dépassements naturels. Les aspects formels de la section 12 en ce qui concerne le crochet pour les algèbres ont été élaborés dans Nijenhuis [14] qui donne des relations simples entre $H^* (V,V)$, $H (V, W)$ et $H^* (V, M)$, les différents crochets, les déformations et les obstructions. La rigidité des sous-algèbres est discutée dans Richardson [20]; la stabilité des sous-algèbres (non discutée ici) dans Page-Richardson [18], les déformations de sous-algèbres dans Nijenhuis [16] et dans Richardson [21]. Les systèmes généraux de composition sont discutés dans Nijenhuis [16] mais la condition de nilpotence a été négligée; l'addition de cette condition rend redondant certains des autres axiomes de cet article.

Tous les théorèmes de rigidité donnent comme condition suffisante l'évanouissement de certains groupes de cohomologie. Un exemple montrant que pour la rigidité des algèbres de Lie la condition n'est pas nécessaire est dû à Richardson [19]. Le travail d'Harrison [9] fournit des conditions de rigidité plus fines; cf. Nijenhuis et Richardson [17].

L'énumération qui figure ici est nécessairement incomplète. Non seulement il y a les nombreux articles sur les déformations dus aux auteurs déjà mentionnés; il y a aussi les résultats sur la structure plus fines des algèbre déformées (par ex. par Flanigan) et les résultats sur la déformation des structures analytiques complexes (par ex. par Griffiths) qu'on peut étendre aux algèbres. La relation entre les pseudogroupes et les algèbres a été explorée par ex. par Rim et Sternberg.

(Manuscrit reçu le 15 novembre 1968)

Albert Nijenhuis
Dept. of Mathematics
University of Pennsylvania
Philadelphia 19104