

1. EINLEITUNG UND PROBLEMSTELLUNG

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **12 (1966)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

ÜBER EINE FUNKTIONALGLEICHUNG

von R. Z. DOMIATY

1. EINLEITUNG UND PROBLEMSTELLUNG

Unter *Funktionen* $f(x)$, $g(x)$, $z(x)$, ... verstehen wir im weiteren ausnahmslos eindeutige, reelle Funktionen, die auch $\pm \infty$ als Funktionswerte annehmen dürfen, mit dem Definitionsbereich $(0,1)$. Dabei bezeichnet (a, b) das offene Intervall $a < x < b$ und $[a, b]$ das abgeschlossene Intervall $a \leq x \leq b$.

An jeder Stelle x_0 des Definitionsbereiches kann man einer Funktion $f(x)$ eine Menge $L_f(x_0)$ nach der Vorschrift

$$L_f(x_0) = \bigcup_{\substack{(x_n) \subset (0, x_0) \\ (x_n)' = \{x_0\}}} (f(x_n))' \quad x_0 \in (0,1) \quad (1)$$

zuordnen. Dabei verstehen wir unter (a_n) eine Folge und unter $(a_n)'$ die Häufungswertmenge von (a_n) . Mit $\bigcup_{\lambda} A_{\lambda}$ bezeichnen wir die Vereinigungsmenge der Mengen A_{λ} . Somit ist $L_f(x_0)$ eine Verallgemeinerung des Begriffes der Hülle einer Funktion an einer Stelle ihres Definitionsbereiches; vgl. z.B. [1], S. 188.

In der vorliegenden Arbeit betrachten wir die Funktionalgleichung

$$L_f(x) = [f(x), +\infty] \quad x \in (0,1). \quad (2)$$

Eine Funktion $g(x)$ heisst eine *Lösung* von (2), wenn $g(x)$ die Funktionalgleichung (2) identisch, d.h. in jedem Punkt aus $(0,1)$, erfüllt.

Wie man sieht, ist die Funktion $h(x) = +\infty$ eine Lösung von (2). Diese bezeichnen wir als die *triviale Lösung* von (2). Jede andere Lösung von (2) heisst eine *nichttriviale Lösung*.

Ziel dieser Arbeit ist die Konstruktion einer nichttrivialen Lösung von (2), und zwar ohne Verwendung des Auswahlaxioms oder gleichwertiger Sätze.