

# SUR L'EXISTENCE D'UNE SPHÈRE PASSANT PAR UN NOMBRE DONNÉ DE POINTS AUX COORDONNÉES ENTIÈRES

Autor(en): **Kulikowski, Thadée**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **5 (1959)**

Heft 2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-35479>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

SUR L'EXISTENCE D'UNE SPHÈRE  
PASSANT PAR UN NOMBRE DONNÉ DE POINTS  
AUX COORDONNÉES ENTIÈRES

par Thadée KULIKOWSKI, Varsovie

(Reçu le 29 janvier 1958.)

Le but de cette Note est de démontrer ce

THÉORÈME: *m* étant un nombre naturel  $\geq 3$  et *n* un nombre naturel quelconque, il existe dans l'espace euclidien à *m* dimension une sphère  $\sum_{i=1}^m (x_i - a_i)^2 = r^2$  passant précisément par *n* points aux coordonnées entières  $x_1, x_2, \dots, x_m$ .

*Démonstration.* — Comme l'a démontré M. A. SCHINZEL dans la Note précédente, il existe pour le nombre naturel *n* donné des nombres rationnels  $a_1, a_2$  et *c* tels que l'équation

$$(x_1 - a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2 = c \quad (1)$$

a précisément *n* solutions en nombres entiers  $x_1$  et  $x_2$ .

Or, comme on sait, il existe des nombres irrationnels  $a_3, a_4, \dots, a_m$  tels que le nombre  $\sum_{i=3}^m c_i a_i$ , où  $c_i$  ( $i = 3, 4, \dots, m$ ) sont des nombres rationnels, est rationnel seulement si  $c_3 = \dots = c_m = 0$  (c'est-à-dire que les nombres  $a_3, a_4, \dots, a_m$  sont linéairement rationnellement indépendants). Je prouverai que la sphère

$$\sum_{i=1}^m (x_i - a_i)^2 = c + \sum_{i=3}^m a_i^2 \quad (2)$$

satisfait à notre théorème.

En effet, il résulte de l'équation (2) que

$$2 \sum_{i=3}^m a_i x_i = (x_1 - a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2 + \sum_{i=3}^m x_i^2 - c = d.$$

Donc, si les nombres  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) sont entiers, le nombre  $d$  est rationnel et il résulte de la définition des nombres  $a_3, a_4, \dots, a_m$  que  $x_3 = x_4 = \dots = x_m = 0$ . L'équation (2) devient donc l'équation (1) qui, comme nous savons, a précisément  $n$  solutions en nombres entiers  $x_1, x_2$ . L'équation (2) a donc précisément  $n$  solutions en nombres entiers  $x_1, x_2, \dots, x_m$ , c.q.f.d.