

I. — Introduction et historique.

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **38 (1939-1940)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

LA « COURBE CATOPTRIQUE » D'EULER

PAR

Gino LORIA (Gênes, Italie).

I. — INTRODUCTION ET HISTORIQUE.

1. — Dans les exposés modernes de la théorie des courbes planes, les questions traitées ont généralement comme but la détermination de lieux des points satisfaisant à des conditions données et moins souvent (et cela dans les applications de la théorie des équations différentielles) dans la recherche de toutes les lignes du plan jouissant de la même propriété (généralement de nature infinitésimale). Mais, au temps où la géométrie analytique et le calcul infinitésimal étaient des matières dans l'état d'enfance, les plus éminents géomètres avaient le courage de se proposer des problèmes d'un caractère plus élevé (leur solution générale comprend bien souvent des fonctions arbitraires) et ils arrivaient à les résoudre par des artifices originaux ¹. De cette manière on donnait une éclatante confirmation de ce fait que les théories jeunes manifestent une énergie (analogue à celle des gaz à l'état naissant) qui va s'affaiblissant lorsqu'elles marchent vers une forme définitive, considérée enfin comme classique. Dans l'état dont nous venons de parler se trouve la question suivante: *Déterminer toutes les courbes planes qui, comme l'ellipse, jouissent de la propriété que les rayons issus d'un point donné,*

¹ Il n'est pas sans intérêt de reconnaître que ces essais heureux ont été possibles car les mathématiciens d'autrefois ne se sentaient pas liés (comme il arrive aujourd'hui) à l'emploi des coordonnées cartésiennes ou polaires et aux formules relatives considérées aujourd'hui comme le *nec plus ultra* des moyens auxiliaires; en effet (et nous allons en rencontrer plusieurs exemples) les artifices auxquels ils ont recours, en général, consistaient dans l'emploi, comme coordonnées, de différentes variables s'imposant, dans chaque cas, par les conditions mêmes des problèmes qu'on voulait résoudre.

après une double réflexion sur une de ces courbes, supposée réfléchissante, reviennent au point de départ¹.

La correspondance d'Euler avec Goldbach nous donne les preuves des longues études que le grand géomètre consacra à ce beau problème²; ses études méritent d'être examinées avec un soin tout particulier, avant tout par la valeur de ce qu'elles renferment, mais aussi parce qu'elles nous présentent le grand analyste dans le rôle d'éminent représentant de la géométrie infinitésimale synthétique qu'il joua au temps où il vivait à Berlin.

2. — On trouve l'énoncé de ce problème dans les dernières lignes de la lettre adressée par Euler à Goldbach le 16 février 1745, avec la déclaration qu'il l'a conçu lui-même (p. 314), tandis que dans la suivante, qui remonte au 19 juin de la même année, on en lit (p. 317-20) une rapide solution, accompagnée de la déclaration qu'elle a été proposée anonyme dans les *Acta eruditorum*. Sans nous arrêter sur quelques remarques des deux géomètres exposées dans deux lettres suivantes (p. 320, 327, 332 et 335), nous devons attirer l'attention de nos lecteurs sur le mémoire annexé à la lettre d'Euler du 30 novembre 1745 sous le titre *Solutio problematis in Actis Lipsiensis A. 1745 propositi* (p. 341-354), qui va être analysée tout au long dans notre travail³. Dès ce moment on en lit des mentions plus ou moins étendues dans presque toutes les lettres échangées entre les deux savants jusqu'à celle qui porte la date 27 août 1746 (*op. cit.*, p. 321, 326, 329, 332, 335, 355, 358, 367, 374, 378, 386, 395); elles sont très importantes car on y trouve une deuxième solution de la question; celle-ci apparaît de nouveau dès la lettre

¹ Cette question appartient évidemment à la classe des problèmes où l'on veut trouver toutes les lignes planes partageant une des qualités qui caractérisent le cercle ou les sections coniques, sur lesquelles Jean Bernoulli attira l'attention des savants dans son mémoire *Supplementum defectus Geometriae Cartesianae circa inventionem locorum* (*Acta erud.* 1696, p. 264, ou bien *Opera omnia*, t. I, p. 155).

² Ces lettres ont été insérées dans le t. I du volume: *Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIII^e siècle*, publiée par P.-H. Fuss (Saint-Pétersbourg, 1843) auquel se rapportent toutes nos citations.

³ Cette solution a été publiée pour la première fois dans les *Nova acta eruditorum* de l'année 1745 (p. 523) avec le titre *Problema geometricum, propositum publice ab anonymo geometra*. Euler fit connaître l'énoncé du problème catoptrique à Daniel Bernoulli dans sa lettre du 7 juillet 1745 (voyez *Corresp.* citée, t. II, p. 578); celui-ci s'y intéressa; cela résulte de la réponse qu'il adressa à Euler le 7 septembre de la même année (même volume, p. 585).

écrite par Euler le 25 juin 1748 (*id.*, p. 463 et suiv.), lorsque Oechliz proposa un nouveau procédé de solution ¹, car cela lui donna l'occasion de concevoir une troisième méthode pour le résoudre, dont il s'empressa de faire part à son ami; celui-ci s'y intéressa de nouveau, comme cela est prouvé par plusieurs passages de la correspondance dont nous nous occupons (p. 470, 483, 485, 490, 498), le dernier est inséré dans la lettre qui porte la date 25 juin 1749. Dans presque toutes les lettres citées on trouve des propriétés de la *courbe catoptrique* (terme employé par les deux géomètres), avec des considérations spéciales sur les cas où elle est algébrique; leur étude offre un réel intérêt historique, car elles appartiennent à l'époque qui précède immédiatement le moment où le grand mathématicien bâlois allait donner aux mathématiques, appelées alors *sublimes*, la forme qu'elles étaient destinées à conserver, jusqu'au jour où le concept de rigueur imposa une refonte *ab imis fundamentis* de toute l'analyse infinitésimale.

II. — FORMULES FONDAMENTALES.

3. — La base de la première méthode de résolution imaginée par Euler se trouve dans une remarquable formule exprimant la distance entre un point quelconque M d'une courbe plane et le point correspondant O de sa caustique par rapport à un point quelconque C de son plan; O est donc l'intersection du rayon réfléchi par rapport au rayon CM et de son consécutif. Euler fait la recherche par un procédé aussi ingénieux que fatigant, basé sur des considérations de géométrie élémentaire, développées magistralement, même dans les cas où les éléments considérés (segments de droite et angles) sont infinitésimaux; les coordonnées cartésiennes n'apparaissent en aucune façon, car Euler suppose que la courbe considérée soit déterminée par une relation entre le rayon vecteur ρ d'un quelconque M de ses points, ayant comme origine le point lumineux C et l'angle μ qu'il forme avec la tangente à la courbe au point M. Au lieu de

¹ Il ne m'a pas été possible de trouver des renseignements ni sur ce mathématicien ni sur ses recherches citées dans le texte.