

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 36 (1937)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** LA COURBE DE L'HÔPITAL  
**Autor:** Turrière, E.  
**Kapitel:** 11. — Pendule à tension constante.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-28032>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 13.07.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

5° A l'hypocycloïde à trois rebroussements

$$\rho = a \sin 3\alpha ,$$

correspond l'hodographe d'équation polaire

$$r^3 = A \sin 3\alpha ;$$

C'est la cubique de Tschirnhausen, caustique de parabole, inverse d'orthogénide.

6° La spirale d'Archimède est l'hodographe associé ainsi à une trajectoire d'équation naturelle

$$\rho = \alpha^3 \times \text{const} ,$$

c'est-à-dire à une développante supérieure de cercle.

7° A la chaînette

$$\rho \cos^2 \alpha = a ,$$

correspond l'hodographe:

$$r \cos^{\frac{2}{3}} \theta = \text{const} .$$

## 11. — PENDULE À TENSION CONSTANTE.

Déterminer la courbe  $\Gamma$  sur laquelle il faut enrouler le fil qui soutient le pendule simple restant dans un plan vertical, pour que la tension du fil soit constante.

La courbe ( $\Gamma$ ) est évidemment la développée d'une courbe à pression constante pour le mouvement du point pesant.

L'équation *naturelle* de la courbe à pression constante est:

$$\rho = \frac{2A}{(\cos \alpha - N)^3} ;$$

en dérivant, on obtient l'équation naturelle de la courbe du pendule à tension constante:

$$\rho = \frac{B \sin \alpha}{(\cos \alpha - N)^4} .$$

Dans le cas de la courbe algébrique de l'Hôpital ( $N = 1$ ), l'équation naturelle de la développée est :

$$\rho = \frac{3}{\cos^6 \frac{\alpha}{2}} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} .$$

## 12. — CONCLUSION.

Du point de vue historique, le problème de Jean Bernoulli marque une date pour la découverte des principes de la dynamique du point matériel en mouvement sur une courbe imposée.

Jean Bernoulli n'a publié aucune solution; Leibniz n'a donné aucune réponse. Huygens avait, à la vérité, à la fin de son *De Horologio oscillatorio*, indiqué quelques propriétés, mais sans démonstrations. « Il s'était contenté de faire voir qu'il savait le secret des forces centrifuges, mais il ne l'avait pas voulu découvrir. C'était une espèce d'énigme qu'il avait proposée aux plus habiles géomètres; l'illustre Newton en avait deviné une partie... »<sup>1</sup>.

Les difficultés furent vaincues par l'Hôpital, qui détermina la relation entre la réaction, la courbure et la hauteur de chute équivalente pour la vitesse acquise.

Le Mémoire de l'Hôpital, sous ce point de vue, est plus important que la solution même du problème auquel il est consacré.

---

<sup>1</sup> *Histoire de l'Académie royale des Sciences*, 1700, p. 80.