

8. — Relations avec les courbes de Ribaucour.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **36 (1937)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

le quadrilatère mixtiligne envisagé a pour aire l'expression suivante :

$$\Sigma = \frac{1}{2} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \rho^2 d\alpha ;$$

les limites α_1 et α_2 de l'intégrale correspondent aux inclinaisons sur la verticale des deux normales limitant l'aire Σ considérée.

Σ est donc l'aire de la radiale (ρ, α) de la courbe.

Dans le cas de la courbe de L'HÔPITAL, la radiale de TUCKER a pour équation polaire

$$\rho \cos^6 \frac{\alpha}{2} = 1 .$$

$$2\Sigma = \int \frac{d\alpha}{\cos^{12} \frac{\alpha}{2}} = 2 \int_0^u (1 + u^2)^6 \cdot \frac{du}{1 + u^2} ,$$

$$\Sigma = \int_0^u (1 + u)^5 du ;$$

d'où l'expression entière en u de Σ , correspondant à celle trouvée par de L'HÔPITAL.

8. — RELATIONS AVEC LES COURBES DE RIBAUOUR.

La courbe à pression constante satisfait à la condition

$$A\rho = |y|^{\frac{3}{2}} . \quad (A = \text{const.})$$

De leur côté les *courbes de Ribaucour* satisfont à une relation plus générale

$$y^\lambda = A\rho .$$

En général

$$\frac{dy}{d\alpha} = \rho \sin \alpha ;$$

et, par suite, la condition précédente se met sous la forme:

$$\sin \alpha d\alpha = Ay^{-\lambda} dy ;$$

d'où:

$$\frac{Ay^{1-\lambda}}{1-\lambda} + \cos \alpha = \text{const} ;$$

c'est-à-dire

$$y = B \cdot (\cos \alpha + h)^{\frac{1}{1-\lambda}} .$$

Pour $h = 0$, nous retrouvons les courbes de Ribaucour; pour $\lambda = \frac{3}{2}$, les courbes de pression constante. Les deux familles de courbes ont en commun les paraboles de directrice Ox . Jean BERNOULLI et le marquis DE L'HÔPITAL avaient signalé la propriété des trajectoires balistiques du point pesant de pouvoir être considérées comme des courbes particulières à pression constante.

9. — L'IMAGE DE COURBURE DE MINKOWSKI.

Une courbe plane (C) étant définie par sa tangente

$$x \cos \varphi + y \sin \varphi = \varpi$$

et son rayon de courbure ρ ayant l'expression

$$\rho = \varpi + \frac{d^2 \varpi}{d\varphi^2} ,$$

l'image de courbure¹ de Minkowski de cette courbe (« Das Minkowskische Krümmungsbild ») est, par définition, l'enveloppe de la droite

$$x \cos \varphi + y \sin \varphi = \rho - \frac{1}{3} .$$

¹ BÖLMEER, Ueber elliptisch-konvexe Ovale. *Mathematische Annalen*, LX, p. 256-262
H. MOHRMANN, Ueber beständig hyperbolisch gekrümmte Kurvenstücke. *Math. Annalen*, LXXII, 1912, p. 593-595.