

II. — Der mathematische Unterricht

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **36 (1937)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

der allgemeinbildenden Lyzeen — in zweijährigen Lehranstalten, genannt « Pädagogia ».

Die Lehrbefähigung für Mittelschulen hat ein Hochschuldiplom und Absolvierung eines einjährigen pädagogischen Kurses zur Voraussetzung. Es sei diesbezüglich auf den Bericht für die Versammlung der Kommission vom Jahre 1932 verwiesen.

Die Lehrbücher. — Eine besondere Sorge unserer Schulbehörden war es, die Entstehung guter und billiger Schulbücher zu fördern. Seit der Schulreform wird in jedem Fach nur eine geringe Zahl von Lehrbüchern zum Schulgebrauche zugelassen, die Manuskripte werden durch eine Begutachtungskommission geprüft, die den Verfassern oft Vorschläge von Aenderungen und Verbesserungen macht. Diese Zusammenarbeit von Fachleuten hat bis jetzt gute Erfolge zu verzeichnen.

Die offiziellen Instruktionen weisen dem Lehrer die Aufgabe zu, die Schüler zur richtigen Benutzung und Verständnis des Lehrbuches anzuleiten, dies soll einen obligatorischen Teil des Unterrichtes bilden.

II. — DER MATHEMATISCHE UNTERRICHT.

a) *Die Volksschule.*

Die Reform brachte keine Änderung der Stundenzahl für Mathematik, welche in der ersten Klasse drei, in den übrigen Klassen vier Wochenstunden beträgt. Der Unterrichtsstoff umfasst im *Rechnen*: die vier Operationen mit ganzen und gebrochenen Zahlen und deren Anwendungen (wie proportionale Grössen, Zinsberechnung, u.s.w.) und in der *Geometrie*: die geometrische Propädeutik, also anschaulich-intuitive Behandlung der wichtigsten ebenen und räumlichen Figuren, einschliesslich Flächen und Körperberechnungen und einfachster Zeichnungen in Parallelprojektion.

Ein Vergleich der neuen Programme und ihrer ausführlichen methodischen Bemerkungen mit den früheren Instruktionen zeigt hier eine deutliche Tendenz, den theoretischen Stoff zugunsten der praktischen Anwendungen möglichst einzuschränken. So sind z. B. aus dem Lehrstoffe der Volksschule gestrichen worden: die negativen Zahlen, die Gleichungen, und die Elemente der Buchstabenrechnung, wovon nur die Bildung und Verwendung einfacher Formelausdrücke geblieben ist. Auch in der Geometrie ist auf manches verzichtet worden, wie z. B. auf eine Erörterung des pythagoreischen Satzes und auf eine eingehendere Behandlung der Projektionslehre.

Um so mehr Platz wird dafür den Übungen und Anwendungen eingeräumt. Im Einklange mit den allgemeinen Grundsätzen der Reform wird der Schulmathematik, gleich anderen Fächern, die

Pflicht auferlegt, zur richtigen Lebensausrüstung künftiger Staatsbürger nach Möglichkeit beizutragen.

Die mathematische Aufgabe soll demgemäss nicht nur dazu dienen, den Schülern Gewandtheit und Fertigkeit im Rechnen und Konstruieren beizubringen, sie soll auch lehren, die Erscheinungen des täglichen Lebens zahlenmässig zu erfassen.

Dieser Forderung haben die Verfasser unserer modernen Rechenbücher voll zu genügen gesucht. Unsere Leitfäden enthalten in der Tat reichhaltiges Übungsmaterial aus verschiedenen Gebieten des wirtschaftlichen und sozialen Lebens. Als Beispiele seien genannt: Aufstellung von Rechnungen und Kostenvoranschlägen, Führung der Kassenbücher, Operationen der Postsparkasse, Bearbeitung statistischer Tabellen, welche den Handel, Verkehr, Wirtschaft u.s.w. des Heimatstaates betreffen, Messen und Schätzen, Herstellung von Grundstückplänen, Bestimmung des Luftinhaltes der Wohnräume, graphische Darstellungen und Diagramme u. v. a. mehr.

Daneben wird in der Volksschule starkes Gewicht auf Gewandtheit im Rechnen gelegt, Kopfrechnen soll fortwährend geübt werden. In der sechsten und siebenten Klasse wird das Rechnen mit Näherungswerten behandelt, wofür praktische Regeln gegeben werden.

Ein weiteres didaktisches Postulat ist die Koordination des mathematischen Unterrichtes mit anderen Fächern, hauptsächlich mit Naturkunde, Geographie, Zeichnen und Handarbeiten.

Was die Unterrichtsmethode anbetrifft, so wird dem Lehrer eine gewisse Freiheit gelassen. Die Wahl der Methode soll der Natur des zu behandelnden Stoffes, den Eigenheiten der Klasse und selbst den Umständen, welche im Laufe des Unterrichtes eintreten könnten, angepasst sein. Der Lehrer wird aber für die Zweckmässigkeit und Wirksamkeit der angewandten Methode verantwortlich gemacht.

b) *Das Gymnasium.*

Die Stundenzahl für Mathematik beträgt in der ersten Klasse drei, in den übrigen Klassen je vier Wochenstunden, insgesamt also ebensoviel, wie in den entsprechenden Klassen des früheren humanistischen Gymnasiums.

Das Gymnasium hat die Aufgabe ihren Schülern eine Erziehung und Ausbildung zu geben, die ein für die Bedürfnisse des praktischen Lebens ausreichendes, abgeschlossenes Ganzes bildet; es soll denjenigen, die nicht weiter studieren, ermöglichen, im sozialen Leben Funktionen zu übernehmen, die einen mittleren Grad allgemeiner Bildung erfordern. Dieser Gesichtspunkt war auch massgebend für die Wahl des mathematischen Lehrstoffes, der sich wie folgt darstellt:

Arithmetik und Algebra: Eine Wiederholung des Rechnens mit den gemeinen und dezimalen Brüchen und deren Anwendungen, relative Zahlen, Elemente der Buchstabenrechnung, Potenzen und Wurzeln,

Gleichungen ersten und zweiten Grades, der Funktionsbegriff und einfache graphische Darstellungen.

Geometrie: Elemente der Planimetrie und der Stereometrie in systematischer Behandlung, Darstellung geometrischer Gebilde in Parallelprojektion.

Die methodischen Tendenzen, wie sie insbesondere in den Bemerkungen zu den offiziellen Lehrplänen ihren Ausdruck gefunden haben, lassen eine merkliche Evolution der bisherigen Ansichten erkennen. Der mathematische Unterricht gestaltete sich in Polen seit der Wiederherstellung des Staates unter dem Einfluss verschiedener Faktoren. Darunter ist in erster Linie der Aufschwung der mathematischen Wissenschaften an unseren Hochschulen zu nennen, wo wie bekannt, besonders erfolgreich moderne Disziplinen wie deduktive Logik, Grundlagen der Mathematik, Mengenlehre, Topologie, Theorie der reellen Funktionen gepflegt werden.

Die Rückwirkung dieser Fortschritte auf die Schule begünstigte die Ausbildung einer konsequenten didaktischen Richtung, die in der Bewertung mathematischer Lehrziele der logischen Schulung einen gewissen Vorrang gab gegenüber der Vielseitigkeit der Kenntnisse und praktischen Fähigkeiten.

Die früheren Programme und Lehrbücher stellten demgemäss ziemlich hohe Anforderungen an die logisch-deduktive Seite des mathematischen Unterrichts. Es seien dafür einige charakteristische Beispiele angeführt.

Die *Erweiterung des Zahlenbegriffs* wurde recht eingehend behandelt. Bei der Einführung negativer Zahlen wurden z. B. in den Lehrbüchern Beweise für die Erhaltung der Rechengesetze durchgeführt. Bei den Irrationalzahlen erörterte man den Begriff des Dedekind'schen Schnittes oder der Cantor'schen Fundamentalfolgen.

In der Algebra legte man auf sogenannte Diskussionsaufgaben ersten und zweiten Grades Nachdruck, wo die Existenz und Verteilung der Lösungen in Abhängigkeit von variablen Parametern zu untersuchen war.

In der Geometrie bemühte man sich, der modernen Grundlagenforschung gerecht zu bleiben. Es machte sich dabei der Einfluss italienischer Lehrbücher, namentlich des vorbildlichen Buches von ENRIQUES-AMALDI geltend. So leitete man z. B. die Proportionalenlehre aus einer geometrischen Definition der proportionalen Strecken ab, Flächenvergleiche wurden auf eine Theorie der Zerlegungsgleichheit der Polygone gegründet, das Messen geometrischer Grössen wurde sorgfältig im Zusammenhange mit den Stetigkeitsaxiomen und dem Begriffe der Irrationalzahl besprochen, u.s.w.

Die Erfahrungen, die man im Laufe der letzten 15 Jahre gemacht hat, zeigten, dass manches im Unterricht das Fassungsvermögen

mittelmässig begabter Schüler überstieg, andererseits machten sich Mängel in rechnerischer und konstruktiver Ausbildung der Schüler bemerkbar.

So trat bei Ausarbeitung der neuen Programme deutlich das Bestreben hervor, den mathematischen Unterricht leichtfasslicher zu gestalten und ihn der geistigen Entwicklung der Schüler besser anzupassen, ohne jedoch den Boden wissenschaftlicher Korrektheit zu verlassen. Eine starke Betonung bekam dabei die Forderung, den Schülern sicheres Beherrschen des Lehrstoffes zu vermitteln und sie zur Gewandtheit in rechnerischen und konstruktiven Anwendungen zu bringen.

Es mögen hier einige Beispiele aus den methodischen Erläuterungen zum Programm angeführt werden.

Die Einführung der negativen Zahlen geschieht durch Betrachtung passender Beispiele, ebenso werden die Rechengesetze an Beispielen, besonders an der Zahlengeraden erläutert, Beweise werden nicht gegeben. Die Irrationalzahlen werden nur propädeutisch behandelt. Den Ausgangspunkt bildet der Beweis für die Existenz inkommensurabler Strecken, wonach die Schüler gewissermassen auf die « Entdeckung » einer neuen Zahlenart geführt werden. Von einer konstruktiven Definition der Irrationalzahlen durch Mengen der rationalen Zahlen wird abgesehen. Der Sinn der Operationen mit Irrationalzahlen wird an Beispielen durch Betrachtung der Näherungswerte klargemacht.

Viel Aufmerksamkeit wird den Anfängen des systematischen Geometrieunterrichtes gewidmet und es wird folgendes Vorgehen empfohlen: Es wird zunächst aus der Anschauung ein axiomatisches Fundament gewonnen, ohne dabei auf Unabhängigkeit dieser Axiome besonders zu achten. Es wird vielmehr ausdrücklich erlaubt, als Axiome auch manche Sätze aufzunehmen, die man traditionell zu beweisen pflegte. Es soll dadurch die weitere logische Entwicklung erleichtert und ferner das Beweisen von Sätzen vermieden werden, die dem Schüler allzu evident erscheinen. Beispielweise dürfen die Kongruenzsätze für Dreiecke und der Satz von der Summe zweier Seiten im Dreieck ohne Beweis angenommen werden.

Von einem bestimmten Moment an soll man aber deduktiv vorgehen und die Schüler mit korrektem logischem Schliessen vertraut machen. Im Laufe des Unterrichtes werden noch einige weitere Tatsachen axiomatisch postuliert, wie z. B. die Existenz des additiven Flächenmasses ebener Figuren als Grundlage der Flächenberechnung.

Der *Uebungsstoff* besteht in der *Algebra* hauptsächlich aus den numerischen und litteralen Gleichungen und deren Anwendungen, sowie aus den Umformungen algebraischer Ausdrücke. In der *Geometrie* werden Berechnungsaufgaben, besonders aber Konstruktionsaufgaben gelöst. Der Stereometrieunterricht wird mit dem Zeichnen in Parallelprojektion eng verbunden. Diskussionsaufgaben

im früheren Umfange sind fortgefallen, doch werden bei jeder passenden Gelegenheit Fragen nach der Möglichkeit einer Lösung, der Ausführbarkeit einer Konstruktion, dem Sinn eines Ausdruckes, einer Erörterung unterworfen.

c) *Das Lyzeum.*

Die vom Unterrichtsministerium ausgearbeiteten « Richtlinien » geben die allgemeinen Grundsätze und einen Abriss des Programms für jede Sektion des Lyzeums. Die endgültige Fassung der Programme wird zur Zeit noch beraten.

Aus diesem Grunde beschränkt sich dieser Bericht auf kurze Angaben über das voraussichtliche Programm der mathematisch-physikalischen Sektion des Lyzeums, als derjenigen Sektion, in welcher die Mathematik eines der Hauptfächer bilden soll und mit der grössten Zahl von Stunden (5 Wochenstunden in jeder Klasse) ausgestattet wird.

Als *Lehrziele* werden genannt: Erwerben *ausgedehnter* Kenntnisse in elementaren Teilen der Mathematik, Schulung im logischen Schliessen und Beweisen, sowie in der sicheren Auffassung von Grössen- und Raumverhältnissen, Gewandtheit in der Anwendung der gewonnenen Kenntnisse auf entsprechende Aufgaben, elementare Fertigkeit im Linearzeichnen nach den Methoden der darstellenden Geometrie.

Der Lehrstoff umfasst: Ergänzungen zur Arithmetik und Algebra wie z. B. Logarithmen und deren Anwendungen, elementare Reihen, einiges aus der Gleichungstheorie, ferner ebene Trigonometrie, Elemente der höheren Analysis, der analytischen Geometrie, darstellende Geometrie.

Ueber die *Einführung der Infinitesimalrechnung* in die Mittelschule wurde seinerzeit in unseren Fachkreisen viel diskutiert, aber erst durch die erwähnten Richtlinien ist diese Frage positiv entschieden worden. Der Lehrstoff wird allerdings auf die ersten Anfänge beschränkt: der Begriff des Differentialquotienten, das Differenzieren elementarer Funktionen, Maxima und Minima, Kurvendiskussion, möglicherweise auch der Begriff des Integrals mit einigen Anwendungen. Die Anforderung an wissenschaftliche Korrektheit hofft man mit didaktischen Rücksichten dadurch zu vereinbaren, dass man zur Veranschaulichung der nötigen Grenzbetrachtungen ausgiebig geometrische Bilder heranzieht.

In Bezug auf *analytische Geometrie* macht sich die Tendenz geltend, den elementaren Transformationen und ihren Invarianten mehr Platz als es sonst üblich war, einzuräumen. Neben der analytischen käme dabei gelegentlich auch synthetische Behandlung zur Anwendung.

Der *darstellenden Geometrie* wird breiterer Raum gegeben als bisher im mathematisch naturwissenschaftlichen Gymnasium. Es ist anzunehmen, dass der Lehrstoff ausser dem Grund- und Aufriss-

verfahren (welches bisher fast ausschliesslich gelehrt wurde), auch kotierte Projektion und vielleicht eine Einführung in die Perspektive umfassen wird.

In den übrigen Sektionen des Lyzeums hat Mathematik den Charakter eines Ergänzungsfaches mit einem geringeren Stundenausmass ($3 + 3$ Wochenstunden in der humanistischen und der naturwissenschaftlichen, $2 + 2$ in der klassischen Sektion). Dementsprechend wird auch der Lehrstoff viel bescheidener bemessen und enthält aus den obengenannten Gebieten nur das allerwichtigste. In der klassischen Sektion fällt die darstellende Geometrie fort.

Stefan STRASZEWICZ (Warszawa).

ROUMANIE

Les modifications essentielles de l'enseignement mathématique depuis 1912.

1. — J'ai indiqué en 1912, dans le rapport présenté au Congrès international des mathématiciens de Cambridge, l'organisation de l'enseignement secondaire en Roumanie, telle qu'elle avait été fixée par la loi de 1898 et j'ai montré quelle était la place de l'enseignement mathématique dans ce cadre général.

Cette organisation a duré jusqu'en 1925, lorsque les examens de fin d'études pour chaque lycée ont été remplacés par un examen de baccalauréat.

Un peu plus tard, en 1928, une nouvelle loi a changé d'une manière profonde l'organisation qui avait duré trente années. Cette loi a eu comme but essentiel d'unifier l'enseignement secondaire de la Roumanie. Il y avait, en effet, depuis 1919, en Roumanie, quatre organisations différentes qui subsistaient en même temps: c'était d'abord l'ancienne organisation roumaine décrite dans mon rapport de 1912; il y avait, en Bessarabie, l'ancienne organisation russe, en Bucovine l'organisation autrichienne, en Transylvanie et dans le Banat l'organisation hongroise.

Par la loi d'unification de 1928 le lycée est divisé en deux cycles: un cycle inférieur (gymnase) de trois ans et un cycle supérieur de quatre ans. Le cycle supérieur est unique, il n'y a plus de sections. A la fin il y a un examen de baccalauréat.

2. — Fatalement, à la suite de cette nouvelle organisation générale, l'enseignement mathématique a dû subir un changement radical. Tout d'abord, dans le cycle inférieur, les matières, partagées autrefois en quatre classes, ont dû être restreintes en trois classes. On a été