Rolf Nevanlinna. — Eindeutige analytische Funktionen (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band XLVI). — Un volume in-8° de viii-354 pages et 24 figures. Prix: RM. 27,60; relie, RM. 29,40. Julius Springer, Berlin.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **36 (1937)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

son beau livre, une expression probabilitaire à double limite qui est tout à fait dans la manière de Mittag-Leffler.

Je dois m'arrêter, bien à regret. L'auteur est d'une conscience qui pousse le scrupule jusqu'aux dernières limites quand il s'agit du rôle des travaux d'autrui. Il cite, toujours avec de grands développements, Bachelier, Bernstein, Bochner, Borel, Cantelli, Cramer, Daniell, Feldheim, Feller, de Finetti, Fréchet, Glivenko, Jessen, Khintchine, Kolmogoroff, Lebesgue, Liapounoff, Lindeberg, Linfoot, Slutsky, Steinhaus, Tornier, Wiener.

Mais l'œuvre est aussi originale que claire. L'enseignement synthétique qui s'en dégage est d'une puissance rarement atteinte.

Et, en corrigeant les épreuves de cette analyse bibliographique, je puis signaler une Note récemment publiée par M. Paul Lévy, aux *Comptes rendus* du 19 avril 1937. On trouve, dans cette Note, précisément un rapprochement de l'intégrale de Gauss avec des fonctions à la Mittag-Leffler ; si je puis me féliciter d'avoir prédit ce rapprochement, il faut reconnaître, d'autre part, que M. Paul Lévy n'en était pas loin. A. BUHL (Toulouse).

Louis BACHELIER. — **Les Lois des grands nombres du Calcul des Probabilités.** Un fascicule gr. in-8° de VIII-38 pages. Prix: 18 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1937.

Curieux exposé qu'il est fort naturel de mentionner ici, immédiatement après l'ouvrage de M. Paul Lévy lequel, d'ailleurs, cite M. Bachelier. Les travaux de ce dernier, en Calcul des Probabilités, sont bien connus et généralement jugés comme ayant une tendance manifeste à s'éloigner des sentiers battus. En tout cas c'est bien cette dernière impression qui me paraît dominer ici. Il s'agit de l'intégrale écrite ci-dessus et généralement rattachée à la loi de Gauss mais sans que M. Bachelier parle de Gauss. Il lui semble plus indiqué de mettre à l'honneur Laplace et de Moivre. Puis, au lieu d'étudier des probabilités d'écart par un telle intégrale, il étudie de nombreuses variations analytiques de celle-ci, variations qui ont encore un sens analytique relativement simple et, en définitive, se prêtent au calcul, pour rechercher ensuite les significations probabilitaires de telles variations ou extensions. C'est une manière, parmi d'autres, de subordonner le Calcul des Probabilités à des considérations de continuité, ce qui est surtout remarquable dans le domaine des lois de grands nombres, domaine où les nombres, quoique grands, sont discontinus.

Dans cet ordre d'idées, et plus particulièrement à propos de la périodicité du hasard, signalons un article publié par M. Bachelier dans *L'Enseignement mathématique* en tête du volume de 1915. Il y a, en tout ceci, des développements qui, pour être assez différents de ceux à caractère fonctionnel ou ensembliste, n'en sont pas moins très remarquables.

A. BUHL (Toulouse).

Rolf NEVANLINNA. — **Eindeutige analytische Funktionen** (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band XLVI). — Un volume in-8° de VIII-354 pages et 24 figures. Prix: RM. 27,60; relié, RM. 29,40. Julius Springer, Berlin.

Cette exposition de la Théorie des Fonctions analytiques uniformes, ou uniformisables, m'a tout de suite rappelé les *Leçons sur la Théorie des*

Espaces à connexion projective de M. Elie Cartan, *Leçons* récemment analysées (ce volume, p. 121). Le point de départ est de même, dans la considération de la petite (!) fonction homographique à une variable, de son comportement dans le champ complexe, par représentation conforme, et des *mesures* harmoniques qu'elle conditionne. La puissance d'une telle métrique se révèle prodigieuse; elle fait promptement rêver aux Univers projectifs.

On sait que l'automorphisme divise le champ complexe en domaines à frontières circulaires et que de tels domaines ont une connexion équivalente à celle des surfaces de Riemann. On pourrait, à la rigueur, commencer par ces dernières et étudier leur rôle uniformisant; c'est même ainsi que les choses se présentent dans l'ordre historique. Il vaut mieux — et c'est le point de vue du beau livre que j'ai sous les yeux — commencer par l'uniforme.

L'homographie à une variable complexe conduit bientôt à l'intégrale de Poisson d'où l'on passe aux généralités du Problème de Dirichlet. Les restrictions d'unicité qui accompagnent ce problème sont des préliminaires conditionnant les principes d'extension auxquels s'attachent actuellement les noms de Carleman, Milloux, Ahlfors, principes qui, d'autre part, peuvent aussi trouver leur origine dans les célèbres théorèmes d'exclusion de M. Emile Picard. Ce dernier était d'ailleurs parti de la fonction modulaire, donc d'un invariant fonctionnel attaché à une homographie.

C'est tout cela qui aujourd'hui se moule en des grandes lignes d'une admirable harmonie.

On sait tout ce que la Théorie des ensembles renferme de subtilités du côté des continus de mesure nulle. En ce qui précède, nous voyons intervenir les ensembles de mesure *harmonique* nulle. Cette mesure harmonique est vraisemblablement celle qui est adéquate au domaine analytique. Quel triomphe philosophique ! De plus en plus, nous constatons qu'il n'y a pas de notion métrique omnibus. Nos devanciers ont pu le croire mais ceci tenait à l'imperfection d'une science par trop calquée sur le domaine imparfait des sens. Actuellement on ne peut rigoureusement parler de mesure sans définir d'abord la mesurabilité et le domaine concerné par elle.

De même les intégrales, à rôle analytique, ne sont pas, de ce seul fait, des expressions à éléments différentiels *dz* toujours susceptibles d'une même définition. Toutes les subtilités des notions de mesure se retrouvent ici, notamment dans une représentation intégrale de Poisson-Stieltjes adéquate à l'étude de fonctions bornées. Il est alors curieux de constater que ces subtilités intégrales, que l'on pouvait croire attachées aux fonctions de variables réelles, se révèlent aussi « en structure fine » dans le monde analytique. Que de théories semblent ingénieusement se défendre contre des dépassements d'abord réputés plus généraux.

La place nous manque pour analyser davantage. Passons tout de suite à la fin du livre, au dernier Chapitre consacré aux théories topologiques de Ahlfors. Elles rappellent l'uniformisation des fonctions analytiques selon Henri Poincaré, mais toujours dans un ordre d'idées inverse. C'est en tirant tout ce que l'on peut, et avec un extraordinaire esprit de pénétration, des fonctions uniformes et des représentations conformes y attachées qu'on construit finalement les généralités non uniformes. Ceci n'implique qu'un regret: celui de voir la Théorie de Cauchy s'effacer. C'est notamment la déroute des développements en séries. Mais il nous faut alors penser à la défense ingénieuse des théories qu'on croit supplanter, défense signalée il y a un instant. Il n'est pas impossible que ce soit le cas pour celles de Cauchy, leur caractère topologique étant manifeste.

La bibliographie de ces sujets s'avère fort riche. Hors des noms déjà cités, signalons ceux de Blaschke, Bloch, Borel, Carathéodory, Henri Cartan, Denjoy, Elfving, Evans, Faber, Fatou, Fékete, Fenchel, Frostmann, Gross, Grunsky, Hausdorff, Herglotz, Hille, Iversen, Jensen, Julia, Kœbe, Landau, Lebesgue, Lindelöf, Montel, Myrrberg, Ostrowski, Phragmén, Pick, Pólya, Pringsheim, Riesz, Robin, Schmidt, Schottky, Speiser, Szegö, Ullrich, Valiron. Que de noms célèbres et de Mémoires difficiles à rassembler. La magnifique synthèse de M. Nevanlinna vient à notre secours de la façon la plus originale et la plus heureuse. A. Buhl (Toulouse).

Nicolas Kryloff et Nicolas Bogoliuboff. — **Introduction à la Mécanique non linéaire.** Académie des Sciences de la R.S.S. d'Ukraine. Institut de Mécanique des Constructions. Annales de la Chaire de Physique mathématique, t. I-II. — Un volume gr. in-8° de 366 pages. Prix: 11 roubles. Publié par l'Académie des Sciences de la R.S.S. d'Ukraine, Kiev, 1937.

Cette publication reprend la Mécanique non linéaire, laquelle a déjà grandement illustré les auteurs, et inaugure, en même temps, par les tomes I et II, de nouvelles *Annales* qui sont vraisemblablement dédiées à la Physique théorique. La publication serait conçue dans un grand esprit de libéralisme; les auteurs seraient rémunérés et pourraient appartenir à la Science internationale. Le premier élan vient de Kiev avec un sujet souvent cité ici, au moins en matière bibliographique. Voir nos volumes précédents: t. **30,** 1931, p. 180; t. **31,** 1932, p. 138-139 et 314-315; t. **33,** 1934, p. 242.

On sait que les idées fondamentales de MM. Kryloff et Bogoliuboff sont simples, du moins autant que le sujet le permet. Leur analyse se clarifie, se désencombre de plus en plus en se symétrisant, laissant apparaître la trame intuitive qui la supporte. Les équations de la Mécanique sont et ne cesseront point d'être canoniques tant qu'elles comporteront la recherche d'*intégrales* F à deux séries de variables x_i et y_i, d'où

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x_i} dx_i + \frac{\partial F}{\partial y_i} \partial y_i = 0 ,$$

relation décomposable, aussi simplement que possible, en

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial F}{\partial y_i} , \qquad \frac{dy_i}{dt} = - \frac{\partial F}{\partial x_i} .$$

Et, comme le fait de poursuivre les intégrales, par approximations successives, ne change rien à cette notion d'intégrale, la forme canonique des équations peut être de toutes les approximations. Le fait est capital depuis longtemps en Mécanique céleste. Il fut merveilleusement mis à profit par Henri Poincaré; il continue à l'être, avec les auteurs actuels, en partant de *solutions* périodiques de première approximation lorsqu'il s'agit de systèmes conservatifs.