IX.

limitations importantes de la fonction de Green $G(X, E)$ et de ses dérivées premières et secondes. Par exemple: dans le domaine Ω_δ à distance δ du pôle les limitations

$$\left\| G \right\|_{\alpha, 2}^{\Omega_\delta} \leq \frac{C_1(M)}{\delta^{n+\alpha}} \; ; \quad \left\| G \right\|_{\alpha, 1}^{\Omega_\delta} \leq \frac{C_2(M)}{\delta^{n+\alpha-1}}$$

sont valables. Dans les normes $\| \; \|$ la dérivation s'effectue toujours par rapport au premier point X. On peut d'ailleurs démontrer facilement certaines conditions de Hölder relativement au point E. (On calcule facilement les valeurs de $C_1(M)$ et $C_2(M)$.) On traite aussi aisément le problème de Neumann et ses généralisations [1].

IX.

J'ai tâché de montrer comment on cherchait les solutions des équations linéaires du type elliptique par une voie directe. Il est vraisemblable que cette méthode pourrait aussi rendre service pour des autres types d'équations. Je veux encore indiquer de récents résultats d'autres auteurs, mais seulement des résultats obtenus pendant les derniers mois.

Avant tout, ce sont les nouveaux travaux de M. Giraud qui cherche à résoudre l'équation (24), étant donnée sur la frontière la valeur de la dérivée dans une direction arbitraire non tangente et d'ailleurs pouvant varier d'un point à l'autre. On ramène le problème à une équation intégrale, mais l'ordre du noyau $\lambda(X, E)$ est trop élevé et l'intégrale $\int\int \lambda(X, E)\, \rho(E)\, d\tau_E$ doit être calculée dans le sens de Cauchy. On ne peut pas utiliser directement la théorie de Fredholm. M. Giraud a développé la théorie [2] de ces équations intégrales singulières.

On peut étendre aux équations linéaires du type elliptique général du second ordre les recherches que M. Vasilesco vous a exposées ce matin. Le résultat capital en est le suivant: les

[1] Je ne donne pas ici les calculs en question pour que la conférence ne soit pas trop longue. Ils sont maintenant très simples, car nous pouvons (v. §§ VII et VIII) construire la fonction de Green et limiter ses dérivées d'une façon très brève. Je montrerai cela dans un travail qui paraîtra bientôt.

[2] Voir *Ann. de l'Ec. Norm. Sup.*, 1935.

points irréguliers sont les mêmes qu'il s'agisse de l'équation de Laplace ou de l'équation générale linéaire [1].

Pour terminer je voudrais remarquer que, à l'exception d'un travail de E. E. Levi fait en 1910, je ne connais point de nouvelles recherches sur l'équation du type elliptique d'ordre $2p (p > 1)$ ni sur des systèmes d'équations (évidemment quelques généralisations faciles sont possibles). Je crois alors que les futurs efforts devraient aller dans cette direction-là.

LES PROBLÈMES NON LINÉAIRES [2]

PAR

Jean Leray (Paris).

I. — Généralités concernant les équations fonctionnelles non linéaires.

1\. — *Un type particulièrement simple d'espaces abstraits: ceux de* M. Banach. — Nous envisageons des problèmes dont l'inconnue est un point x d'un *espace fonctionnel donné*, $\mathcal{E}$.

Nous supposons que $\mathcal{E}$ est un espace abstrait de Banach: on peut combiner linéairement ses points; une distance est définie; la distance $\|x\|$ qui sépare l'origine du point x est nommée norme de x; on a, λ étant une constante réelle, $\|\lambda x\| = |\lambda| \,.\, \|x\|$.

$\mathcal{E}$ sera par exemple l'espace des fonctions continues, l'espace de Hilbert, l'espace des fonctions hölderiennes d'exposant α, l'espace des fonctions dont les dérivées premières sont hölderiennes et d'exposant α; $\mathcal{E}$ pourra être éventuellement un espace euclidien.

---

[1] Voir par exemple Tautz, *Math. Zeitschr.* Bd. 39, 1935.

[2] Conférence faite le 19 juin 1935 dans le cycle des *Conférences internationales des Sciences mathématiques* organisées par l'Université de Genève; série consacrée aux *Equations aux dérivées partielles. Conditions propres à déterminer les solutions.*