

# **Actualités scientifiques. — Fascicules gr. in-8°, avec figures et planches, se vendant séparément à prix divers. Hermann & Cie, Paris.**

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **34 (1935)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

La non équivalence des surfaces ayant une même forme quadratique fondamentale porte à des extensions, notamment vers la forme cubique  $a_{ikl} du^i du^k du^l$ . Les distinctions sont surtout très nettes entre la géométrie superficielle à deux dimensions et celle qui exige des considérations radiales vers un espace extérieur à trois dimensions en lequel on peut ne pas encore trouver la clef de toutes choses. C'est pourquoi il faut apprendre à être général et voir finalement tout cela dans un fort intéressant symbolisme à  $n$  variables. La fin du livre est remarquablement française avec les correspondances de Laplace et les cycles de surfaces de Darboux. L'auteur nous donne même de suggestifs croquis que nos géomètres semblent avoir dédaignés. Puissent de telles constatations nous faire devenir un peu plus tensorialistes et montrer que le point de vue nouveau n'est nullement une logique abstraite ennemie de l'intuition et de la faculté de *voir*.

A. BUHL (Toulouse).

**Actualités scientifiques.** — Fascicules gr. in-8<sup>o</sup>, avec figures et planches, se vendant séparément à prix divers. Hermann & C<sup>ie</sup>, Paris.

Ces fascicules sont simplement analysés dans l'ordre où nous les recevons. Les lacunes, évidentes d'après le numérotage, dont dues, au moins partiellement, à des retards imputables à certains auteurs. Elles n'entraînent pas de véritables discontinuités d'exposition, les sujets étant généralement indépendants et débattus suivant les exigences de l'actualité. Il faut observer aussi que certains numéros omis correspondent à des sujets non mathématiques.

**161.** — Federigo ENRIQUES. *Signification de l'Histoire de la Pensée scientifique* (Philosophie et Histoire de la Pensée scientifique. Direction F. Enriques. 68 pages. 1934. Prix: 12 francs). — Ce beau fascicule met en relief l'importance de l'Histoire où l'on peut trouver tant de thèmes propres à défendre l'idéal des savants qui ont connu et peuvent connaître encore des luttes ardues, des déboires, des sacrifices, des persécutions. Belle page sur les « simulacres de pensée » correspondant à ce qui n'a pas de sens. Autre passage curieux sur le cas où le sens logique s'embrume d'affectivité (p. 20) heureusement corrigé (p. 34) par cette remarque que l'effort vers la vérité ne saurait se concevoir hors de toute liaison avec les sentiments. L'histoire de la Science constitue un drame dont l'intérêt humain n'a pas d'égal (p. 37). Reste à savoir comment on doit construire l'Histoire. Pierre Duhem, à cet égard, ne plaît guère à M. Enriques; il dépensa un talent indéniable « dans l'intention ferme de diminuer Galilée et de justifier, sur le terrain de l'histoire, la sentence des inquisiteurs qui l'ont condamné » (p. 57). D'ailleurs Maxwell a du génie (p. 27) et on aurait pu ajouter que c'est une chose qui fût aussi contestée par Duhem. Mais il faut lire, entièrement et attentivement, tout l'exposé pour en saisir la très haute signification.

**172.** — Rudolf CARNAP. *La Science et la Métaphysique devant l'analyse logique du langage* (Introduction de M. Marcel Boll. 45 pages. 1934. Prix: 10 francs). — Ceci me plaît beaucoup moins. L'auteur part en guerre contre

la Métaphysique tout à fait à la manière de Le Dantec. Art vide, si c'est de l'art. Il conclut (p. 44) que *les métaphysiciens sont des musiciens sans don musical*. Il donne des exemples de constructions verbales sans valeur mais il ne s'ensuit pas que toutes les constructions métaphysiques en soient forcément dépourvues. Il a toujours été entendu que la Philosophie se divisait en Logique, Métaphysique et Morale. Je ne crois pas qu'il soit nécessaire d'amputer cette trilogie. Quelques petits recours à la notation logistique ne réussissent point à entraîner ma conviction.

**173.** — Paul RENAUD. *Structure de la Pensée et Définitions expérimentales* (Philosophie des Sciences. Directeur L. de Broglie. 24 pages. 1934. Prix: 7 francs). — Œuvre brève mais extrêmement curieuse et intéressante d'un chimiste qui observe et décrit, dans le monde des réactions ne faisant point intervenir les structures intra-atomiques, des effets de « structure fine » avec incertitudes à la Heisenberg. Le déterminisme classique se traduit par des courbes sans structure fine et que l'on suppose cependant formées de points sans dimensions. La formation de toutes nos pensées relève d'un déterminisme ponctuel ancestral. A cet état de choses l'auteur oppose les « cellules de connaissance » où les points géométriques ne sont pas discernables. On arrive ainsi à créer un tout cohérent où rien cependant n'est défini de façon absolue; les *mesures* n'y sont possibles qu'en deçà de certaines régions de subtilité. Certes nous commençons à nous habituer à de telles conclusions dans le domaine corpusculaire mais ici il n'est pas nécessaire d'être dans ce domaine. On a souvent cherché inconsciemment à se représenter le corpusculaire à l'aide d'images empruntées à des échelles plus ordinaires. M. Paul Renaud semble tenter l'inverse et avec une ingéniosité qui mérite le succès.

**188.** — L. LUSTERNIK et L. SCHNIRELMANN. *Méthodes topologiques dans les Problèmes variationnels*. Première partie. Espaces à un nombre fini de dimensions (Analyse mathématique et applications. Direction J. Hadamard. 52 pages. 1934. Prix: 15 francs). — Traduction, par J. Kravtchenko, de travaux topologiques relatifs au Calcul des variations « in the large » développé récemment par M. Marston Morse. Voir *L'Enseignement mathématique*, fascicule précédent. L'origine de ces considérations remonte à Poincaré qui a d'abord été continué par Birkhoff. Il faut commencer par les ensembles selon Hausdorff et les espaces abstraits selon Fréchet. Digressions intéressantes sur les Espaces de Riemann ainsi rapprochés de ceux de Hilbert. Remarquons que cela unit la Gravifique aux Théories ondulatoires.

Les extrema des fonctions définies sur une multiplicité ne vont point sans la notion de catégorie d'un ensemble fermé par rapport à l'espace qui le contient. La considération du tore l'éclaire aisément. D'autres figures, du type rectangulaire, jouent un rôle analogue. Travaux A. Veblen et L. Pontrjagin repris avec toute la jeunesse des auteurs, jeunesse à laquelle M. Hadamard a rendu éloquemment hommage en une Préface de quelques lignes.

**195.** — Richard BRAUER. *Ueber die Darstellung von Gruppen in Galois'schen Feldern* (Exposés mathématiques publiés à la mémoire de Jacques

Herbrand. 15 pages. 1935. Prix: 6 francs). — Les applications spectrales ont remis à la mode la représentation des groupes par des groupes linéaires ou par des matrices dont les éléments semblent d'abord devoir être des nombres complexes quelconques. La question est de faire rentrer ces éléments dans certains champs algébriques au moyen, s'il est nécessaire, de quelque nouvelle transformation. Il faut aboutir ici à des champs de Galois, ce qui tient en quelques pages à l'aide d'une formulation très simple. Travaux de Frobenius, Dickson, Speiser, Cartan, Schur, ...; Jacques Herbrand s'était déjà attaqué à des problèmes plus difficiles.

197. — S. IYANAGA. *Sur les classes d'idéaux dans les corps quadratiques* (Exposés mathématiques publiés à la mémoire de Jacques Herbrand. 13 pages. 1935. Prix: 5 francs). — Cette étude rend peut-être hommage à la mémoire de Jacques Herbrand plus directement que la précédente. Elle prolonge un travail du jeune et regretté géomètre, *Sur la théorie des groupes de décomposition d'inertie et de ramification*, publié au *Journal de Mathématiques* en 1931 et un autre de L. Rédei datant de la même époque. Naturellement, comme fond de tableau, il faut surtout citer Hilbert.

198. — Henri CARTAN. *Sur les Groupes de Transformations analytiques* (Exposés mathématiques publiés à la mémoire de Jacques Herbrand. 56 pages. 1935. Prix: 14 francs). — M. Henri Cartan est le digne fils de M. Elie Cartan; il reprend les théories paternelles avec une aisance presque déconcertante dans un sens qui, à vrai dire, est déjà plus qu'indiqué dans les travaux de l'illustre père. Mais le progrès est le progrès et il a des formes qui auraient, sans doute, bien étonné Sophus Lie. Ce dernier partait de l'idée de transformation; les domaines où jouaient les transformations s'observaient après coup. M. Elie Cartan étudia les espaces (paramétriques) de groupes. Avec M. Henri Cartan tout est pour le *domaine* considéré comme notion primordiale. Le groupe  $y$  naît *localement* avant d'exister *globalement* et le *local* c'est le voisinage de la transformation identique dont Lie, inconsciemment, ne s'écartait guère. Les transformations infinitésimales correspondent ici au *système* d'équations différentielles

$$\frac{dM}{dt} = \psi(M)$$

avec  $\psi$  analytique. Ceci me paraît pouvoir être considéré comme une généralisation des opérateurs  $X$  habituels ou encore du système

$$\frac{d\xi^i}{dt} = A_k^i \xi^k \quad \text{avec} \quad A_k^i = -c_{ks}^i \lambda^s,$$

système dont je suis parti dans mon fascicule 33 du *Mémorial* (voir *L'Ens. mathématique*, t. 27, 1928, p. 341). On voit que, dans les constructions abstraites de M. Henri Cartan, on peut retrouver des formes de jadis mais l'abstraction a ici une puissance synthétique qu'on ne reconnaît pas dans les trois énormes volumes de Lie. Le système précédent, en  $dM$ , permet donc de parler un langage analogue à celui de Lie, notamment quant aux combinaisons linéaires de transformations infinitésimales et quant à leur

*crochet*. D'ailleurs le jeune et brillant auteur étudie nettement la condition nécessaire et suffisante pour qu'un groupe de transformations *analytiques* soit un groupe de Lie. Il a fallu aussi étendre la notion de continuité, tout en précisant celle d'analyticité, pour dire, par exemple (p. 42) que: *Tout groupe quasi-continu de transformations pseudo-conformes est un groupe de Lie*. Les abstractions n'empêchent pas le recours éventuel à des images géométriques, telles celles de *polycylindres*, qui illustrent élégamment les dernières pages du fascicule. Au total, celui-ci est d'une lecture relativement facile.

Ces lignes étaient à peine écrites que j'avais connaissance d'un Mémoire d'une cinquantaine de pages *Sur les domaines bornés homogènes de l'espace de  $n$  variables complexes* publié, par M. Elie Cartan, aux *Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität* (Band 11, 1935). Dans ce travail, l'auteur reprend tout particulièrement les recherches de son fils mais avec les notations anciennes et plus habituelles des transformations infinitésimales. Les constantes de structure  $c_{rs}^i$  sont, de même, explicitement introduites. Il y a là un exemple de collaboration familiale aussi rare qu'admirable.

**205.** — Reinhold BAER. *Automorphismen von Erweiterungsgruppen* (Exposés mathématiques publiés à la mémoire de Jacques Herbrand. 22 pages. 1935. Prix: 7 francs). — Il me semble que ce fascicule peut être rattaché assez aisément au numéro 195. Il s'agit toujours de la représentation des groupes qui persiste ou non à jouer pour certains prolongements de ceux-ci. Dans quels cas le jeu continue-t-il? Le problème implique la considération de « Normalteiler » identiques ou comparables à des sous-groupes invariants. La question est, à coup sûr, très moderne et se rattache aux travaux de O. Schreier, A. Speiser, I. Schur, sans oublier ceux de M. Baer lui-même. A signaler aussi, dans toutes ces considérations, le rôle important dû à la notion de « caractère ». Bien que, dans un tel fascicule il ne soit question, nulle part, de Physique, il me semble toujours certain que le sujet n'aurait pas pris tant d'importance sans des exposés de Mécanique quantique tels celui de Wigner (voir *L'Ens. mathématique*, t. 30, 1931, p. 164). La microphysique a de formidables répercussions purement mathématiques.

**219.** — G. BOULIGAND, G. GIRAUD, P. DELENS. *Le Problème de la Dérivée oblique en Théorie du Potentiel* (Exposés de Géométrie. Direction E. Cartan; 78 pages, 1935. Prix: 18 francs). — Le problème se présente tout naturellement après ceux de Dirichlet et de Neumann. Il est toutefois susceptible de modalités expliquant la triple collaboration qui intervient ici. Avec M. Bouligand nous sommes dans l'analyse fonctionnelle à la Hilbert avec association symétrique d'un problème adjoint, association qui est loin d'être particulière à la question. Au fond, on étend des méthodes matricielles dans le domaine du continu.

Avec M. Giraud, nous sommes encore dans le monde des équations fonctionnelles mais avec utilisation de la notion de *valeur principale* d'intégrales doubles. Cette notion, due à Cauchy pour les intégrales simples, tend à devenir un véritable monde pour les intégrales multiples; elle a différents aspects développés dans les *Annales de l'Ecole Normale* (1934) et ici même

par une méthode nouvelle qui s'accorde d'ailleurs fort élégamment avec le point de vue hilbertien déjà mentionné.

Avec M. Delens nous sommes dans les *congruences équipotentielles* de M. Levi-Civita. Ces congruences peuvent emplir un espace harmonique, chaque canal de la congruence portant des valeurs données. Il ne faut pas oublier que ces congruences sont spéciales mais elles interviennent de façon suffisamment générale pour donner un aspect nouveau et très intéressant au Problème de la dérivée oblique. D'ailleurs il me semble toujours que les plus grandes généralités de la Physique théorique pourraient être retrouvées en l'association d'équations du type

$$\frac{\partial}{\partial x} F + \frac{\partial}{\partial y} G + \frac{\partial}{\partial z} H = 0, \quad F \frac{\partial}{\partial x} + G \frac{\partial}{\partial y} + H \frac{\partial}{\partial z} = 0.$$

Simple permutation d'opérateurs qui fait passer de l'équation fondamentale de la Physique théorique à la Théorie des congruences.

A. BUHL (Toulouse).

G. BOULIGAND. — **Géométrie infinitésimale directe et Physique mathématique classique.** (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat, fasc. LXXXI). — Un fascicule gr. in-8° de 60 pages. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1935.

Beau fascicule empli de vues philosophiques actuelles et prolongeant d'abord la G.I.D. conformément, par exemple, aux travaux de Fréchet, Durand, Rabaté. Les problèmes de la Physique mathématique mettent les anciennes conceptions à une rude épreuve; il y en a même qui semblent n'y point résister. La dérivation est bien loin d'avoir la plasticité de l'intégration; l'analyticité n'est plus une pierre de touche fondamentale. Certains raisonnements très logiques et même imposés par la nature physique des choses font construire, pour vérifier des équations *aux dérivées partielles*, des solutions qui ne sont plus *dérivables*. Or ce ne sont point de telles solutions qui ont tort mais l'ancienne idée de dérivation et de tangence. On est amené à des intégrations *contingentes*, à de nouveaux concepts concernant la causalité à inféoder à des ensembles, à des groupes en lesquels la continuité semble pouvoir se disséquer et se résoudre en une foule de notions nouvelles.

La théorie des surfaces peut conduire à des *microstructures*, à des représentations  *fines*  qu'on ne peut plus imager avec des ensembles de plans tangents; il y faudra les ressources du monde ensembliste. Les rudimentaires théorèmes de Meusnier et d'Euler, le théorème de Dupin sur les surfaces triplement orthogonales prennent alors des physionomies subtiles non prévues, à coup sûr, par les créateurs.

Tout cela provient surtout du prolongement (pas du tout analytique) de la notion d'infiniment petit *physique*. L'idée de démonstration *causale* peut impliquer des *conditions catastrophiques* où le matériel d'abord mis en jeu apparaît tout à coup comme hors d'usage; c'est d'ailleurs le cas signalé plus haut avec les équations aux dérivées partielles à solutions non dérivables.