propos d'un article de MM. Barzin et Errera.

Autor(en): **Heyting, A.**

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **31 (1932)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

nombres entiers ordinaires dont aucun ne contient un facteur carré. L'auteur traite principalement dans cette première partie de la forme des entiers du corps K, de la base des entiers, du discriminant et de la forme fondamentale du corps, de la décomposition des idéaux, des unités du corps et du nombre de classes d'idéaux. Plusieurs démonstrations sont d'ailleurs faites pour le cas de $n = 3$ seulement.

La seconde partie est consacrée à l'étude des quaternions dits complexes, c'est-à-dire des quaternions dont les coordonnées sont tirées d'un corps algébrique, en l'espèce le corps K étudié plus haut. Les quaternions complexes présentent avec les quaternions à coordonnées rationnelles de grandes analogies mais aussi de profondes différences. C'est ainsi que si A représente un quaternion complexe différent de zéro, le produit AB de A par un quaternion complexe B peut s'annuler sans que B soit nul. A est alors dit un *diviseur de zéro*.

L'auteur appelle *idéal de quaternions complexes* et représente par $\mathfrak{A} \equiv id\,\{\mathfrak{a}\}$, l'ensemble infini des quaternions complexes entiers dont les quatre coordonnées parcourent indépendamment les unes des autres tous les nombres de l'idéal $\mathfrak{a}$ du corps K des coordonnées. Cette généralisation de la notion d'idéal a permis d'étendre au domaine des quaternions complexes celle d'indicateur d'Euler ainsi que le théorème de Fermat.

MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

A propos d'un article de MM. Barzin et Errera.

A propos de l'article de MM. Barzin et Errera dans le tome XXX de cette revue (p. 248) je voudrais faire les remarques suivantes: D'abord la dénomination « logique de Heyting » ne me paraît pas heureuse, toutes les idées fondamentales de cette logique provenant de M. Brouwer; je préférerais « logique intuitionniste » ou bien « logique non-aristotélienne », ce dernier terme pouvant d'ailleurs aussi désigner les logiques purement formelles non conformes à la logique classique que quelques savants polonais ont construit en ces dernières années. Ensuite je signale aux lecteurs l'article intéressant de M. Kolmogoroff (*Math. Z.* 35, p. 58), où l'auteur donne une interprétation remarquable de mes formules comme constituant une logique des problèmes. Cette interprétation est indépendante des idées intuitionnistes; cependant, pour le mathématicien intuitionniste c'est seulement cette logique des problèmes qui a une signification, tandis que pour lui la logique classique des propositions reste dépourvue de sens.

En revenant à l'article de MM. Barzin et Errera je remarque que le « sophisme » qui se trouve en haut de la page 249 ne me semble être qu'un jeu de mots, portant sur deux significations distinctes des mots « ne pas ». En disant que $\sim p$ signifie « la proposition p n'est pas vraie » on veut dire « il est *impossible* que p soit vraie »; au contraire, si un intuitionniste, en s'exprimant comme MM. Barzin et Errera, disait que le principe du tiers exclu « n'est pas vrai », il voudrait dire que ce principe *n'a pas été démontré*, de sorte qu'on n'a pas le droit d'affirmer qu'il est vrai.

Les propositions de la logique intuitionniste ne portent que sur les mathématiques; elles sont elles-mêmes des propositions mathématiques très générales. Généralement, on considère le principe du tiers exclu comme évident; seulement, comme l'a remarqué M. Brouwer, cette opinion se base sur une interprétation de nature métaphysique, dont on déduit que chaque proposition possède en soi et indépendamment de notre connaissance le caractère du vrai ou du faux. Or, cette interprétation est très douteuse, surtout quand il s'agit d'êtres abstraits comme les entités mathématiques; d'ailleurs, et c'est sur ce point que M. Brouwer est parfaitement d'accord avec MM. Barzin et Errera, la philosophie n'a rien à faire dans les démonstrations mathématiques. Mais M. Brouwer en tire la conclusion opposée à celle de MM. Barzin et Errera, à savoir qu'il faut considérer le principe du tiers exclu comme n'étant ni évident, ni démontré d'une manière convaincante. Ainsi, il ne rejette pas ce principe, mais il refuse de l'admettre, tout comme on refusera d'admettre un théorème quelconque tant qu'on n'en a pas vu la démonstration. En retournant un argument de MM. Barzin et Errera on peut dire que l'attitude des partisans de la logique classique ressemble à celle du mathématicien imaginaire qui soutiendrait que tout espace abstrait admet une métrique et qui reprocherait à ceux qui exigeraient une démonstration de ce théorème de vouloir attaquer la liberté de la science.

Enschede (Hollande). A. HEYTING.

Note sur la logique de M. Heyting[1].

Si nous avons donné à la logique publiée par M. Heyting son nom, c'est que les nuances d'opinion dans cette question difficile sont si nombreuses, qu'il est aisé de se croire d'accord sans l'être. Et jusqu'au

[1] Voir M. BARZIN et A. ERRERA, Sur la Logique de M. Brouwer (*Bull. Cl. Sc. Ac. R. Belg.*, Brux., 1927).
M. BARZIN et A. ERRERA, Sur le principe du tiers exclu (*Arch. Soc. B. Philos.*, Brux., 1929).