Harris Hancock. — Foundations of the Theory of Algebric Numbers. Volume II: The general Theory. — Un vol. in-8° de xxvi-654 pages. Prix: $8.00. The Macmillan Company. New-York, 1932.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **31 (1932)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.09.2024**

de Kummer, les idéaux ramifiés, l'intervention des nombres de Bernoulli et de la fonction dzèta de Riemann, le théorème négatif de Fermat sont les points les plus saillants d'une exposition qui est toujours un modèle du genre.

Dans le mémoire 9, je signalerai surtout l'emploi d'*opérateurs*, notamment quant aux idéaux A inchangés par un opérateur S, soit SA = A. Cela rappelle encore les groupes et les opérateurs hermitiques. Réétudier tout Hilbert serait œuvre d'actualité; c'est pourquoi la publication de ce premier volume apparaît aujourd'hui comme étant de la plus haute importance. Nous lui souhaitons beaucoup de lecteurs puisqu'il peut indéniablement former beaucoup de disciples. A. Buhl (Toulouse).

Harris Hancock. — **Foundations of the Theory of Algebric Numbers.** Volume II: The general Theory. — Un vol. in-8° de xxvi-654 pages. Prix: $8.00. The Macmillan Company. New-York, 1932.

L'Enseignement mathématique a déjà rendu compte du premier volume de ce grand ouvrage (voir t. 30, 1931, p. 302). Le tome II, dédié aussi à la mémoire de Mr. et Mrs. Charles Phelps Taft, ne suscitera pas moins d'admiration que le tome premier. Il est particulièrement heureux qu'une telle publication soit contemporaine de celle des Œuvres de David Hilbert. L'analyse hilbertienne ne s'imite pas facilement; elle a même dû paraître inféconde à beaucoup d'esprits. La traduction toulousaine dont il était question tout à l'heure, bien que faite au pays de Fermat, n'a, que je sache, suscité aucun grand travail. Les Charles Hermite, les Georges Humbert se sont éteints sans laisser vraiment de grands successeurs qui auraient pu travailler l'Arithmétique de concert avec Hilbert. C'est pourquoi le mérite de M. Harris Hancock est indiscutable. Il infuse une vie nouvelle à cette Arithmétique supérieure, selon les traditions de Kronecker, Dedekind, Hilbert et ce d'une manière didactique d'accord avec toutes les nécessités arithmétiques, analytiques et physiques d'aujourd'hui.

Les idéaux, dont on reprend maintenant la théorie générale, sont des formes bilinéaires d'éléments algébriques; il importe de les réduire à des types canoniques par une analyse de transformations linéaires dans laquelle on perçoit toutes les modalités de la Théorie des groupes et, sans doute, toutes les extensions possibles de la notion de divisibilité.

Les liens si délicats, si trompeurs, qui existent cependant entre divisibilité arithmétique et divisibilité algébrique, trouvent une première expression dans un théorème de Gauss. Les produits d'idéaux peuvent être *normés* et rapprochés alors de produits ordinaires. D'où aisément les idéaux premiers, au sujet desquels un théorème type remonte formellement à Fermat.

Une correspondance entre formes et idéaux a été étudiée par Kronecker et précisée par Hilbert. On peut être finalement conduit à des congruences qui se construisent par opérateurs aux dérivées partielles analogues à ceux de la théorie des polaires, ce que nous aurons d'ailleurs à rappeler plus loin à propos des *Modular Invariants* de D. E. Rutherford. Viennent ensuite les travaux de Hurwitz sur l'idéal plus grand commun diviseur de deux autres idéaux dits principaux, travaux intimément mêlés à ceux de G. Humbert adjoints à la traduction de Lévy et Got déjà citée.

Avec Hensel nous rencontrons notamment la notion de diviseur irrégulier conditionnée par des inégalités. Il me paraît impossible de donner ici, en quelques mots, la moindre idée de tels résultats, mais M. Kurt Hensel s'est jugé si bien compris par M. Harris Hancock qu'il lui a adressé une lettre de félicitations reproduite en tête du volume.

Le cas où ε et son inverse sont, à la fois, entiers algébriques, conduit aux unités algébriques; la théorie en est très jolie et rappelle, avec plus de généralité, celle de l'équation binome. Hilbert et Minkowski ont rajeuni une première exposition de Dirichlet et Dedekind.

Au-delà de toutes ces combinaisons algébrico-arithmétiques, nous tombons, par exemple, dans la Géométrie des Nombres de Minkowski et le texte se constelle d'intégrales multiples, ce qui peut paraître inattendu. Au fond, c'est d'une admirable simplicité et c'est là, à mon avis, que l'on aperçoit particulièrement bien l'œuvre créatrice du Bon Dieu de Kronecker dont il était question, plus haut, toujours à propos des Œuvres de Hilbert. On ne manie pas toutes les formes algébriques intervenant dans ce qui précède sans manier aussi des déterminants *fonctionnels* et ce pour une foule de raisons, mais ne serait-ce que pour exprimer des compatibilités. Or, le déterminant fonctionnel est aussi le symbole essentiel associé aux intégrales multiples et à leurs transformations. Voilà d'où viennent ces intégrales et maintenant les domaines *continus* avec le cortège d'inégalités qui accompagne toute conception convenable de la continuité. Les domaines continus et intégraux ont leurs invariances intégrales se traduisant notamment en formules stokiennes desquelles sortent facilement le Calcul différentiel absolu et la Gravifique selon Einstein. Cette synthèse, si formidable soit-elle, n'épuise pas l'infinie richesse des *groupes*. Nombreuses sont les circonstances naturelles inaltérées ou transformées simplement par des *permutations* qui, d'autre part, renouvelèrent, avec Galois, la théorie des équations algébriques. Etudier ces équations c'est encore une manière d'étudier la structure discontinue d'une Nature où la continuité n'est que l'apparence quant à une observation insuffisamment pénétrante. L'exposé de M. Harris Hancock est actuellement l'exposé d'une *quantification* pouvant se rapporter à tout ce qui est accessible à l'Analyse. C'est une grande œuvre de Philosophie naturelle.

A. Buhl (Toulouse).

D. Hilbert und S. Cohn-Vossen. — **Anschauliche Geometrie.** (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band XXXVII). — Un vol. gr. in-8° de VIII-310 pages et 330 figures. Prix: broché, RM.24; relié, RM. 25,80. J. Springer. Berlin, 1932.

Cette géométrie du visible, de l'évident, montre maintenant la souplesse d'esprit de M. Hilbert passant de l'abstraction arithmétique ou analytique à ce qui se conçoit de manière visuelle et en faisant toujours joliment image. Le sujet fut professé, par le grand géomètre lui-même, à Göttingen, en 1920-21; il fut ensuite développé par des disciples, notamment par W. Rosemann et S. Cohn-Vossen. Les 330 figures du volume en disent long sur l'appel à l'intuition et sur la difficulté d'écrire une analyse sans rien dessiner. Essayons cependant de suivre le fil des analogies.

Un premier Chapitre traite des courbes et des surfaces les plus simples. Les coniques, en tant que sections, se voient sur des cônes. Les hyperboloïdes se déforment comme de certains cache-pots et les quadriques, en général, se construisent par coniques en carton ingénieusement imbriquées.