# J. Horn. — Partielle Differentialgleichungen (Zweite, umgearbeitete Auflage). — Un volume gr. in-8° de viii-228 pages/Prix: Broché RM. 11, relié 12 (Göschens Lehrbücherei). Walter de Gruyter et C°. Berlin W. 10 et Leipzig, 1929.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **29 (1930)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE.**

PDF erstellt am: **21.09.2024**

J. Horn. — **Partielle Differentialgleichungen** (Zweite, umgearbeitete Auflage). — Un volume gr. in-8° de VIII-228 pages. Prix: Broché RM. 11, relié 12 (Göschens Lehrbücherei). Walter de Gruyter et C°. Berlin W. 10 et Leipzig, 1929.

Après la seconde édition des *Gewöhnliche Differentialgleichungen*, qui date de 1927 et a été analysée ici-même, voici aussi une seconde édition des *Partielle Differentialgleichungen* dont la première a également été analysée dans *L'Enseignement mathématique* (T. XIII, 1911, p. 74). En passant de la première à la seconde édition, ces volumes sont passés de la Collection Schubert à la Collection Göschen; celui dont nous nous occupons maintenant appartient donc à cette dernière (Gruppe 1, Band 14).

Nous n'avons pas à découvrir le talent de l'auteur en les matières traitées; il est bien connu. Et il y a encore ici un bel exemple de haute science donné par un professeur d'Université technique.

Cette seconde édition ne diffère pas essentiellement de la première à cela près que des points élémentaires semblent avoir été réduits alors qu'en revanche le point de vue physique a été développé. Et cela se conçoit sans peine. Quelles prodigieuses transformations physiques depuis vingt ans !

Signalons brièvement les huit chapitres de l'ouvrage.

1. *Equations aux dérivées partielles linéaires, du second ordre, à deux variables indépendantes.*

Il s'agit des équations

$$\mathrm{A}r + 2\mathrm{B}s + \mathrm{C}t + \mathrm{D}p + \mathrm{E}q + \mathrm{F}z = 0$$

dont les coefficients sont des fonctions de $x$ et $y$. Réductions. Transformations intégrales par la formule de Green.

2. *Equations hyperboliques.* Cas des cordes vibrantes. Méthodes d'approximations successives et particulièrement méthode de Riemann. Propagation ondulatoire. Cordes vibrantes et séries de Fourier.

3. *Equations intégrales linéaires.* Ces équations se placent excellemment après les sujets du chapitre 2. Dans le cas non homogène, la méthode de Fredholm, première en date, s'offre avec ses déterminants d'aspects si caractéristiques. Elle entraîne le lemme de J. Hadamard. Comparaisons habiles entre les cas homogènes et non homogènes.

4. *Problèmes aux limites pour équations différentielles linéaires ordinaires.* Etude préliminaire de l'expression

$$\mathrm{L}(u) = \frac{d}{dx}\left(p\,\frac{du}{dx}\right) + qu \; .$$

Rôle de la fonction de Green. Equation $\mathrm{L}(u) + \lambda ku = 0$.

5. *Problèmes aux limites pour équations aux dérivées partielles elliptiques.* Il s'agit d'abord de l'équation de Laplace $\Delta u = 0$. Potentiels logarithmiques; leurs discontinuités. Problèmes de Dirichlet et de Neumann. Equation $\Delta u + 2\pi h\,(x, y) = 0$. Membranes vibrantes. Troisième problème aux limites avec, sur la frontière, une condition de la forme

$$\frac{\partial v_i}{\partial n} = h(s)\, v_i + f(s) \; .$$

6. *Equations paraboliques.* Ce sont les équations de la conductibilité thermique pour les conducteurs homogènes ou non. On revoit brièvement les solutions figurées par des intégrales portant sur des exponentielles quadratiques.

7. *Equations aux dérivées partielles du premier ordre avec deux variables indépendantes.* Théorèmes d'existence pour les intégrales des équations $F(x, y, z, p, q) = 0$. Méthodes d'intégration. Problème de Cauchy. Equation *linéaire* traitée *après* le cas général $F = 0$, ce qui est remarquable. Intégrale complète et intégrale générale déduite. Exemples.

8. *Equations* $F(x, y, z, p, q, r, s, t) = 0$. Généralisations des questions du chapitre précédent. Caractéristiques. Equations de Monge-Ampère et intégrales intermédiaires.

La littérature utilisée par M. J. Horn n'est pas sans faire honneur aux géomètres français. Les noms de MM. E. Picard, Ed. Goursat, J. Hadamard, sont inséparables des questions précédentes. Associés à ceux de A. R. Forsyth, D. Hilbert, A. Kneser, ..., ils témoignent de l'élévation de vues qui a présidé à l'élaboration de ce bel et très utile ouvrage.

A. Buhl (Toulouse).

T. Bonnesen. — **Les Problèmes des Isopérimètres et des Isépiphanes** (Collection de Monographies sur la Théorie des Fonctions publiée sous la direction de M. Emile Borel). — Un volume gr. in-8° de VIII-176 pages. Prix: 40 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris, 1929.

Résoudre les problèmes indiqués par le titre de ce livre c'est démontrer que le cercle possède la plus grande aire parmi toutes les figures de même périmètre et que la sphère possède le plus grand volume parmi toutes les surfaces fermées de même superficie. On peut penser, au premier abord, qu'il ne doit pas être sans intérêt logique de chercher des démonstrations rigoureuses de ces assertions, mais que ces démonstrations doivent être assez simples et faciles à appuyer sur l'impression de bon sens qui résout immédiatement les questions précédentes. Or ceci serait une grave erreur. On est étonné, rien qu'en établissant la bibliographie du sujet, de l'étendue de celle-ci, des noms illustres qu'elle contient, bref du volume et de la qualité des efforts qu'il a fallu faire pour parvenir au but. Encore la discussion reste-t-elle ouverte en ce sens que les nombreuses méthodes employées laissent concevoir qu'on peut en trouver beaucoup d'autres qui auront aussi leur intérêt. Banach, Bernstein (F.), Blaschke, Bonnesen, Brunn (H.), Carathéodory, Cauchy, Colucci, Chisini, Crone, Doetsch, Enriques (F.), Fiedler, Frobenius, Funk, Gross, Hamel, Herglotz, Hilbert, Hjelmslev, Hurwitz, Jensen, Jordan (Ch.), Kormes, Kritikos, Kubota, Lebesgue (H.), Liebmann, Minkowski, Salkowski, Scorza, Sierpinski, Schwartz, Steiner, Study, Süss, Tonelli ont publié d'importants mémoires ou fait, à l'occasion, des remarques essentielles touchant les objets précités.

Considéré au point de vue du Calcul des variations, le sujet relève des extrema liés et montre précisément les difficultés cachées qui s'attachent à de tels extrema; à quoi ne faut-il pas s'attendre pour ceux dont la solution n'est pas indiquée, à l'avance, par l'intuition.

D'autre part, l'étude des figures convexes semble avoir engendré la notion de fonction convexe comme celle d'ensemble enveloppé ou d'ensemble