

**Henri Villat. — Leçons sur l'Hydrodynamique.  
— Un volume gr. in-8 de viii-296 pages. Prix: 50  
francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris, 1929.**

Autor(en): **Buhl, A.**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **29 (1930)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE.**

PDF erstellt am: **24.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

chapitre très intéressant sur les transformations de contact très naturellement partagées en trois classes dont la troisième est celle des transformations ponctuelles. La courbure et la torsion d'une courbe gauche ont une théorie associée aux formules de Frenet, théorie très simplement étendue ensuite en passant de la variable arc à une variable quelconque. Le  $ds^2$  sur une surface conduit à la représentation des surfaces les unes sur les autres. La courbure engendre l'association des deux formes différentielles quadratiques fondamentales.

La sixième partie traite des applications géométriques des intégrales multiples. Il s'agit surtout des formules de Riemann, d'Ostrogradsky et de Stokes, le tout aboutissant aux champs de vecteurs et même au seuil de la théorie tensorielle. Ce sont des questions d'invariance qui mènent ainsi les choses et M. P. Lévy fait nettement ressortir la fécondité de ces considérations quand, justement, les grandeurs physiques peuvent être d'abord assemblées sous forme amétrique.

La septième et dernière partie du volume est consacrée à une théorie élémentaire des équations différentielles. Des notions générales constituent une réduction d'une méthode d'intégration approchée; les intégrales singulières y trouvent également une place toute naturelle. Viennent alors les principaux cas d'intégration élémentaire puis un aperçu du rôle de *groupe* dans la réduction aux quadratures. A propos des équations linéaires, signalons la formation rapide de l'équation adjointe.

Une première note supplémentaire prolonge la théorie de la courbure et particulièrement celle des lignes de courbure. Une seconde note revient aux invariances du calcul tensoriel. Dans tout le volume, d'excellents et ingénieux exercices sont mêlés aux fins de chapitre. Partout l'étude est facile, attrayante, emplit de symétries analogues à celles déjà signalées. C'est bien le cours qui peut aboutir à la belle technique comme au développement indéfini de l'esprit scientifique.

A. BUHL (Toulouse).

Henri VILLAT. — **Leçons sur l'Hydrodynamique.** — Un volume gr. in-8 de VIII-296 pages. Prix: 50 francs. Gauthier-Villars et C<sup>ie</sup>. Paris, 1929.

A peine les *Grundlagen der Hydromechanik*, de M. Léon Lichtenstein, sont-ils signalés, que M. Henri Villat impose à l'admiration deux volumes de Mécanique des fluides. C'est là, sans doute, l'aboutissement le plus direct que l'Ecole française pouvait donner à l'œuvre de M. Paul Appell. A une époque, à la fois riche des progrès de l'Analyse et tourmentée par les problèmes ardues que pose la Technique, on n'écrit pas des livres comme ceux-ci sans un prodigieux travail de documentation, un grand talent d'exposition et une puissance de création absolument nécessaire pour faire apparaître de nouvelles liaisons en des domaines jugés longtemps lacunaires ou inextricables.

Le premier mérite du présent ouvrage est de se suffire à lui-même. Il comprend vingt chapitres, dont quatre se rapportent à des propriétés essentielles des fonctions analytiques, au problème de Dirichlet dans un cercle ou dans un anneau, aux fonctions elliptiques, à la représentation conforme. Le chapitre V rappelle les merveilleuses symétries des équations concernant les fluides parfaits avec aboutissement immédiat au mouvement plan irrotationnel qui ramène la théorie du sillage à la détermination d'une

fonction analytique. Le Chapitre VI, en précisant ces notions, montre même qu'il y a là plus qu'une application quelconque du concept de fonction analytique; c'est ce concept même qui est en jeu avec l'élégante méthode de M. Levi-Civita. L'unicité de la dérivée en  $z$ , pour  $f(z)$ , s'impose, pour ainsi dire, physiquement; la théorie des sillages mènerait à celle des fonctions analytiques si on ne la connaissait pas. Entre le fluide mobile et le sillage, il y a une véritable coupure, la région mobile est à représenter conformément sur des plans coupés d'abord très simplement, mais susceptibles eux-mêmes de transformations diverses; le problème fonctionnel est évident, net, d'un attrait aussi manifeste au point de vue logique qu'au point de vue expérimental.

Le chapitre VII applique les considérations précédentes au cas d'une lame rectiligne, puis tente de passer au cas des lames à profils brisés, à angles vifs. Il y a là des cas singuliers ne relevant pas obligatoirement des méthodes précédentes, mais sur lesquels le talent personnel de M. Villat s'est grandement exercé.

Le chapitre VIII étudie des solutions multiples qui ne sont pas moins curieuses; la moindre granulation sur l'obstacle ou sur le solide en mouvement peut faire naître des plages mortes et des régimes différents pouvant subsister alors que la granulation tend à disparaître. Ici les régimes permanents semblent être analogues aux systèmes statiques à configurations multiples.

Avec le chapitre IX, nous passons aux fluides visqueux. Les équations générales du mouvement résultent de propriétés tensorielles que l'auteur redeveloppe en détail. L'intégration générale de ces équations semble être, au premier abord, un problème quelque peu effrayant. Il est examiné ici dans des cas particuliers qui le rattachent à des problèmes classiques. Ainsi le liquide en mouvement, parallèlement à  $Ox$ , avec adhérence au plan  $Oxy$ , conduit à l'équation de la chaleur (Ch. X). La couche liquide entre deux plans parallèles animés de translations données relève de cette même équation dont les solutions interviennent avec des physionomies intégrales connues (Ch. XI).

De telles solutions combinées avec les intégrales de la théorie du potentiel (Ch. XII) permettent d'aborder, au chapitre XIII, les équations intégrales de C. W. Oseen. Il s'agit de fluides visqueux, à mouvements lents et à tourbillons négligeables. Le système des équations du mouvement admet un système *adjoint* à *solutions fondamentales*, le tout se concevant et même se construisant comme dans le cas de la petite équation de la chaleur. Très belle généralisation que M. Villat expose sans longueurs et qui paraît pouvoir être encore le point de départ de bien des travaux qui ne se rapporteraient d'abord qu'à la structure et aux transformations encore possibles du système dû à l'habile mathématicien d'Upsala.

Un pas prodigieux est fait ici dans le sens des méthodes de Cauchy ou de Dirichlet. Le résultat d'Oseen, dans des circonstances très générales, renseigne sur l'état des vitesses en un point d'un volume fluide, connaissant l'état des vitesses et des pressions à la périphérie de ce volume. Le système intégral ainsi formé ouvre des voies analytiques insoupçonnées.

Quant à l'application effective de ce système, à son intégration proprement dite, dans des cas déterminés, nous voyons, dans les six derniers chapitres du livre (XIV à XX), avec nombre de ressources empruntées à la théorie du potentiel, aux fonctions de Legendre, aux fonctions elliptiques, qu'une

analyse puissante et harmonieuse peut être développée dans les cas de viscosité faible, dans le voisinage, pour ainsi dire, de celle qui est développée d'abord dans le cas de la viscosité nulle. Les solides symétriques (cylindres, hémisphères,...), le cas du fluide limité, donnent encore des théories analytiquement maniables sinon toujours d'accord avec l'expérience d'où, évidemment, de nombreux perfectionnements à rechercher; mais on a l'impression que, quoi qu'il en soit, la Science a été dirigée dans une voie utile, féconde, très ingénieuse, et qu'il y a peu de chances d'aller plus avant si la voie en question n'est pas parcourue d'abord en prenant pour guide l'enseignement profond et original de M. Henri Villat.

A. BUHL (Toulouse).

Henri VILLAT. — **Leçons sur la Théorie des Tourbillons.** — Un volume gr. in-8° de vi-300 pages. Prix: 65 francs. Gauthier-Villars et C<sup>ie</sup>. Paris, 1930.

Ce serait un point de vue tout à fait insuffisant que de considérer la Théorie des tourbillons comme ne formant qu'un chapitre particulier de la Mécanique des fluides. Le « tourbillon » est essentiellement « stokien »; il peut naître, avec la formule de Stokes, de l'identité

$$\int_C X dY = \int_A \int dX dY \quad (1)$$

exprimant, de deux manières, l'aire A de contour C. Ainsi la Théorie peut avoir son origine dans la Géométrie et se diriger, avec les généralisations de (1), vers toutes les branches de la Physique théorique. Et, au fait, à notre époque de Mécanique ondulatoire, n'oublions-nous pas, un peu trop, la Mécanique tourbillonnaire à prétentions également universelles très défendables et très bien défendues par d'illustres savants tels que Lord Kelvin.

Il n'y a d'ailleurs pas lieu d'opposer ces deux Mécaniques; elles peuvent avoir des origines communes, en des identités du type (1). Bien que les mouvements tourbillonnaires ne soient pas les plus simples de tous, le concept de tourbillon a, *partout*, une immense puissance constructive. Ainsi le simple tableau de définition

$$\begin{array}{ccc} 2\xi & 2\eta & 2\zeta \\ \hline \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{array} \quad (2)$$

si l'on y intervertit les deux premières lignes, en introduisant une fonction H dans les symboles de dérivation partielle (cette introduction de H étant d'ailleurs nécessaire pour que l'interversion indiquée ait un sens), donne les équations du liquide parfait en mouvement permanent. Celles-ci, par élimination de H, donnent les équations de Helmholtz en relation avec le théorème de Lagrange sur la permanence du potentiel des vitesses et avec les résultats de Cauchy généralisés, en 1916, par Friedmann. Peu importe, ici, la description détaillée de tels développements, mais, encore une fois,