

### 3. — Faisceaux de suites de points.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **29 (1930)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE.**

PDF erstellt am: **06.05.2024**

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

#### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

les coordonnées  $m_i$  et  $\mu_i$  prenant indépendamment l'une de l'autre toutes les valeurs possibles. Cette représentation montre que la variété  $\nu_3$  entre dans la classe des variétés étudiées par C. SEGRE<sup>1</sup>. En effet: laissant varier seuls les  $\mu_i$  on obtient  $\infty^2$  droites génératrices de la variété (chacune desquelles correspondant à un point  $m$ ), de même, lorsqu'on fait varier seuls les  $m_i$  on obtient  $\infty^1$  plans générateurs (chacun correspondant à un paramètre binaire  $\mu$ ).

La variété  $\nu_3$  est donc le lieu de toutes les droites joignant les points homologues de deux plans en  $E_5$  se correspondant par homologie et, en même temps le lieu de tous les plans joignant les points homologues de trois droites en  $E_5$  se correspondant par homologie.

Les droites, les plans, les espaces  $E_3$  et  $E_4$  de l'espace  $E_5$  sont les images des systèmes linéaires de suites de points qui seront étudiés dans les numéros suivants.

### 3. — FAISCEAUX DE SUITES DE POINTS.

Soient:

$$(um_1)(\mu_1\tau) = 0, \quad (um_2)(\mu_2\tau) = 0 \quad (12)$$

deux suites de points différentes régulières. Elles sont sur deux droites  $\nu_1$  et  $\nu_2$  liées par homologie: A chaque paramètre  $\tau$  correspond un point de l'une et un point de l'autre. Joignons les paires de points correspondants. Les droites résultantes engendreront une courbe de deuxième classe:

$$(um_1)(\mu_1\mu_2)(m_2u) = 0 \quad (13)$$

qui sera une conique non dégénérée, si les deux suites de points ne sont pas perspectives, condition qui s'exprime analytiquement par l'inégalité:

$$(\nu_1 m_2)(\mu_2 \mu_1)(m_1 \nu_2) \neq 0. \quad (14)$$

<sup>1</sup> C. SEGRE, Sulle varietà che rappresentano le coppie di punti di due piani o spazi. *Rend. Circ. Palermo*, 5 (1891). — C. SEGRE, Sulle varietà normali à tre dimensioni. *Torino Atti*, 21. — K. ZINDLER, Synthetische Gewinnung geometrischer linearer Mannigfaltigkeiten beliebiger Dimension. *Journal de Crelle*, 111, p. 303.

Ce cas échéant il résultera en plus une représentation paramétrique de cette conique lieu de droites :

$$(xm_1 m_2) (\nu_1 \tau) (\nu_2 \tau) = 0 . \quad (15)$$

J'appellerai *suite de droites de deuxième classe* la figure résultante, c'est-à-dire l'ensemble d'une conique lieu de droites et d'une de ses représentations paramétriques. Passons sur l'étude des cas de dégénérescence de cette figure <sup>1</sup>.

Remarquons que, sur une quelconque des droites d'une suite de droites de deuxième classe, les autres découpent une suite de points. Nous dirons que cette suite de points est perspective à la suite de droites. Les suites de points (12) sont perspectives à la suite de droites (15).

Considérons maintenant le faisceau de suites de points :

$$\lambda_1 (um_1) (\nu_1 \tau) + \lambda_2 (um_2) (\nu_2 \tau) = 0 \quad (16)$$

Comme la droite-image en  $E_5$  ne coupe pas en général la variété  $\nu_3$ , le faisceau (16) ne contiendra pas, en général, des suites de points singulières. Je dis que, dans ce cas, *le faisceau de suites de points est formé par l'ensemble de toutes les suites de points perspectives à une suite de droites de deuxième classe*. En effet, formons au moyen de la formule (15) la suite de droites de deuxième classe définie par deux quelconques mais différentes suites de points  $\lambda$  et  $\mu$  du faisceau (16). Il résulte en tout cas la même suite de droites de deuxième classe :

$$(\lambda\mu) \cdot (xm_1 m_2) (\nu_1 \tau) (\nu_2 \tau) = 0 . \quad (17)$$

Il importe, pour ce qui suit, d'insister sur les cas spéciaux. Nous ne donnerons cependant qu'un résumé sommaire :

#### *Tableau des faisceaux de suites de points.*

- I. *Faisceau sans suite singulière.* Cas général étudié plus haut.
- II. *Faisceau contenant une suite singulière.* Les suites de points régulières du faisceau sont toutes perspectives l'une à

<sup>1</sup> Voir sur ce sujet la Thèse de A. TEICHMANN, Beiträge zur Invariantentheorie rationaler Punktreihen in der Ebene. Bonn (1929).

l'autre. Le centre perspectif est un point  $m$  et le point d'intersection commun à toutes les suites a sur toutes ces suites le même paramètre  $\mu$ . La suite singulière du faisceau est formée par l'ensemble du point  $m$  et du paramètre  $\mu$ .

III. *Faisceau contenant deux suites singulières.*

$(um_1).(\mu_1 \tau) = 0$  et  $(um_2).(\mu_2 \tau) = 0$  étant les suites singulières du faisceau, les suites régulières de celui-ci sont celles qui contiennent les points  $m_1$  et  $m_2$  et leur donnent les paramètres  $\mu_2$  et  $\mu_1$ .

IV. *Faisceau formé d'une infinité de suites singulières.*

- a) Un point  $m$  associé à tous les paramètres binaires.
- b) Un paramètre  $\mu$  associé à tous les points d'une droite.

4. — POSITION INVOLUTIVE D'UNE SUITE DE POINTS  
ET D'UNE SUITE DE DROITES.

Avant de commencer l'étude des réseaux de suites de points il est préférable d'établir la correspondance qui, par la loi de dualité, subsiste entre suites de points et suites de droites. Nous écrirons l'équation d'une *suite de droites* (du premier ordre) sous la forme:

$$(nx)(r\sigma) = 0 \quad (18)$$

et nous appellerons *suite de droites singulière* la figure qui s'obtient en annulant une forme décomposée, c'est-à-dire l'ensemble d'une droite  $n$  et d'un paramètre binaire  $r$ .

Etant donné une suite de points (6) et une suite de droites (18), ces deux figures définissent une homographie binaire:

$$(mn)(\mu\tau)(r\sigma) = 0, \quad (19)$$

deux paramètres  $\tau$  et  $\sigma$  se correspondant, si le point  $\tau$  est sur la droite  $\sigma$ . La condition nécessaire et suffisante pour que cette homographie soit involutive est:

$$(mn)(\mu r) = 0. \quad (20)$$